

Modèle micromécanique d'endommagement basé sur des approches cohésives

N. Blal^{1,2,3}, L. Daridon^{1,3},
Y. Monerie^{2,3}, S. Pagano^{1,3}

¹ Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Montpellier, France, {nawfal.blal,loic.daridon,stephane.pagano}@univ-montp2.fr

² Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire, Cadarache, France, yann.monerie@irsn.fr

³ Laboratoire de Micromécanique et d'Intégrité des Structures (IRSN-CNRS-UMII)

Résumé — On propose dans ce travail de développer un modèle micromécanique d'endommagement basé sur une approche cohésive. Le modèle est obtenu par homogénéisation du comportement d'un milieu élastique isotrope contenant des inclusions circulaires distribuées et orientées aléatoirement et dont le comportement est régi par un modèle cohésif. Le comportement non linéaire de la phase cohésive est linéarisé à l'aide de la méthode variationnelle de Ponte Castañeda [2] et le comportement effectif du composite linéaire de comparaison est obtenu par une estimation de type Hashin-Shtrickman [4].

Mots clés — Endommagement, Modèles de zone cohésive, Homogénéisation.

1 Introduction

Cette étude micromécanique de l'endommagement repose sur une décomposition multicorps séparant le comportement local du matériau en une partie *volumique durcissante* (loi de comportement volumique sans endommagement) et une partie *surfactive adoucissante* (partie intégrant tout le processus d'endommagement). Le problème étudié se limite ici à un milieu élastique isotrope contenant des inclusions "cohésives" distribuées aléatoirement en espace et en orientation. D'un point de vue numérique, cette situation correspond à une approche aux éléments finis cohésifs-volumiques : chaque maille de la discrétisation est un élément fini standard relié à ses voisins par des conditions aux limites mixtes traduisant le modèle cohésif (FIGURE 1). La détermination du comportement homogène équivalent issu de cette décomposition est recherchée.

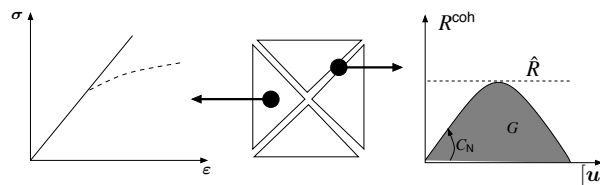


FIGURE 1 – décomposition multicorps (E.F. standard / C.L. mixtes)

2 Modèle micromécanique d'endommagement

2.1 Hypothèse de modélisation

Considérons une matrice élastique isotrope caractérisée par un tenseur de raideur du quatrième ordre $\mathbb{C}^M(k^M, \mu^M)$, où k^M et μ^M sont respectivement les modules de compressibilité et de cisaillement de la matrice. La fraction volumique des inclusions sera mise sous la forme : $f = eZ$ où e est une épaisseur "fictive" associée à la couche cohésive et Z est un paramètre de densité linéique (moralement une densité de maillage). On peut décrire le comportement de l'inclusion cohésive par un tenseur de rigidité de la forme [5] :

$$\mathbb{C}^{\text{coh}} = e\beta([u]) (C_N \mathbb{E}_I + C_T \mathbb{K}_I) \quad (1)$$

où C_N et C_T sont les raideurs initiales du modèle cohésif (modèle intrinsèque), β une fonction d'endommagement dépendant du saut de déplacement $[u]$ et les tenseurs d'ordre quatre \mathbb{E}_I et \mathbb{K}_I constituent deux composantes de la base d'isotropie transverse (voir [1]).

2.2 Étude élastique

Dans le cas où le comportement est purement élastique (variable d'endommagement $\beta = 1$), l'estimation de Hashin-Shtrickman [4] avec moyenne sur les orientations équiprobables ($\mathbb{C}^{\text{HS-}}$) permet de borner par valeur inférieure la perte de raideur apparente R liée à l'introduction du modèle cohésif [5] ($R = 1$ pas d'ajout de souplesse additionnelle liée à la présence de zones cohésives) :

$$R = \frac{E^{\text{HS-}}}{E^M} = \frac{\xi}{1 + \xi} \quad \text{avec} \quad \xi = \frac{5}{1 + (4/3)(C_N/C_T)} \frac{C_N}{E^M Z}. \quad (2)$$

où $E^{\text{HS-}}$ et E^M sont respectivement les modules de Young effectif et de la matrice. L'équation (2) permet de calibrer le choix de la raideur cohésive C_N en fonction de la densité linéique de maillage Z et de la perte de raideur R : une valeur minimale fixée pour la perte de raideur apparente R correspond à une valeur minimale pour la quantité ξ , ce qui borne le ratio $C_N/(E^M Z)$ selon le rapport choisi entre raideur cohésive normale et tangentielle C_N/C_T .

2.3 Étude cohésive

L'étude de la partie adoucissante concerne le comportement non linéaire de la phase inclusionnelle. Les résultats issus de l'homogénéisation linéaire sont étendus en linéarisant autour d'un *composite linéaire de comparaison* (méthode variationnelle de Ponte Castañeda [3]). Pour toute déformation macroscopique \mathbf{E} , la contrainte effective associée au milieu élastique contenant des zones cohésives distribuées et orientées aléatoirement s'écrit $\Sigma = \mathbb{C}^{\text{HS-}}(\mathbb{C}^M, \mathbb{C}_{sct}^{\text{coh}}) : \mathbf{E}$ où le module sécant cohésif $\mathbb{C}_{sct}^{\text{coh}}$ est solution du problème non linéaire suivant :

$$\mathbb{C}_{sct}^{\text{coh}} = e\beta \left(\frac{1}{2Z} (\mathbf{E} \otimes \mathbf{E}) :: \left((-2\mathbb{J} + 4\mathbb{K}) :: \frac{\partial \mathbb{C}^{\text{hom}}(\mathbb{C}^M, \mathbb{C}_{sct}^{\text{coh}})}{\partial \mathbb{C}_{sct}^{\text{coh}}} \right) \right) (C_N \mathbb{E}_I + C_T \mathbb{K}_I) \quad (3)$$

où (\mathbb{J}, \mathbb{K}) sont les deux composantes de la base d'isotropie des tenseurs du quatrième ordre symétriques.

La partie élastique ($\beta = 1$) permet d'établir un critère sur les raideurs cohésives. La résolution de la partie adoucissante ($0 < \beta < 1$) fournit des informations sur le lien qu'il existe entre le comportement macroscopique endommageable et les paramètres locaux du modèle cohésif (énergie locale de fissuration, contrainte maximale cohésive, ouverture critique). Dans l'optique d'une simulation numérique par approche cohésive-volumique, ces relations font intervenir la taille de maille au travers du paramètre de densité linéique de maillage Z et fournissent ainsi des critères sur les paramètres des modèles cohésifs en fonction : 1/ de la taille de maille, 2/ des propriétés d'endommagement macroscopiques recherchées.

3 Conclusion

Un modèle micromécanique d'endommagement à trois paramètres a été obtenu sur la base d'une approche cohésive intrinsèque. Contrairement à quelques résultats partiels antérieurs dans la littérature, ce modèle est valable à tout taux de triaxialité. Il lie endommagement global et paramètres cohésifs et permet donc notamment de calibrer ces derniers en fonction du type de maillage utilisé et de la taille de la maille.

Références

- [1] M. Bornert, T. Berthau, and P. Gilormini. *Homogénéisation en mécanique des matériaux 2 - Comportements non linéaires et problèmes ouverts*. Hermès sciences publications, 2001.
- [2] P. Ponte Castañeda. The effective mechanical properties of nonlinear isotropic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 39 :45–71, 1991.
- [3] P. Ponte Castañeda and P. Suquet. Nonlinear composites. *Advances In Applied Mechanics*, 34 :171–302, 1998.
- [4] Z. Hashin and S. Shtrickman. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multi-phase materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 11 :127–140, 1963.
- [5] V. Acary and Y. Monerie. Nonsmooth fracture dynamics using a cohesive zone approach. Technical Report RR-6032, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, 2006.