



HAL
open science

Simulation numérique du comportement de milieux fibreux enchevêtrés

Damien Durville

► **To cite this version:**

Damien Durville. Simulation numérique du comportement de milieux fibreux enchevêtrés. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592887

HAL Id: hal-00592887

<https://hal.science/hal-00592887v1>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Simulation numérique du comportement de milieux fibreux enchevêtrés : application au serrage de nœuds

D. Durville

LMSSMat, Ecole Centrale Paris, France, damien.durville@ecp.fr

Résumé — Une approche du comportement mécanique de milieux constitués d'un assemblage discret de fibres est proposée à l'aide de la simulation par éléments finis. La détection et la modélisation des interactions de contact-frottement entre poutres subissant de grandes transformations constituent le cœur de la méthode. Une modélisation du contact à l'aide d'éléments discrets construits selon des critères géométriques à partir de géométries intermédiaires créées au niveau de zones de proximité est présentée. Cette approche est appliquée à la simulation de nœuds de fils constitués d'assemblages de fibres.

Mots clés — contact-frottement, milieux fibreux, simulation de nœuds.

1 Introduction

Les problématiques liées à la prise en compte des contacts entre poutres en grandes transformations font l'objet de développements récents [8, 7, 2], répondant notamment à une motivation se rapportant à la modélisation des matériaux textiles [5, 6]. Si les approches proposées caractérisent souvent la localisation du contact par un critère de distance minimale, une démarche différente est présentée ici, s'appuyant sur la construction de géométries intermédiaires au niveau des zones de contact, à partir desquelles sont construits des éléments de contact discrets. Les conditions de contact sont traitées par une méthode de pénalisation régularisée, avec une adaptation de la raideur de contact au niveau de chaque zone de proximité. Les méthodes proposées sont appliquées au cas de serrages de nœuds qui mettent en application les problématiques d'auto-contact [2], et qui sont étudiées par ailleurs dans les domaines de la visualisation graphique [10], ou de manière théorique [4].

2 Détection des contacts entre poutres

Nous nous intéressons à des assemblages de fibres chaque fibre étant représentée par un modèle de poutre à cinématique enrichie [5, 6]. Ce modèle, développé dans un cadre de grands déplacements et grandes déformations représente la cinématique de chaque section de poutre à l'aide de trois vecteurs cinématiques : le vecteur position du centre de section, ainsi que deux vecteurs directeurs de section, selon une modélisation proche de la théorie d'Antman [1]. Les variations de ces vecteurs directeurs de section sont non contraintes a priori, c'est-à-dire que ces vecteurs peuvent varier en angle et en norme, permettant de représenter des modes de déformations planes des sections des poutres.

La méthode de recherche et de traitement du contact est fortement orientée par le type de structure considérée. Dans le cas des milieux enchevêtrés qui nous intéressent ici, des configurations de contact très variées peuvent se rencontrer. Selon les orientations relatives des fibres en contact, les zones de contact peuvent s'étendre continûment sur une certaine longueur pour des fibres quasiment parallèles, ou au contraire se réduire à une zone de contact quasi ponctuelle dans le cas d'un croisement entre deux fibres. Nous cherchons une méthode de détection des contacts entre poutres qui puisse s'adapter à ces différentes situations.

Les méthodes classiques pour le traitement des contacts entre poutres cherchent à caractériser la position des contacts par un critère de distance minimale entre poutres [8, 9, 7]. Ces méthodes ont l'avantage de définir de manière univoque les lieux du contact. Cependant, si elles s'avèrent bien adaptées au cas des croisements entre poutres pour lesquels le minimum apparaît unique, elles présentent des difficultés pour le cas de contacts s'étendant sur une zone continue entre deux poutres et pour lesquels la notion de

minimum perd de sa pertinence.

2.1 Discrétisation a priori du contact à partir d'une géométrie intermédiaire

Du fait de la géométrie élancée des poutres, nous cherchons à aborder le contact entre poutres comme un phénomène linéique. Concernant la modélisation du contact, une question importante consiste à déterminer quelles entités apparier pour établir des conditions cinématiques de contact. Face à la nécessité de pouvoir détecter le contact en des endroits très précis, notamment au niveau des croisements entre poutres, nous choisissons de traiter le contact à partir d'éléments de contact discrets, associant deux particules matérielles positionnées en surface des poutres. Le fait d'utiliser des éléments de contact discrets permet de les positionner aux endroits précis où le contact peut être prédit. La méthode de détection du contact consiste à définir comment ces éléments de contact sont positionnés et construits.

Ces éléments de contacts discrets, bien adaptés pour la prise en compte de contacts croisés, sont aussi utilisés au niveau des zones de contact étendues entre fibres quasi parallèles. Dans ce cas, la distance de discrétisation entre éléments de contact doit être adaptée à la discrétisation éléments finis adoptée pour représenter les poutres. Si on utilise, par exemple, des éléments finis quadratiques pour les fibres, on prendra comme distance de discrétisation du contact la moitié de la plus petite longueur d'élément fini utilisée sur les deux poutres en contact.

2.2 Zone de proximité et géométrie intermédiaire

Le positionnement et la construction des éléments de contact sont effectués à partir de critères géométriques en utilisant la géométrie des fibres discrétisées par éléments finis. L'idée qui sous-tend la création des éléments de contact est d'utiliser une géométrie intermédiaire dans les zones potentielles de contact, qui serve de support pour la discrétisation du contact, et qui fournisse des directions adaptées pour la recherche du contact. La démarche consiste d'abord à repérer au sein de la structure de fibres des zones de proximité, pour construire ensuite au niveau de chacune de ces zones une géométrie intermédiaire, définie comme une moyenne des lignes en contact, à partir de laquelle sont générés les éléments de contact.

2.2.1 Zones de proximité

La recherche des zones de proximité vise à localiser grossièrement le contact en délimitant des portions de poutres qui sont déclarées proches entre elles, selon un critère de proximité noté Δ_{prox} . Pour réaliser cette recherche de manière pas trop coûteuse, pour chaque paire de poutres (I, J) dans l'assemblage, on définit sur l'une des poutres un ensemble points tests séparés par une distance de discrétisation assez grossière, et pour chacun de ces points tests, on cherche le point le plus proche sur l'autre poutre ; ce point le plus proche étant soit un nœud extrémité d'un élément fini, soit un projeté orthogonal sur un élément fini. Si on note (s_i^I) les abscisses curvilignes des points tests définis sur la fibre moyenne de première poutre, et $\mathbf{x}_0^I(s_i^I)$ la position de ces points sur la première poutre, le point le plus proche associé sur la poutre J , est identifié par son abscisse curviligne $s_{p,i}^J$ définie par

$$s_{p,i}^J = \operatorname{argmin}_{0 \leq s^J \leq L^J} (\|\mathbf{x}_0^I(s_i^I) - \mathbf{x}_0^J(s^J)\|).$$

À chaque point test, ainsi qu'à chaque point proche apparié, on associe une portion de ligne moyenne, centrée sur ce point, et de largeur légèrement supérieure à la distance entre points tests. Si la distance entre un point test et son point le plus proche est inférieure au critère de proximité Δ_{prox} , les deux portions de lignes moyennes associées seront considérées comme proches. Si le couple suivant de points proches vérifie le critère de proximité, et si les portions de lignes associées ont des intersections avec les portions de lignes du couple précédent, on élargit les zones de proximités précédentes (Fig. 1).

À l'issue du processus de détermination des zones de proximité, chaque zone de contact est identifiée par deux intervalles d'abscisses curvilignes délimités sur les deux poutres, la k -ième zone de proximité déterminée entre les poutres I et J étant définie par

$$Z_k^{IJ} = ([a_k^I, b_k^I], [a_k^J, b_k^J]).$$

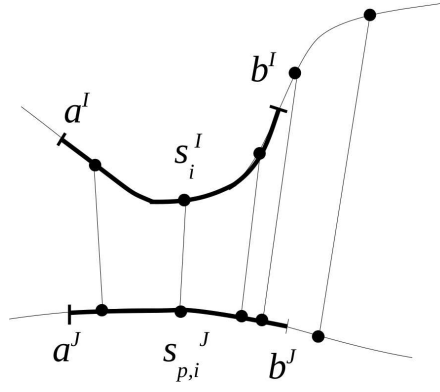


FIG. 1 – Construction d’une zone de proximité

Cas de l’auto-contact Pour traiter le cas de l’auto-contact, la démarche est analogue à celle du cas de deux poutres distinctes, sauf que pour la recherche du point le plus proche sur la poutre, on rajoute un critère d’exclusion obligeant à chercher un point proche dont l’abscisse curviligne est suffisamment éloignée de l’abscisse curviligne du point test. Si on note δ_{exclus} l’écart minimal entre abscisses curvilignes pour rechercher un point proche, l’abscisse $s_{p,i}^I$ du point le plus proche sur la poutre I associé au point test d’abscisse curviligne s_i^I est définie par

$$s_{p,i}^I = \underset{\substack{0 \leq s^I \leq L^I \\ |s^I - s_i^I| \geq \delta_{exclus}}}{\operatorname{argmin}} (\| \mathbf{x}_0^I(s_i^I) - \mathbf{x}_0^I(s^I) \|).$$

Cette adaptation permet de créer des zones de proximité entre portions de poutres appartenant à la même poutre. Rien ne distingue par la suite le traitement de l’auto-contact du traitement du contact entre deux poutres distinctes.

2.2.2 Détermination du contact à partir de la géométrie intermédiaire

Les zones de proximité sont utilisées pour définir une géométrie intermédiaire, destinée à fournir une approximation de la géométrie du contact. Cette géométrie intermédiaire est définie comme la moyenne des portions de poutres associées au sein d’une zone de proximité. Pour une zone de proximité Z_k^{IJ} , la position $\mathbf{x}_{int}(s)$ d’un point de cette géométrie intermédiaire repéré par son abscisse relative s est définie par

$$\mathbf{x}_{int}(s) = \frac{1}{2} (\mathbf{x}_0^I((1-s)a_k^I + sb_k^I) + \mathbf{x}_0^J((1-s)a_k^J + sb_k^J)).$$

Plutôt que de déterminer le contact en partant d’un point sur une des portions de poutre, et en cherchant un point cible sur la portion de poutre en vis-à-vis, nous cherchons à déterminer le contact à partir de la géométrie intermédiaire. La question de l’appariement du contact consiste alors à rechercher deux particules situées sur les surfaces de portions de poutres considérées, dont on peut prédire qu’elles sont susceptibles d’entrer en contact en un point donné de la géométrie intermédiaire.

Pour la génération des éléments de contact, on commence par définir pour chaque zone de proximité une discrétisation de la géométrie intermédiaire, en définissant un ensemble d’abscisses curvilignes relatives s_c sur la géométrie intermédiaire, en lesquelles le contact sera traité de manière discrète. En chaque abscisse s_c est défini un élément de contact, noté $E(s_c)$, associant deux particules qu’on prédit entrer en contact au niveau du point correspondant de la géométrie intermédiaire :

$$E(s_c) = (\xi_c^I, \xi_c^J); \text{ telles que } \xi_c^I \text{ et } \xi_c^J \text{ entrent en contact en } \mathbf{x}_{int}(s_c).$$

La détermination des particules de contact correspond à une prédiction approchée. Dans un premier temps, on détermine une paire de sections de poutres impliquées dans un contact au point d’abscisse s_c sur la ligne intermédiaire. Les abscisses curvilignes des centres de ces sections de poutre sont définies par les relations

$$\begin{aligned} &(\mathbf{x}_0^I(s^I) - \mathbf{x}_{int}(s_c), \mathbf{t}_{int}(s_c)), \\ &(\mathbf{x}_0^J(s^J) - \mathbf{x}_{int}(s_c), \mathbf{t}_{int}(s_c)), \end{aligned}$$

où $\mathbf{t}_{int}(s_c)$ est la tangente unitaire à la géométrie intermédiaire.

Dans un second temps, on recherche sur la périphérie des sections de poutres associées la position de particules susceptibles d'entrer en contact. Pour cela on utilise la direction entre les deux centres de sections associées, qui est projetée sur chacune des sections, l'intersection entre ces projections et les contours des sections permettant de positionner les particules choisies pour constituer l'élément de contact (Fig. 2).

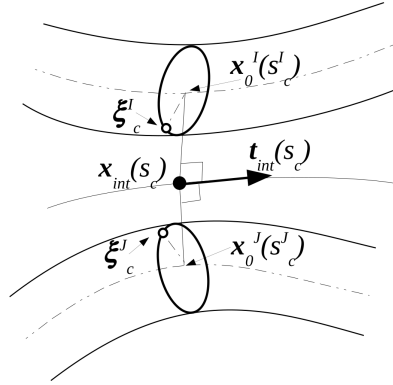


FIG. 2 – Construction d'un élément de contact

2.2.3 Direction normale de contact et condition cinématique linéarisée de contact

Afin de pouvoir définir une distance pour mesurer la pénétration, une direction normale de contact est associée à chaque élément de contact. Cette direction est calculée localement en fonction de l'orientation relative des portions de poutres en contact, de manière à éviter que ces portions ne puissent se traverser. En notant $N(E_c)$ la direction normale unitaire de contact associée à un élément de contact, la condition cinématique de non interpénétration au niveau d'un élément de contact est exprimée de la manière suivante :

$$\text{gap}(E_c) = (\mathbf{x}^I(\xi_c^I) - \mathbf{x}^J(\xi_c^J), N(E_c)) \geq 0. \quad (1)$$

2.3 Caractère non linéaire des éléments de contact

Tel qu'il a été défini, le procédé de détermination des éléments de contact dépend dans sa globalité de la configuration actuelle des poutres, et donc de la solution. Les zones de proximité, les géométries intermédiaires, et donc les éléments de contact eux-mêmes doivent donc être corrigés en fonction de l'évolution de la géométrie. Face à l'absence de moyen direct pour dériver les différentes relations qui déterminent les positions des particules des éléments de contact par rapport à la solution en déplacement, un algorithme de type point fixe sur la détermination des éléments de contact et des directions normales de contact apparaît comme la solution la plus accessible pour traiter les non linéarités géométriques inhérentes à la détermination du contact. Les éléments de contact ainsi définis ne sont valables qu'à un instant donné, et n'ont aucune continuité dans le temps.

3 Modèles de contact et de frottement

3.1 Pénalisation régularisée et adaptée pour le traitement du contact normal

Les conditions cinématiques de contact (1) sont imposées par une méthode de pénalisation. La convergence des algorithmes en présence d'un grand nombre d'éléments de contact peut rapidement devenir problématique. Deux améliorations de la méthode de pénalisation apparaissent importantes pour stabiliser les algorithmes de contact.

La première amélioration consiste en une régularisation quadratique de la pénalisation pour les faibles pénétrations. Plutôt que d'exprimer la réaction normale du contact comme une fonction simplement proportionnelle à la pénétration, on considère une partie quadratique pour les pénétrations inférieures à un seuil de régularisation, noté p_{reg} , prolongée de manière continue par une fonction linéaire

au-delà de ce seuil, en exprimant la réaction normale $R_N(E_c)$ en fonction du gap de la manière suivante :

$$\begin{cases} \text{si } \text{gap}(E_c) > 0, R_N(E_c) = 0 \\ \text{si } -p_{reg} \leq \text{gap}(E_c) \leq 0, R_N(E_c) = \frac{k_N}{2p_{reg}} \text{gap}(E_c)^2, \\ \text{si } \text{gap}(E_c) < -p_{reg}, R_N = -k_N \text{gap}(E_c) - \frac{k_N}{2} p_{reg}. \end{cases}$$

La régularisation quadratique a pour effet de stabiliser la convergence du contact en garantissant une continuité de la dérivée de la fonction à l'origine. La transition vers le contact se fait avec une rigidité quasi-nulle pour de très faibles pénétrations, ce qui tend à lisser les transitions entre les statuts contactant et non contactant pour les éléments qui auraient tendance à osciller entre ces deux états.

La deuxième modification importante de la pénalisation concerne l'adaptation locale du coefficient de pénalisation au niveau de chaque zone de proximité [3]. À effort fixé, les pénétrations tolérées par la méthode de pénalisation sont inversement proportionnelles au coefficient de pénalisation. La régularisation quadratique se montre efficace si une partie des éléments de contact est concernée par la zone de régularisation. Il apparaît alors souhaitable de contrôler globalement la pénétration au niveau de chaque zone de proximité. Pour cela, on se donne une pénétration maximale souhaitée au niveau de chaque zone de proximité, notée p_{max} , et on ajuste la raideur de pénalisation pour que la profondeur de pénétration maximale enregistrée sur chaque zone de proximité atteigne cette valeur maximale. À une itération i de ce processus d'adaptation, si on note gap_{max}^i la pénétration maximale mesurée sur la zone de proximité, pour une raideur de pénalisation k_N^i , la nouvelle raideur de pénalisation k_N^{i+1} est calculée de la manière suivante

$$k_N^{i+1} = \frac{\text{gap}_{max}^i}{p_{max}} k_N^i.$$

Cette adaptation de la pénalisation permet de s'adapter aux efforts de contact variables, d'un endroit à l'autre de la structure, et au cours de l'histoire du chargement.

3.2 Modèle de frottement régularisé

Un modèle de frottement régularisé, prenant en compte un déplacement relatif réversible avant l'apparition du glissement est considéré. La prise en compte d'un déplacement relatif réversible introduit dans le modèle une variable d'histoire qui doit être transmise d'une étape à l'autre, alors que les éléments de contact n'ont pas de continuité dans le temps. Pour remédier à cette non persistance des éléments de contact d'une étape à l'autre, les informations relatives au déplacement relatif réversible sont stockées au niveau de chacune des poutres, et interpolées à chaque fois que les éléments de contact sont régénérés.

4 Simulation de nœuds

Les méthodologies présentées sont mises en œuvre sur des simulations de réalisation de nœuds, qui mettent en particulier en application les problématiques d'auto-contact.

4.1 Nœud d'une fibre élastique

Nous présentons ici le cas d'un nœud simple réalisé à partir d'une seule fibre initialement droite. Le nœud est réalisé en appliquant des déplacements et rotations appropriées aux extrémités de la fibre jusqu'à former une boucle. Afin de pouvoir fermer la boucle, il s'avère nécessaire de la maintenir. Deux poutres auxiliaires sont utilisées à cet effet pour serrer la boucle au moment de fermer le nœud. Ces poutres auxiliaires sont ensuite écartées, et le nœud est serré simplement en déplaçant les extrémités de la poutre, comme illustré sur les étapes successives représentées sur la Figure 3. Pour obtenir une représentation volumique des poutres, un maillage volumique est réalisé en post-traitement à partir de la cinématique du modèle de poutre. Une vue de détail du nœud réalisé est présenté en Figure 4.

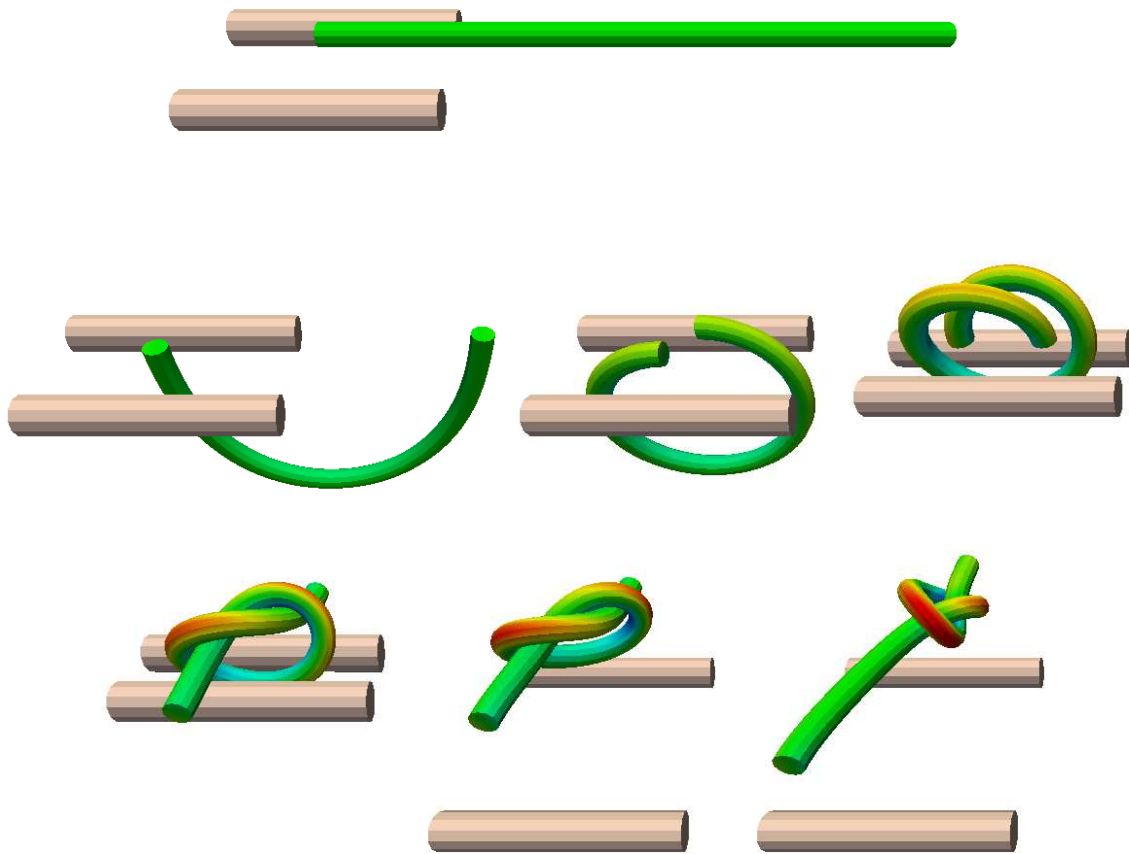


FIG. 3 – Simulation d'un nœud simple

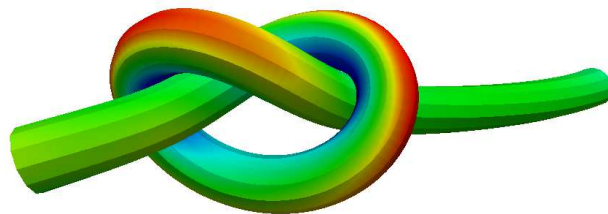


FIG. 4 – Vue du nœud simple dans sa configuration finale

4.2 Nœud d'un fil torsadé

Pour réaliser un nœud à partir d'un fil torsadé, il est d'abord nécessaire de simuler le torsadage de ce fil pour déterminer les trajectoires des fibres au sein du fil.

4.2.1 Simulation du torsadage du fil

Le fil torsadé est réalisé à partir de trois torons de 16 fibres chacun, soit 48 fibres au total. Chaque toron est d'abord tordu dans une direction, puis les trois torons sont torsadés ensemble dans l'autre direction pour former le fil (Figure 5).

4.2.2 Réalisation du nœud du fil torsadé

Le fil torsadé est noué de la même manière que la fibre seule. La rigidité en flexion beaucoup plus faible que pour la fibre seule permet d'obtenir une configuration plus serrée du nœud (Figure 6). La coupe du nœud dans sa configuration finale montre la densité de fibres importante à laquelle on parvient.

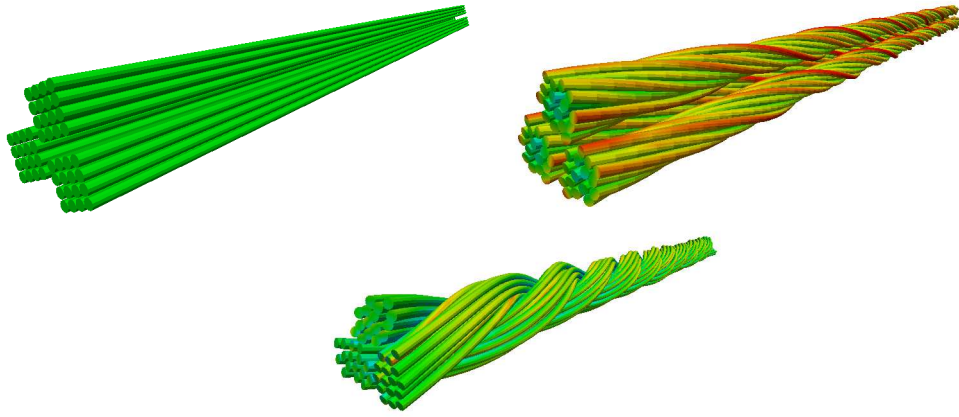


FIG. 5 – Torsadage d'un fil à partir de 48 fibres

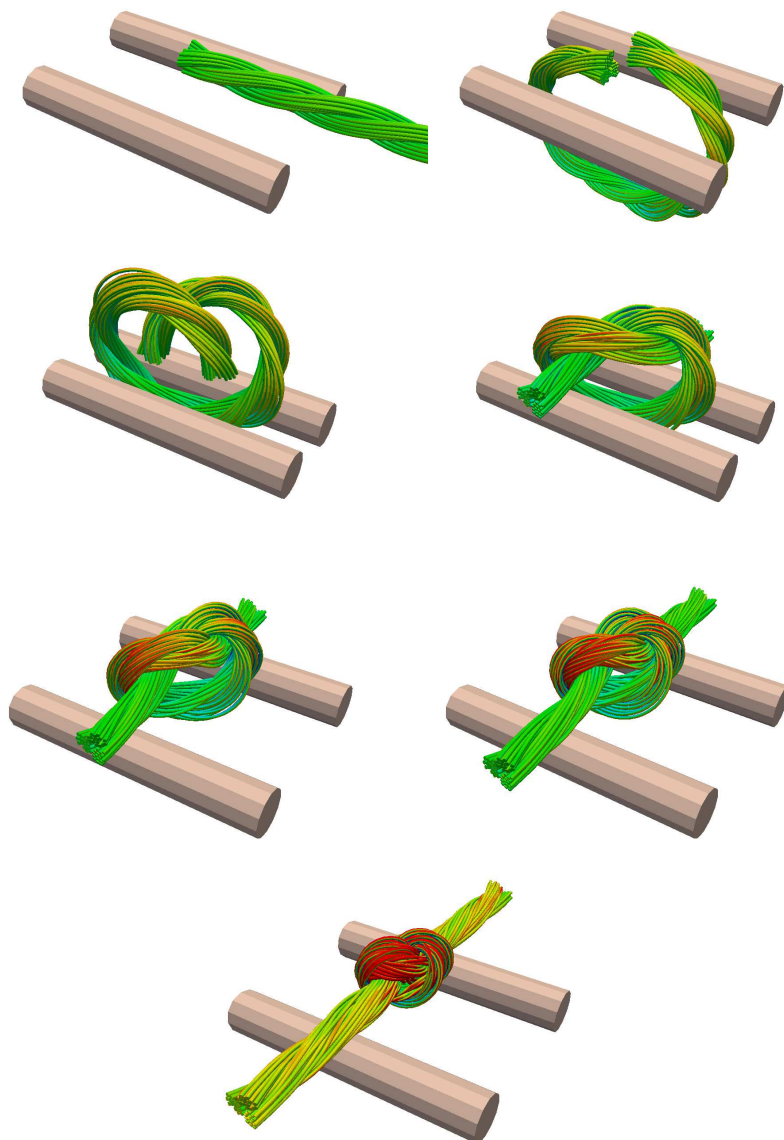


FIG. 6 – Simulation de la réalisation d'un nœud d'un fil torsadé

5 Conclusion

La méthodologie présentée permet d'aborder des configurations de contact variées entre poutres. Les adaptations apportées à la méthode de pénalisation pour le traitement du contact (régularisation

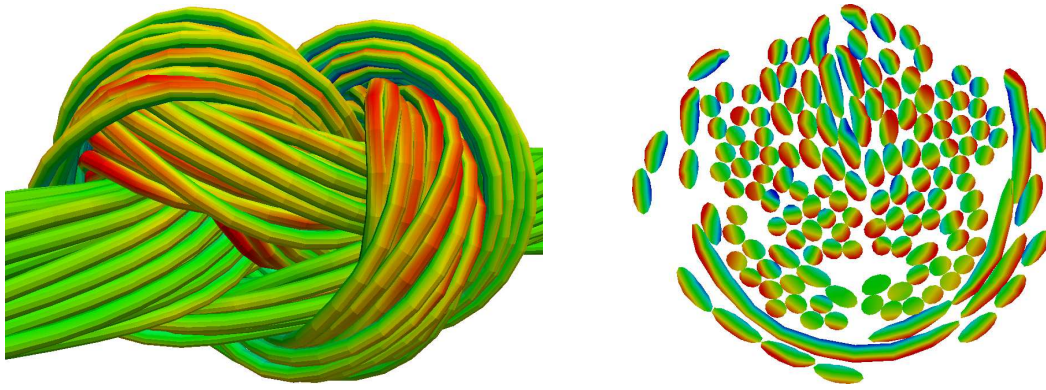


FIG. 7 – Vue du nœud du fil torsadé et coupe du nœud

quadratique et adaptation locale du coefficient de pénalisation) sont nécessaires à la stabilisation des algorithmes de contact pour garantir l'obtention d'une solution convergée en utilisant une méthode de résolution implicite. Les résultats obtenus sur les simulations de nœuds de fils monofilamentaire ou torsadé illustrent les possibilités de l'approche proposée.

Références

- [1] S. S. Antman. *Nonlinear Problems of Elasticity*, Springer-Verlag New York, 1995.
- [2] M. Chamekh, S. Mani-Aouadi, M. Moaker. *Modeling and numerical treatment of elastic rods with frictionless self-contact*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 198, n° 47-48, pp. 3751-3764, 2009.
- [3] D. Chamoret, P. Saillard, A. Rassineux, J.-M. Bergheau. *New smoothing procedures in contact mechanics*, Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. 168, n° 1-2, pp. 107-116, 2004.
- [4] N. Clauvelin, B. Audoly, S. Neukirch. *Matched asymptotic expansions for twisted elastic knots : A self-contact problem with non-trivial contact topology*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 57, n° 9, pp. 1623-1656, 2009.
- [5] D. Durville. *A Finite Element Approach of the Behaviour of Woven Materials at Microscopic Scale*, Mechanics of Microstructured Solids, Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics, Springer, pp. 39-46, 2009.
- [6] D. Durville. *Simulation of the mechanical behaviour of woven fabrics at the scale of fibers*, International Journal of Material Forming, Springer, pp. 1241-1251, 2010.
- [7] A. Konyukhov, K. Schweizerhof. *Geometrically exact covariant approach for contact between curves*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 199, n° 37-40, pp. 2510-2531, 2010.
- [8] P. Litewka. *Finite Element Analysis of Beam-to-Beam Contact*, Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics, Springer, 2010.
- [9] P. Litewka and P. Wriggers *Frictional contact between 3D beams*, Computational Mechanics, vol. 49, n° 8, pp. 26-39, 2002.
- [10] J. Spillmann, M. Teschner. *An Adaptive Contact Model for the Robust Simulation of Knots*, Computer Graphics Forum, vol. 27, n° 2, pp. 497-506, 2008.