

Implémentation de la méthode des développements asymptotiques raccordés dans le cas d'une fine couche d'hétérogénéités

G. Geymonat¹, S. Hendili^{2,3}, F. Krasucki³,
M. Vidrascu²

¹ LMGC, Université Montpellier 2/CNRS, France, geymonat@univ-montp2.fr

² EPI MACS, INRIA Rocquencourt, France, [\[marina.vidrascu,soufiane.hendili\]@inria.fr](mailto:[marina.vidrascu,soufiane.hendili]@inria.fr)

³ I3M, Université Montpellier 2/CNRS, France, [\[krasucki,shendili\]@math.univ-montp2.fr](mailto:[krasucki,shendili]@math.univ-montp2.fr)

Résumé — Dans le cadre des développements asymptotiques raccordés, on propose une méthode efficace et robuste pour modéliser le comportement élastique linéaire d'une structure contenant une fine couche d'hétérogénéités disposées périodiquement. Le problème limite obtenu, caractérisé par des conditions de saut particulières, est résolu numériquement par une méthode de décomposition de domaine.

Mots clés — Multi-matériaux, Multi-échelles, Analyse asymptotique, Elasticité.

1 Motivation

On s'intéresse à des structures caractérisées par une fine couche d'hétérogénéités centrée autour d'un plan Γ . La simulation numérique de ces structures multi-matériaux et à fort caractère multi-échelle, présentes dans différents domaines industriels, est difficile. En effet, un maillage comme celui de la Figure 1 est délicat à réaliser et comporte un grand nombre de degrés de liberté.

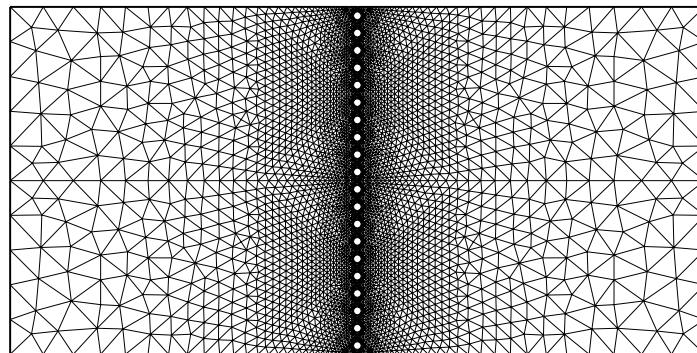


FIGURE 1 – Structure 2D : taille des inclusions $\frac{H}{20}$ (H = hauteur), $ddl = 35690$ (approximation P2)

Il est important de noter qu'on ne peut pas négliger ces hétérogénéités. Leur présence, même restreinte dans une petite zone du domaine, entraîne des phénomènes locaux significatifs ayant une influence non négligeable sur le comportement global de la structure.

L'objectif est de développer, d'analyser et d'implémenter une méthode efficace et robuste pour différents types d'hétérogénéités : cavités, inclusions rigides, ...

On adapte la méthode des développements asymptotiques raccordés introduite dans [3], pour remplacer la couche contenant les hétérogénéités par des conditions de transmission convenables sur la surface Γ .

2 Etude asymptotique

On considère une structure tridimensionnelle élastique linéaire comportant une fine couche d'épaisseur ε centrée sur le plan Γ . De plus on suppose que des inclusions sont réparties périodiquement dans la couche, avec une période d'ordre ε (voir Figure 2). La forme et la fraction volumique des inclusions sont supposées indépendantes de ε . Dans cette étude on s'intéressera au cas des cavités et à celui des

inclusions rigides. En suivant [3], on introduit deux développements asymptotiques :

i) le premier développement, valable uniquement au voisinage des inclusions, s'écrit

$$\mathbf{u}^\varepsilon = \mathbf{v}^0 + \varepsilon \mathbf{v}^1 + o(\varepsilon^2) \quad , \quad \boldsymbol{\sigma}^\varepsilon = \boldsymbol{\tau}^0 + \varepsilon \boldsymbol{\tau}^1 + o(\varepsilon^2), \quad (1)$$

ii) le second développement, valable loin des inclusions, s'écrit

$$\mathbf{u}^\varepsilon = \mathbf{u}^0 + \varepsilon \mathbf{u}^1 + o(\varepsilon^2) \quad , \quad \boldsymbol{\sigma}^\varepsilon = \boldsymbol{\sigma}^0 + \varepsilon \boldsymbol{\sigma}^1 + o(\varepsilon^2), \quad (2)$$

où \mathbf{u}^ε et $\boldsymbol{\sigma}^\varepsilon$ sont le déplacement et la contrainte solutions du problème élastique linéaire.

Les conditions de raccord entre les deux développements asymptotiques fournissent les conditions de transmission. La spécificité de notre étude est de proposer une modification de la méthode originale de [3] utilisée aussi dans [1] et [2], permettant de traiter de façon unitaire le cas des cavités et des inclusions rigides.

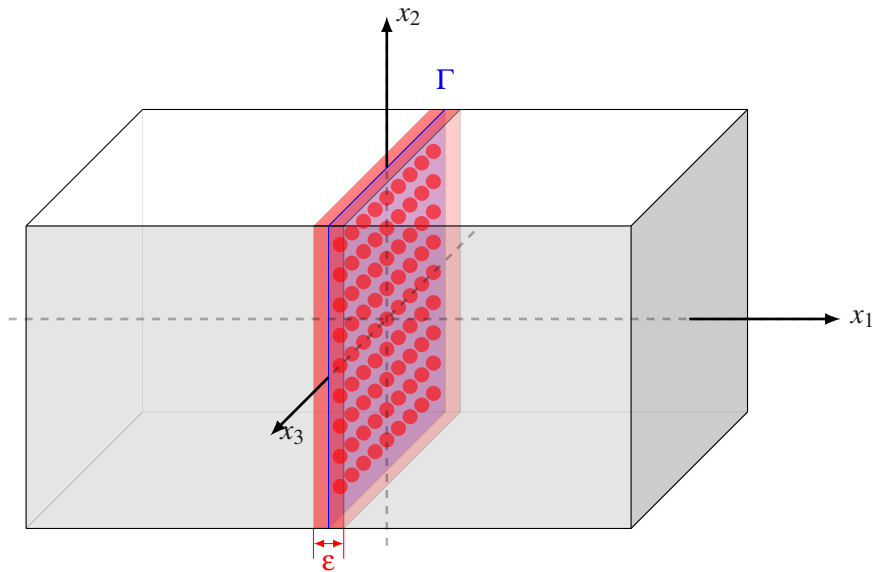


FIGURE 2 – Exemple de structure tridimensionnelle étudiée

3 Résultats numériques

Le modèle asymptotique a été validé numériquement. Alors que le calcul des sauts et des termes $(\mathbf{u}^0, \boldsymbol{\sigma}^0)$ sont réalisés par une méthode éléments finis classique, les termes $(\mathbf{u}^1, \boldsymbol{\sigma}^1)$ sont calculés à l'aide d'un algorithme de type décomposition de domaine avec des conditions de saut particulières. Cette implémentation a été effectuée dans le code Modulf. Des essais numériques sont en cours afin de comparer la solution du problème complet (maillage des hétérogénéités) avec $\mathbf{u}^0 + \varepsilon \mathbf{u}^1$ et $\boldsymbol{\sigma}^0 + \varepsilon \boldsymbol{\sigma}^1$.

Remerciements. Ce travail est en partie subventionné par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) dans le cadre du projet *epsilon* (BLAN08-2_312370) "*Décomposition de domaines et calculs multi-échelles de singularités dans les structures mécaniques*"

Références

- [1] R. Abdelmoula et J. J. Marigo. *The effective behavior of a fiber bridged crack*. J. Mech. Phys. Solids 48(11), 2419 – 2444, 2000.
- [2] J.J. Marigo et C. Pideri. *The effective behavior of elastic bodies containing microcracks or microholes localized on a surface*. à paraître dans International Journal of Damage Mechanics.
- [3] G. Nguetseng et E. Sanchez-Palencia *Stress concentration for defects distributed near a surface*. P. Ladevèze (ed.) : Local Effects in the Analysis of Structures. Elsevier, Amsterdam, 1986.