



HAL
open science

Recalage de modèles à partir de mesures in situ

Pierre-Etienne Charbonnel, Pierre Ladevèze, François Louf, Didier Haerens

► **To cite this version:**

Pierre-Etienne Charbonnel, Pierre Ladevèze, François Louf, Didier Haerens. Recalage de modèles à partir de mesures in situ. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592897

HAL Id: hal-00592897

<https://hal.science/hal-00592897>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Validation de modèles de lanceur à partir de mesures *in situ*

P.-É. Charbonnel¹, P. Ladevèze^{1,2}, F. Louf¹
D. Haerens³

¹ LMT-Cachan(ENSCachan/CNRS/Paris6University) France, {charbonnel,ladeveze,louf}@lmt.ens-cachan.fr

² EADS Foundation Chair "Advanced Computational Structural Mechanics"

³ EADS Astrium Launcher & ATV Mechanical Analysis Department
A5 Production & Future Vehicles Mechanical Loads Section

Résumé — La validation/recalage de modèle est une question centrale quant à la diminution des marges notamment dans le cas des lanceurs spatiaux. Les modèles sont de plus en plus performants, mais malgré tout, des méconnaissances fortes subsistent quant aux excitations et aux paramètres structuraux de certaines liaisons complexes. La démarche de recalage développée a pour but de mettre à profit les mesures réalisées en phase de vol atmosphérique afin de réduire les méconnaissances.

Mots clés — Validation/Recalage, Erreur en Relation de Comportement, Méconnaissances, Interaction Fluide/Structure.

1 Introduction

Dans le domaine de l'aérospatiale, la validation (ou recalage) est une question centrale quant à la diminution des marges. La démarche de recalage consiste à améliorer la qualité d'un modèle numérique en le confrontant à un certain nombre de résultats d'essais.

Certes les modèles sont de plus en plus performants, mais malgré tout, des méconnaissances fortes subsistent par exemple relativement aux amortissements ou encore à certaines rigidités. Les sources d'excitation sont elles aussi mal connues tant par leurs niveaux que par leurs temps d'apparition et leurs durées. Ainsi, les essais en vol, s'ils sont bien instrumentés, constituent pour la validation ou le recalage des ensembles d'information extrêmement riches et originaux dont il doit être possible de tirer des enseignements majeurs. Notons qu'un essai en vol est en fait un multi-essai au sens où plusieurs sources d'excitation sont excitées ; une des difficultés, et non des moindres, réside dans le fait que ces sources d'excitation ne soient pas connues *a priori*.

En matière de validation ou de recalage, il existe deux philosophies très différentes :

- la première est de supposer très peu de chose sur le modèle et les excitations, les informations que l'on tire étant lues quasiment directement sur les mesures. Son avantage est la facilité de mise en œuvre, les outils s'appliquant à de très larges familles de problèmes [1, 2] ;
- la seconde, celle que nous suivrons ici, est au contraire de tirer partie des connaissances que l'on a sur le modèle et les excitations. Seule une partie du modèle et des excitations est considérée comme mal connue, le reste étant supposé fiable. En d'autres termes, une partie du modèle entre dans ce que l'on peut entendre comme la référence. Cette démarche a été initiée au LMT-Cachan [3, 4, 5] et a depuis connu de nombreux développements, notamment dans le domaine de la validation de modèles probabilistes [6, 7]. Son inconvénient est son coût ; elle est en revanche susceptible de fournir des informations inaccessibles par toute autre méthode.

Dans cette communication nous proposons un développement de cette démarche, applicable à des modèles industriels complexes comme ceux du lanceur Ariane 5E, pour lesquels les mesures en vol peuvent fournir un ensemble d'informations riche et original pour le recalage. Les travaux de recalage effectués au LMT-Cachan concernaient jusqu'ici des modèles dissipatifs structuraux, une des particularités des modèles de lanceur réside dans le fait qu'ils se composent de sous-structures de type "fluide" et de sous-structures de type "structure". Rappelons que dans le cas que nous traitons, les excitations sont considérées comme partiellement inconnues ; nous préciserons la façon dont on s'affranchira de cette

difficulté.

Nous présenterons enfin des résultats obtenus à l'aide de plusieurs modèles de lanceurs utilisés par ASTRUM-ST. Pour chacun de ces cas-tests, après avoir identifié les paramètres du modèle qui sont les plus erronés, la méthode restreint ces paramètres à des intervalles de confiance (réduction des méconnaissances). À partir de ces intervalles, associés à un faible niveau d'erreur relative, la méthode fournit une estimation des excitations, tout en "qualifiant" la réponse du modèle numérique par rapport aux phénomènes physiques impliqués.

2 Problème de référence

Les modèles de lanceurs spatiaux étant susceptibles de contenir une modélisation type "fluide" et une modélisation type "structure", le domaine de référence Ω est partitionné en un domaine fluide Ω^F et un domaine structure Ω^S comme illustré sur la figure 1.

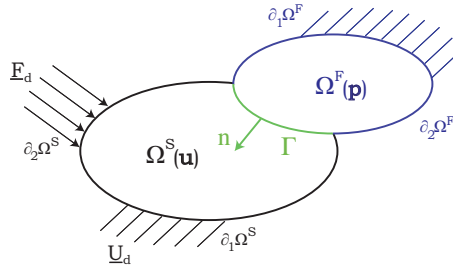


FIG. 1 – Description schématique du problème de référence.

Sur un intervalle de temps $[t_i, t_f]$, le problème de couplage élasto-acoustique s'écrit :
Trouver $\underline{u}(\underline{M}, t) \in \mathcal{U}^{[t_i, t_f]}$, $\underline{\sigma}(\underline{M}, t) \in \mathcal{S}^{[t_i, t_f]}$ et $p(\underline{M}, t) \in \mathcal{P}^{[t_i, t_f]}$ avec $\underline{M} \in \Omega$ vérifiant :

| | | | |
|-------------------------|--|-------------------------|---|
| Ω^S : | $\rho_s \ddot{u}_i - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}(\underline{u}) = 0$ | Ω^F : | $\frac{1}{c^2} \ddot{p} - \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = 0$ |
| $\partial_1 \Omega^S$: | $u_i = U_i^d$ | $\partial_1 \Omega^F$: | $\frac{\partial p}{\partial x_j} \cdot n_j^F = 0$ |
| Γ : | $\sigma_{ij}(\underline{u}) \cdot n_j = p \cdot n_i$ | Γ : | $-\frac{\partial p}{\partial x_j} \cdot n_j = \ddot{u}_j \cdot n_j$ |
| $\partial_2 \Omega^S$: | $-\sigma_{ij}(\underline{u}) \cdot n_j^S = \underline{E}_d \cdot n_i$ | $\partial_2 \Omega^F$: | $p = 0$ |

TAB. 1 – Équations d'équilibre sur les domaines structure Ω^S et fluide Ω^F .

$$\Omega^S : \underline{\sigma}(t) = \mathbb{K}(\underline{\alpha}) : \underline{\varepsilon}(\underline{U}) + \mathbb{C}(\underline{\alpha}) : \underline{\dot{\varepsilon}}(\underline{U})$$

TAB. 2 – Relations de comportement pour le domaine solide Ω^S .

3 Hypothèses

On suppose que le comportement de l'ensemble $\{\text{solide} + \text{fluide}\}$ lors de la phase étudiée est du type vibratoire lentement variable tant en phase qu'en fréquence et en module :

$$\underline{X}_t = \int_{\omega_t^{\min}}^{\omega_t^{\max}} \underline{X}_{t\omega} e^{j\omega t} d\omega \quad (1)$$

Dans toute la suite, on notera $\underline{X}^T = \langle \underline{U}^T, \underline{P}^T \rangle$ le vecteur contenant toutes les inconnues du problème. À chaque instant t , le contenu fréquentiel de la grandeur \underline{X}_t est caractérisé par une famille de valeurs $(\underline{X}_{t\omega}, \omega_t)$ où $\underline{X}_{t\omega}$ sont les valeurs complexes du domaine de Fourier. Les valeurs $(\underline{X}_{t\omega}, \omega_t)$ sont supposées évoluer lentement avec t . Dans la suite, afin d'alléger les notations, on notera \underline{X} à la place de $\underline{X}_{t\omega}$ tant qu'il ne demeure aucune ambiguïté.

Du point de vue de la modélisation, on considère ici que les quantités les plus mal connues sont relatives aux liaisons ($\underline{\alpha}$) et aux excitations (\underline{d}).

4 Erreur en relation de comportement / problème inverse

À ce niveau, remarquons que, pour le problème de référence, toutes les équations n'ont pas le même degré de certitude. Le point fondamental de la méthode développée consiste à séparer les équations et données "fiables", de celles qui le sont moins.

4.1 Séparation des quantités

Données fiables

- Conditions aux limites en déplacement
- Équations d'équilibre dynamique

Données non-fiables

- Relations de comportement

Introduisons un champ de déplacement $\underline{V} \neq \underline{U}$ tel que le champ de contrainte vérifie :

$$\underline{\sigma} = \mathbb{K}(\underline{\alpha}) : \underline{\varepsilon}(\underline{V}) + \mathbb{C}(\underline{\alpha}) : \underline{\dot{\varepsilon}}(\underline{V}) \quad (2)$$

Le champ \underline{U} sera dit "cinématiquement admissible" tandis que le champ \underline{V} sera dit "dynamiquement admissible". Pour les sous-structures E du modèle dont les lois de comportement ne seront pas remises en cause, on aura $\underline{U}_E = \underline{V}_E$ (paramètre de recalage $\underline{\alpha}_E = \underline{1}_E$). Pour les sous-structures dont le comportement est incertain, on aura $\underline{U}_E \neq \underline{V}_E$, on notera \mathbf{E}_R le sous-espace formé par ces sous-structures.

- Quantités mesurées $\underline{\tilde{X}}$

Lors d'un essai en vol, considéré ici comme un "multiessai", on connaît à chaque instant :

$$(\omega, \underline{\tilde{X}}(\omega)) \text{ pour } \omega \in \Omega_t \quad t \in [0, T] \quad (3)$$

- Excitations \underline{F}_d

Les excitations seront supposées partiellement inconnues mais les sous-structures d sur lesquelles elles s'appliquent sont connues.

4.2 Champs admissibles

En régime harmonique, après discrétisation du problème par éléments finis, les équations du tableau 1 et la relation de comportement (2) exprimée à l'aide du champ \underline{V} conduisent à l'équation (4) cf.[8, 9]. Une solution $s = \{\underline{U}, \underline{V}, \underline{P}, \underline{F}\}$ est admissible si :

$$(C_{t\omega}) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\omega^2 [\mathbf{M}] \cdot \underline{U} + [\mathbf{K} + j\omega \mathbf{C}] \cdot \underline{V} - [\mathbf{L}] \cdot \underline{P} = \underline{F}^S \\ -\omega^2 ([\mathbf{L}] \cdot \underline{U} + [\mathbf{Q}] \cdot \underline{P}) + j\omega [\mathbf{D}] \cdot \underline{P} + [\mathbf{H}] \cdot \underline{P} = \underline{F}^F \end{array} \right. \quad (4)$$

Notons $\mathbf{S}_{ad,t\omega}$ le champ des solutions admissibles.

4.3 Erreur en Relation de Comportement modifiée (CRE)

Il faut maintenant écrire un résidu sur les données et équations non-fiables. Pour cela, on forme pour chaque couple (t, ω) une fonctionnelle appelée Erreur en Relation de Comportement modifiée (ERC), qu'on écrit :

$$e_{t\omega}^2 = \frac{1}{2} \sum_{E \in \mathbf{E}_R} (\underline{U}_E - \underline{V}_E)^* [\mathbf{K}_E + T\omega^2 \mathbf{C}_E] (\underline{U}_E - \underline{V}_E) + \frac{r}{1-r} (\underline{X} - \underline{\tilde{X}})^* \mathbf{G}_a (\underline{X} - \underline{\tilde{X}}) \quad (5)$$

où :

- $\underline{U}_E, \underline{V}_E, \mathbf{K}_E, \mathbf{C}_E$ désignent les restrictions de $\underline{U}, \underline{V}, \mathbf{K}, \mathbf{C}$ associées à la sous-structure E ,
- \mathbf{E}_R est le sous-ensemble des sous-structures \mathbf{E} dont les paramètres structuraux doivent être recalés,
- \mathbf{G}_a est une matrice qui confère le même poids aux deux termes de $e_{t\omega}^2$,
- $r \in]0, 1[$ est un scalaire relatif à la confiance que l'on accorde aux mesures sur $\underline{\tilde{X}}$,

– \underline{A}^* désigne le transposé du conjugué de \underline{A} et est tel que la fonctionnelle $e_{t\omega}^2$ est réelle.

L'ERC modifiée est sommée sur les fréquences, puis intégrée en temps :

$$e_t^2 = \frac{1}{mes(\Omega_t)} \int_{\Omega_t} e_{t\omega}^2(\omega) d\omega \quad e^2(s) = \frac{1}{T} \int_0^T e_t^2 dt$$

L'erreur totale peut être interprétée comme étant la somme d'une erreur de modèle et d'une erreur de mesure :

$$e^2 = e_{CRE}^2 + \frac{r}{1-r} e_{exp}^2$$

Le premier terme permet de minimiser la distance entre les deux champs \underline{U} et \underline{V} , tandis que le second compare les champs \underline{U} et \underline{P} aux résultats expérimentaux. Si ce dernier terme devient trop important et que l'erreur provient d'un petit nombre de capteurs, ceux-ci peuvent être considérés comme défaillants et exclus du calcul de l'ERC modifiée.

4.4 Recherche de $s \in \mathbf{S}_{ad,t\omega}$ qui minimise $e^2(s)$

Les données fiables définissent les champs admissibles. On cherche donc une solution dans les champs admissibles et qui vérifient "au mieux" les équation et données non-fiables. Le problème que l'on résout s'écrit :

$$(P_{t\omega}) \quad \left| \begin{array}{l} \text{trouver } \hat{s} = (\underline{U}, \underline{V}, \underline{F}, \underline{P}) \in \mathbf{S}_{ad,t\omega} \\ \text{qui minimise } e^2(s) \text{ avec } s \in \mathbf{S}_{ad,t\omega} \end{array} \right. \quad (6)$$

5 Procédure de recalage

5.1 Activation de la procédure

Une fois les capteurs défaillants écartés, il faut définir si le modèle a besoin d'être recalé. Pour cela, on définit une erreur relative ε^2 de la forme suivante :

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{mes(\Omega_t)} \int_{t_i}^{t_f} \int_{\omega_t^{min}}^{\omega_t^{max}} \frac{(\underline{V} - \underline{U})^* [\mathbf{K} + T\omega^2 \mathbf{C}] (\underline{V} - \underline{U})}{D^2} dt d\omega \quad (7)$$

$$\text{avec } D^2 = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{mes(\Omega_t)} \int_{t_i}^{t_f} \int_{\omega_t^{min}}^{\omega_t^{max}} (\underline{V}^0 + \underline{U}^0)^* [\mathbf{K}^0 + T\omega^2 \mathbf{C}^0] (\underline{V}^0 + \underline{U}^0) dt d\omega \quad (8)$$

$$(9)$$

où $\underline{U}^0, \underline{V}^0, \mathbf{K}^0$ et \mathbf{C}^0 sont les quantités associées au modèle dans sa configuration initiale (*i.e.* avant recalage).

Le modèle doit être recalé si :

$$\varepsilon^2 \geq \varepsilon_0^2 \quad (10)$$

où ε_0^2 est une valeur seuil donnée.

Cette valeur dépend de la finesse du modèle choisi pour représenter la structure. Pour un modèle riche, capable de rendre compte de la majorité des phénomènes en jeu, ε_0 sera fixé à une valeur faible (typiquement 1-2%). Pour des modèles plus simplistes et grossiers, chercher à atteindre une faible valeur d'erreur n'a pas de sens ; qui plus est, le modèle peut en être incapable. Pour de tels modèles, la valeur seuil (10) sera fixée à 5-10%.

On sort de la procédure de recalage dès que le critère (10) devient faux.

5.2 Une itération du processus de recalage

Pendant une itération de la procédure, l'erreur relative est calculée pour chaque sous-structure $E \in \mathbf{E}$:

$$\varepsilon_E^2 = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{mes(\Omega_t)} \int_{t_i}^{t_f} \int_{\omega_t^{min}}^{\omega_t^{max}} \frac{(\underline{V}_E - \underline{U}_E)^* [\mathbf{K}_E + T\omega^2 \mathbf{C}_E] (\underline{V}_E - \underline{U}_E)}{D^2} dt d\omega \quad (11)$$

et on définit \mathbf{E}_R le sous-espace des sous-structures \mathbf{E} telles que :

$$\varepsilon_E^2 \geq 0.8 \sup_{E \in \mathbf{E}} \varepsilon_E^2 \quad (12)$$

qui sont les sous-structures dont les raideurs sont les plus mal modélisées et ont besoin d'être recalées.

5.3 Recherche du minimum

L'erreur globale e^2 est fonction de tous les paramètres de raideur. Le problème de correction consiste alors à trouver les paramètres de raideur $\underline{\alpha}_R$ (associés aux sous-structures à recalculer $E \in \mathbf{E}_R$) qui minimisent $e^2(\underline{\alpha}_R)$. Une fois le minimum atteint pour le sous-ensemble \mathbf{E}_R , un nouvel ensemble \mathbf{E}_R peut être défini.

Ce minimum de l'erreur peut être atteint à l'aide de méthodes du type gradient ou BFGS. Le critère d'arrêt (10), quant à lui, concerne l'erreur relative ; par conséquent, si l'algorithme de descente s'arrête sur un minimum local, le critère d'arrêt sur l'erreur relative $\varepsilon^2 \leq \varepsilon_0^2$ ne sera pas vérifié et la procédure de recalage pourra continuer.

5.4 Sortie de la procédure

Une fois le critère ε_0^2 atteint, on est en mesure de fournir :

- de nouvelles valeurs pour les paramètres $\alpha_i \in \underline{\alpha}_R$, qui sont données dans un intervalle $A_i = [\alpha_i^{min}; \alpha_i^{max}]$, associé à la valeur ε_0^2 de l'erreur relative,
- une estimation des excitations, qui sont calculées grâce aux nouvelles valeurs $\alpha_i \in A_i$.

5.5 Cas problématiques

Il peut arriver que la procédure de recalage ne puisse aller à son terme : l'erreur ne peut décroître. Cela peut signifier que le modèle est globalement incapable de représenter les mesures car trop pauvre. Une modification en profondeur de ce dernier doit être effectuée.

6 Mise en œuvre sur un modèle de lanceur

Dans cette section, on illustre la méthode décrite ci-avant dans le cas du modèle le plus simple utilisé par Astrium pour représenter une partie du lanceur Ariane 5E.

6.1 Les mesures

Les données accessibles pour le vol que l'on étudie concernent :

- 2 capteurs accélérométriques aux noeuds 1 et 2,
- 1 capteur de pression au noeud 1 (voir figure 3 pour la position des noeuds)

En conséquence de l'hypothèse formulée en introduction, et qui suppose que les données du problème sont lentement variables avec t , une manière efficace de post-traiter les mesures est d'utiliser une transformée de Fourier à fenêtre glissante. Afin d'avoir le meilleur compromis pour la résolution temps-fréquence, on choisit des fenêtres de Gabor (gaussienne). L'analyse temps fréquence pour les accéléromètres et les capteurs de pression est représentée figure 2.

6.2 Recalage d'un modèle simple

6.2.1 Le modèle EF

On considère le modèle le plus simple utilisé par Astrium pour représenter une partie du lanceur.

Le modèle de la figure 3 ne prend en compte que les déplacements verticaux ; c'est une hypothèse très restrictive, mais qui permet malgré tout de rendre compte des principaux phénomènes.

Les excitations sont principalement dues à des oscillations de pression à l'intérieur des EAP . Les efforts associés vont apparaître pour les noeuds 1, 2 et 3 et les inconnues d'effort seront notées $\underline{F}_{EAP} = \{F_1, F_2, F_3\}$.

Afin de modéliser plus fidèlement l'élancement de l' EAP qui joue un rôle prépondérant (eu égard au chargement), on ajoutera n_{EAP} noeuds sur l' EAP .

Sont également pris en compte les dépendances au temps des paramètres de raideur et surtout de masse des différents composants.

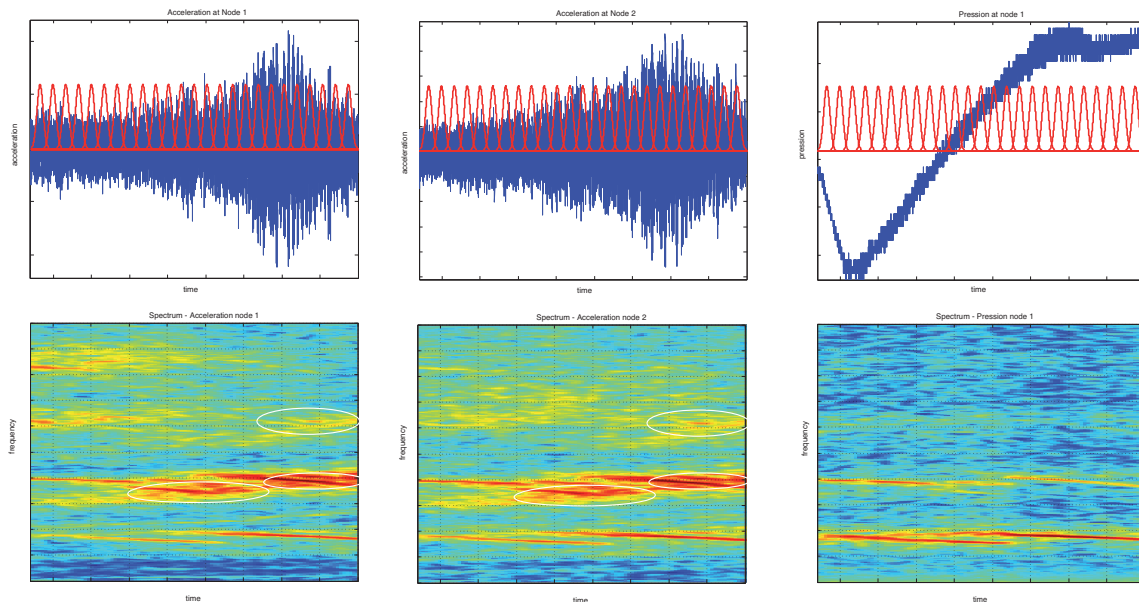


FIG. 2 – Analyse temps-fréquence fenêtres de type "Gabor".

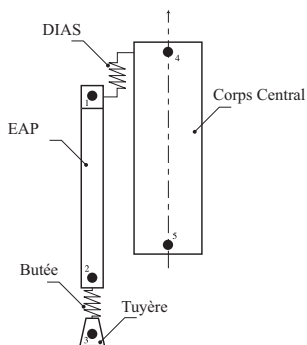


FIG. 3 – Modèle unidimensionnel.

- l'Etage à poudre *EAP*,
 - le Corps Central *CC*, qui modélise le corps du lanceur et l'*EAP* droit,
 - la tuyère *TUY*.
- et deux liaisons :
- le *DI*spositif *AS*souplisseur *DIAS*, qui est la liaison (considérée élastique) entre le *CC* et l'*EAP*,
 - la *Butée* flexible, qui est la liaison entre la *TUY* et l'*EAP*.

6.3 Premiers résultats

Sont représentés sur la figure 4 les différents résultats obtenus pour les étapes de localisation et de sortie de la procédure décrite ci-avant.

7 Conclusion

Dans cette communication, on a présenté une démarche de recalage adaptée à un environnement expérimental incertain et testée sur un modèle EF simple. Cette méthode permet de définir la "qualité" du modèle traité au regard des phénomènes impliqués, grâce au niveau d'erreur relative atteint en sortie de procédure. Un modèle grossier est associé à un niveau d'erreur élevé (5-10%) tandis qu'un modèle fin et adapté au problème atteint des valeurs de 1-2%.

L'algorithme développé est applicable à des modèles industriels complexes, et fait preuve en la matière d'une grande robustesse. Cette approche, teintée d'un "contenu mécanique" fort, fournit les jeux de paramètres à recaler dans des intervalles (associés à des faibles valeurs de l'erreur relative) et, du même coup, conduit à une estimation des excitations, considérées comme partiellement inconnues.

À court terme, l'enjeu est de traiter des modèles industriels de lanceur Ariane 5E, susceptibles de contenir des données probabilistes et dissipatives. Les perspectives à plus long terme sont de procéder à une optimisation de la position des capteurs sur le lanceur, ce afin de réduire les méconnaissances sur

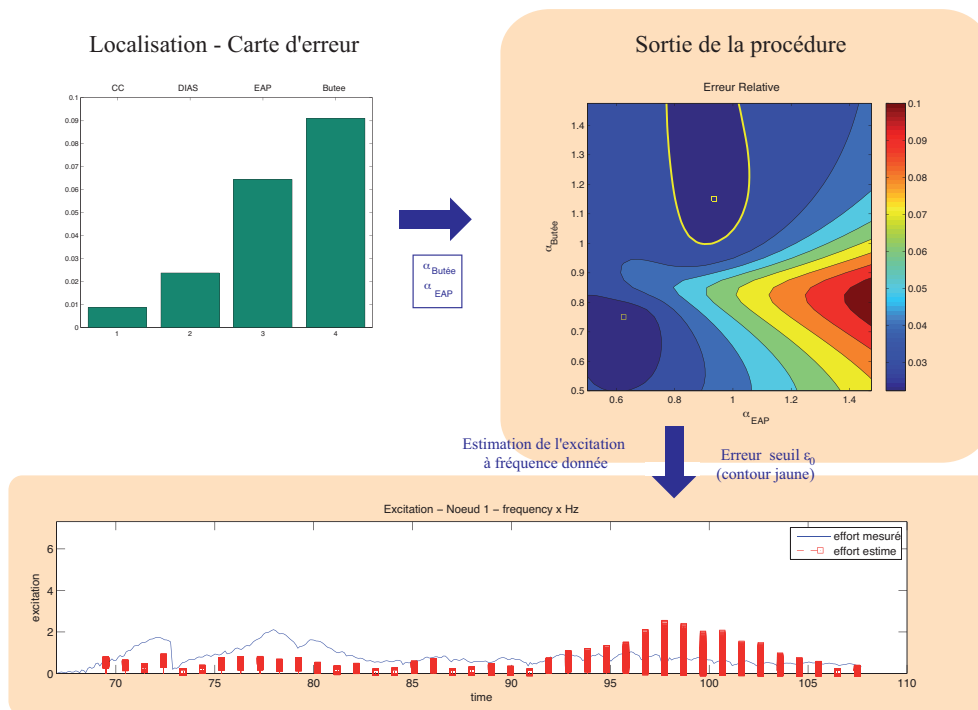


FIG. 4 – Premiers résultats pour un modèle simpliste.

des quantités d'intérêt à définir.

Références

- [1] J. Mottershead and M. Friswell. Model updating in structural dynamics : a survey. *Journal of Sound and Vibration*, 167 :347–375, 1993.
- [2] P. Stoca and R. Moses. *Introduction to spectral analysis*. Prentice Hall, 1997.
- [3] P. Ladevèze. *A localization method of stiffness errors for the adjustment of FE models*, chapter FE Modeling and Analysis, pages 355–361. ASME publishers, 1989.
- [4] P. Ladevèze. Error on the constitutive relation in dynamics. In et al. (Eds.) H.D. Bui, M. Tanaka, editor, *Inverse Problems in Engineering*, pages 251–256, Rotterdam, 1994. Balkema.
- [5] P. Ladevèze and A. Chouaki. Application of a posteriori error estimation for structural model updating. *Inverse Problems*, 15 :49–58, 1999.
- [6] P. Ladevèze, G. Puel, A. Deraemaeker, and T. Romeuf. Validation of structural dynamics models containing uncertainties. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 195 :373–393, 2006.
- [7] B. Faverjon, P. Ladevèze, and F. Louf. Validation of stochastic linear structural dynamics models. *Computers and Structures*, 87 :829–837, 2009.
- [8] H. J.-P. Morand and R. Ohayon. *Fluid-Structure Interactions*. Wiley, 1995.
- [9] J.-S. Schotté. *Influence de la gravité sur les vibrations linéaires d'une structure élastique contenant un liquide incompressible*. PhD thesis, Conservatoire National des Arts et Métiers, 2001.