

## **Théorie des Ondes Bloch Appliquée à la Modélisation de la Propagation d'Ondes Élastiques dans des Milieux Périodiques**

B. -Y. Tian<sup>1</sup>, B. Tie<sup>1</sup>, D. Aubry<sup>1</sup>

<sup>1</sup>LMSSMat, Ecole Centrale Paris, Grande Voie des Vignes, 92290 Châtenay-Malabry, France, (biyu.tian, bing.tie, denis.aubry)@ecp.fr

**Résumé** — L'analyse théorique et la modélisation numérique de la propagation d'ondes élastiques dans des milieux périodiques sont présentées. L'outil théorique de base est la théorie des ondes Bloch. En identifiant les valeurs propres et les modes périodiques de Bloch sur une cellule primitive, les bandes de fréquence passantes et bloquantes, les directions privilégiées de propagation, l'amplitude des ondes diffractées sont étudiées. La décomposition par ondes de Bloch permet aussi de développer de nouveaux modèles numériques afin de mieux décrire les phénomènes des ondes de hautes fréquences.

**Mots clefs** — Milieu périodique, Ondes Bloch, Propagation des ondes élastiques.

Des matériaux composites sandwichs en nid d'abeilles sont largement utilisés, notamment dans l'industrie aérospatiale et aéronautique, à cause de leur très bon rapport entre la rigidité en flexion et le poids. Beaucoup d'études ont déjà été consacrées à la modélisation numérique du comportement statique ou dynamique des sandwichs en nid d'abeilles ([1], [2]). Généralement, les modèles homogénéisés classiques sont utilisés afin d'avoir des modèles numériques de taille raisonnable. Cependant, nos travaux précédents ([3], [4]) ont montré que, si le comportement dynamique en membrane des sandwichs peut être correctement représenté par les modèles homogénéisés classiques dans une large gamme de fréquences, les mêmes modèles ne permettent malheureusement pas de bien décrire le comportement en flexion dans le domaine de hautes fréquences. En effet, lorsque les longueurs d'onde impliquées deviennent aussi petites que les longueurs caractéristiques des cellules du nid d'abeille, sa microstructure interagit avec les ondes, comme la couche en nid d'abeilles joue un rôle important dans le comportement en flexion du sandwich, ces effets d'interaction entre les cellules et les ondes ne peuvent plus être négligées, alors qu'ils ne sont pas pris en compte par des modèles homogénéisés classiques.

Comme milieux périodiques, nous en considérons successivement trois types : un réseau 1D composé de barres, un réseau 2D composé de poutres et une plaque en nid d'abeilles. Le nid d'abeille considéré dans ce travail possède une structure cellulaire en dupliquant une cellule primitive composée de trois plaques minces. Il a été prouvé que la propagation des ondes dans le nid d'abeille est déterminée par sa microstructure et le réseau constitué par les parois joue un rôle de filtrage en fréquence et spatial ([5], [6]). Le travail présenté ici consiste à appliquer la théorie des ondes de Bloch à l'analyse théorique et à la modélisation numérique des phénomènes de propagation des ondes à haute fréquence (HF) dans un tel milieu périodique. Grâce aux transformées directe et inverse d'ondes de Bloch, on peut décomposer la solution non périodique sur une base de modes périodiques, dits modes de Bloch, cela permet de considérer seulement une cellule primitive en recherchant des valeurs propres et des modes propres du système périodique ([7]). Ainsi, on peut obtenir des informations importantes ([8]), comme les bandes de fréquence passante ou bloquante (Figure 1), les directions privilégiées de propagation, et l'amplitude des ondes diffractées par les cellules périodiques, etc. On peut ainsi mieux comprendre les phénomènes de transmission, de conversion, de réflexion et d'atténuation d'ondes dans le milieu périodique. Ensuite, ces modes de Bloch cellulaires seront utilisées pour décomposer la solution transitoire non périodique, ce qui permet de développer des nouveaux modèles numériques qui peuvent prendre en compte la microstructure du milieu périodique tout en optimisant la taille de modèles. Les analyses théoriques seront comparées avec des simulations numériques utilisant des modèles homogénéisés classiques ou des modes de Bloch.

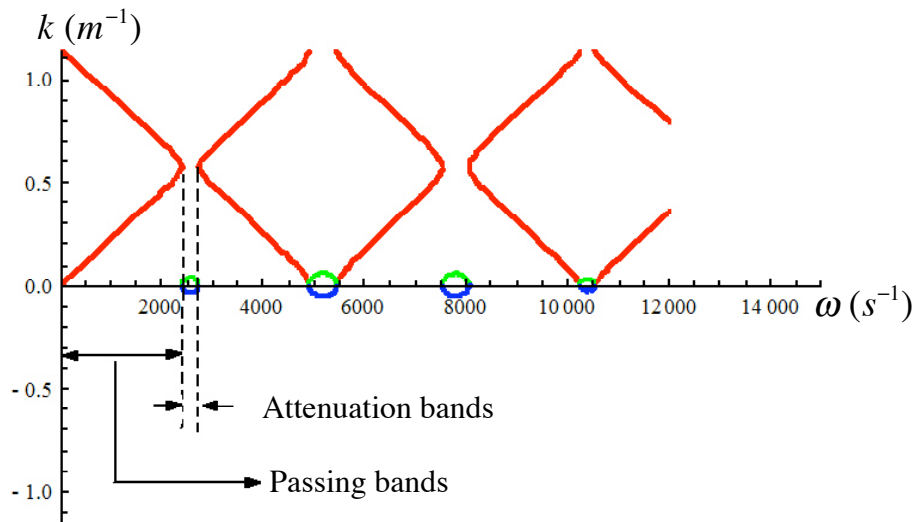


FIG. 1 – Les bandes de fréquence passantes et bloquantes pour un réseau 1D composé de barres

## Références

- [1] L. J. Gibson, M. F. Ashby. Cellular solids: Structure and properties, International Series on Materials Science & Technology, Pergamon Press, Oxford, Great Britain, 1988.
- [2] W. S. Burton, A. K. Noor. Assessment of continuum models for sandwich panel honeycomb cores, Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 45, page341-page360, 1997.
- [3] A. Grédé, B. Tie, D. Aubry. Elastic wave propagation in hexagonal honeycomb sandwich panels: Physical understanding and numerical modeling, Journal de Physique, vol. 134, page507-page514, 2006.
- [4] B. Tie, D. Aubry, A. Grédé, J. Philippon, B. -Y. Tian, Ph. Roux, B. Troclet. Predictive numerical modeling of pyroshock propagation in payload adaptors of space launcher, 11th ECSSMT European Conference on Spacecraft Structures, Materials & Mechanical Testing (CNES ESA DLR), Toulouse, France, 2009
- [5] D. J. Mead. A general theory of harmonic wave propagation in linear periodic systems with multiply coupling, Journal of Sound and Vibration, vol. 27, page235-page260, 1973.
- [6] R. S. Langley, N. S. Bardell, H. M. Ruivo. The response of two-dimensional periodic structures to harmonic point loading: a theoretical and experimental study of a beam grillage, Journal of Sound and Vibration, vol. 207, page521-page535, 1997.
- [7] A. Srikantha, J. Woodhouse, N. A. Fleck. Wave propagation in two-dimensional periodic lattice, J. Acoust. Soc. Am, vol. 119(4), page1995-page2005, 2006.
- [8] L. Brillouin. Wave propagation in the periodic structures, Dover Publications, New York, 1946.