

Le comportement linéarisé d'un élastomère pré-chargé en régime harmonique

T.A. NGuyen Van¹, S. Lejeunes¹, A. Boukamel², D. Eyheramendy³

¹ LMA, CNRS UPR7051, France, {thienan,lejeunes}@lma.cnrs-mrs.fr

² EHTP, Casablanca, Maroc, boukamel@ehp.ac.ma

³ ECM, LMA-CNRS, France, dominique.eyheramendy@centrale-marseille.fr

Résumé — Dans ce papier, on présente un modèle linéarisé du comportement d'un élastomère pour déterminer la réponse harmonique en petites perturbations autour d'un état pré-déformé. Le comportement du modèle linéarisé prend en compte les effets non-linéaires en pré-déformation statique, et plus particulièrement, la dépendance du comportement dynamique à l'amplitude de déformation statique (effet Payne). On a implémenté le modèle dans une routine UMAT dans le logiciel Abaqus.

Mots clés — Linéarisation, pré-chargement, effet Payne.

1 Introduction

Le comportement dynamique d'un élastomère chargé a été étudié intensivement ces 30 dernières années et de nombreux modèles en grande déformation ont été proposés. Les pièces en élastomères sont de plus en plus utilisées pour atténuer ou isoler les vibrations de structure. Ces pièces sont souvent soumises à des charges statiques combinées à des sollicitations harmoniques de faibles amplitudes. Une méthode éléments finis est proposée par [1] pour analyser le comportement non linéaire viscoélastique de pièces soumises à petites vibrations autour de l'état pré-déformé. Une approche linéarisée de viscoélasticité dans le voisinage de la pré-déformation est présentée dans [2]. La dépendance du module dynamique à la pré-déformation, et, à l'amplitude dynamique, est décrite dans [1, 2] (on appelle ce phénomène l'effet Payne).

2 Modèle de Zener et linéarisation du modèle

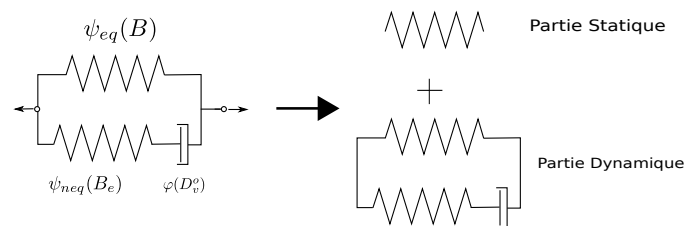


FIGURE 1 – Modèle de Zener

Le comportement non-linéaire viscoélastique est décrit par un modèle rhéologique de Zener qui est composé d'un élément viscoélastique de Maxwell mis en parallèle à un élément ressort (voir Figure 1). A l'état pré-déformé et pour des vitesses de sollicitations très faibles, le modèle se réduit à un ressort correspondant au comportement hyper-élastique en grande déformation. Autour de l'état pré-déformé, le comportement est viscoélastique en petites déformations.

La partie isochore du gradient de la transformation $\bar{\mathbf{F}}$ se compose en une partie statique $\bar{\mathbf{F}}_o$ et une partie dynamique $\bar{\mathbf{F}}_d$ (Figure 2). La rotation dynamique est intégrée dans la transformation $\tilde{\bar{\mathbf{F}}}_o$, voir équation 1.

$$\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{V}}_d \cdot \bar{\mathbf{R}}_d \cdot \bar{\mathbf{F}}_o = \bar{\mathbf{V}}_d \cdot \tilde{\bar{\mathbf{F}}}_o \quad (1)$$

La principe de linéarisation est proposée en considérant la déformation pure dynamique :

$$\bar{\mathbf{V}}_d = \mathbf{I} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad \text{avec} \quad \|\boldsymbol{\varepsilon}\| \ll 1 \quad (2)$$

Ce formalisme nous permet de décomposer de manière additive la déformation en une partie élastique et une partie viscoélastique :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_e + \boldsymbol{\varepsilon}_v \quad (3)$$

Les équations de comportement et complémentaires s'écrivent en fonction de $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_e$, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e$, et elles intègrent la prédéformation $\bar{\mathbf{F}}_o$. Ceci permet de décrire le comportement d'un matériau soumis à de petites amplitudes dynamiques mais tenant compte d'une éventuelle grande rotation dynamique autour d'un état pré-déformé.

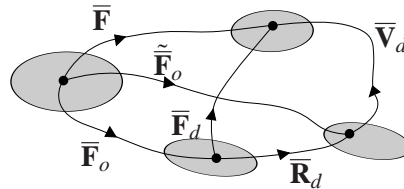


FIGURE 2 – Les configurations intermédiaires : décomposition de la déformation isochore en une partie statique et une partie rotation dynamique et déformation pure dynamique

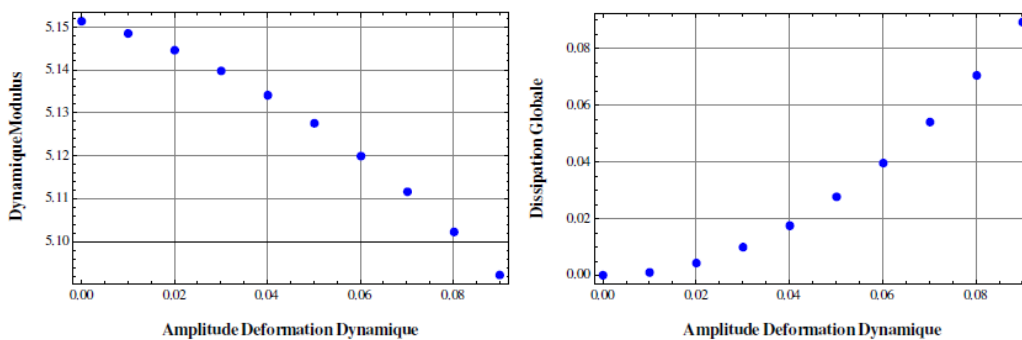


FIGURE 3 – Résultat du modèle pour un cas de cisaillement simple : l'influence de l'amplitude de déformation en cisaillement simple

Le modèle décrit bien le phénomène de diminution du module dynamique en fonction de l'augmentation de l'amplitude de prédéformation et l'amplitude dynamique (l'effet Payne) comme le montre la figure 3. La linéarisation permet de réduire la complexité dans les calculs d'intégration de la loi complémentaire viscoélastique. Avec la procédure de linéarisation proposée, les résultats du modèle sont encore valides en grandes rotations.

Références

- [1] K.N. Morman and J.C. Nagtegaal. *Finite element analysis of sinusoidal small amplitude vibrations in deformed viscoelastic solids. part I : Theoretical development*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 19 :1079–1103, 2005.
- [2] A. Lion, J. Retka, and M. Rendeck. *On the calculation of predeformation dependent dynamic modulus tensors in finite nonlinear viscoelasticity*. Mechanics Research Communications, 36 :653–658, 2009.
- [3] Flory, R.,. *Thermodynamic relations for high elastic materials*. Transaction of the Faraday Society 57,829-838, 1961
- [4] Sidoroff, F.,. *Un modèle viscoélastique nonlinéaire avec configuration intermédiaire*. J.Méc.13(4),679-713, 1974.
- [5] Sidoroff, F.,. *Variables internes en viscoélasticité, milieux avec configuration intermédiaire*. J.Méc.14(4),571-595, 1975.