

# Simulation numérique du comportement des mousses polymériques sous compression cyclique

Giampiero Pampolini, Michel Raous

# ▶ To cite this version:

Giampiero Pampolini, Michel Raous. Simulation numérique du comportement des mousses polymériques sous compression cyclique. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.302-310. hal-00592868

# HAL Id: hal-00592868 https://hal.science/hal-00592868

Submitted on 3 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Simulation numérique du comportement des mousses polymériques sous compression cyclique

G. Pampolini<sup>1</sup>, M. Raous<sup>2</sup>

LMS, Ecole Polytechnique, France, pampol@lms.polytechnique.fr
 LMA, CNRS MArseille, France, raous@lma.cnrs-mrs.fr

**Résumé** — Dans cette communication on s'intéresse à la simulation numérique du comportement sous compression des mousses polymériques à porosité ouverte. On considère le modèle unidimensionnel introduit dans [1, 9], où la mousse est représentée par une chaîne des ressorts non linéaires endomma-geables avec une énergie des déformations non convexe, associés en parallèle avec des éléments visco-élastiques linéaires. La procédure d'identification des paramètres du modèle est détaillée. La comparaison entre les résultats des simulations numériques et les expériences montre que le modèle est capable de décrire le comportement des mousses pour différents trajets de charge en compression uniaxiale. **Mots clés** — mousses polymériques, compression cyclique, élasticité non linéaire, viscoélasticité, endommagement.

# **1** Introduction

Les mousses polymériques à porosité ouverte, en raison de leurs caractéristiques mécaniques particulières, trouvent de nombreuses applications. Elles sont utilisées entre autres pour l'isolation thermique et acoustique, comme noyau des panneaux sandwich, pour l'absorption d'énergie dans les chocs, dans l'emballage, ou encore pour les structures aérospatiales.

Lorsqu'elles sont soumises à une compression uniaxiale, les mousses polymériques montrent un comportement très complexe [4, 7, 12, 13], caractérisé par

- une courbe de réponse à la charge composée d'une première partie linéaire, d'un palier à force constante et d'une deuxième branche ascendante;
- une localisation des déformations en bandes de déformation perpendiculaires à la direction de la compression;
- une différence entre la courbe de réponse à la charge et à la décharge, qui donne un cycle d'hystérésis d'amplitude importante;
- une dépendance de la résistance à la vitesse de chargement ;
- une relaxation de la force lorsque le déplacement imposé est gardé fixe ;
- une perte progressive de résistance à la charge au cours des cycles ("stress softening") qui ressemble à l'effet Mullins des élastomères [2].

Une modélisation complète du comportement des mousses polymériques à porosité ouverte demande la prise en compte de trois aspects : les non-linéarités du comportement élastique, les propriétés viscoélastiques et l'endommagement de la mousse. L'élasticité non linéaire, et en particulier le choix d'une énergie de déformation non convexe, permet d'expliquer la localisation des déformations et le cycle d'hystérésis [8]. L'introduction de la viscosité est nécessaire pour pouvoir décrire la dépendance de la réponse à la vitesse de chargement et les phénomènes de relaxation [1]. Enfin, la prise en compte de l'endommagement permet de décrire la perte de résistance ("stress softening") à l'issue du premier cycle de charge et décharge [9].

Le modèle récemment proposé par Del Piero, Pampolini [1] et Pampolini, Raous [9] prend en compte les trois aspects. La mousse polymérique est représentée comme une chaîne de ressorts non linéaires endommageables associés en parallèle à des éléments viscoélastiques linéaires. L'idée principale est l'interprétation de la localisation des déformations comme un changement de phase provenant de la non convexité de l'énergie de déformation des ressorts non linéaires [3, 10].

Dans cette communication, on présentera brièvement les éléments essentiels du modèle, pour ensuite se dédier à la description du schéma numérique, et à la discussion des résultats des simulations. La caractérisation du comportement élastique non linéaire, des propriétés visqueuses et de l'endommagement nécessite l'introduction d'un nombre significatif de paramètres et donc la mise en œuvre d'une procédure d'identification numérique particulière qui sera également présentée.

## 2 Modélisation

Dans cette section, on présente le modèle couplant énergie de déformation non convexe, viscoélasticité et endommagement introduit dans [1, 9].

#### 2.1 Les ressorts non linéaires

On suppose que la mousse est composée de couches parallèles de cellules, et on représente chaque couche par un ressort non linéaire avec une énergie de déformation non convexe. De plus, on suppose que tous les ressorts sont identiques. On note  $\varepsilon_i(t)$  la déformation du ressort *i*-ème,  $\varepsilon_0(t)$  la déformation totale de la chaîne et *N* le nombre des ressorts de la chaîne.

Si l'on considère un processus de déformation de la chaîne  $t \Rightarrow \varepsilon_0(t)$ , on a la condition de *hard device* suivante :

$$\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i(t) = N \varepsilon_0(t) \,. \tag{1}$$

La force dans le ressort  $i^{\acute{e}me}$  à l'instant t est

$$\boldsymbol{\sigma}_{i}^{e}(t) = w'(\boldsymbol{\varepsilon}_{i}(t)), \qquad (2)$$

où *w* est l'énergie des déformation du ressort, et  $(\cdot)'$  note la dérivation par rapport à  $\varepsilon$ . Pour *w*, on suppose la forme non convexe

$$w(\varepsilon) = \frac{1}{2} \alpha (1+\varepsilon)^2 + c (1+\varepsilon)^m \left(\frac{1}{m+2} (1+\varepsilon)^2 - \frac{1}{m}\right) -\mu \log(1+\varepsilon) + \frac{\beta \sqrt{\pi}}{2\sqrt{k}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{k}(1+\varepsilon-a)\right) + \gamma,$$
(3)

où  $erf(\cdot)$  est la fonction erreur

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt, \qquad (4)$$

 $c,m,\mu,\beta,k,a$  sont des constantes positives, et les valeurs de  $\alpha$  et  $\gamma$  sont déterminées par les conditions imposant que l'énergie *w* et la force  $\sigma^e$  sont nulles dans la configuration de référence  $\varepsilon = 0$ .



FIG. 1 – Le modèle

#### 2.2 Les éléments viscoélastiques

Afin de décrire les propriétés visqueuses des mousses polymériques, on ajoute à la chaîne de ressorts des éléments de Maxwell généralisés [1, 9]. En particulier, chaque ressort élastique non linéaire est associé en parallèle avec un élément viscoélastique linéaire. De plus, un second élément viscoélastique linéaire est associé en parallèle à l'ensemble de la chaîne. Tous les éléments viscoélastiques à l'intérieur de la chaîne sont composés par *M* modules de Maxwell associés en parallèle. Au contraire, l'élément viscoélastique à l'extérieur de la chaîne est en général différent, et il est composé de *H* modules de Maxwell, voir Fig. 1. Cet assemblage a la même structure que celle du modèle de Zener, où le ressort linéaire est remplacé par le ressort non linéaire, tandis que la combinaison restante "ressort linéaire amortisseur" est remplacée par un élément viscoélastique linéaire plus complexe. La démarche suivie est bien celle de prendre le modèle le plus simple possible pour décrire le comportement complexe des mousses polymériques.

Si l'on note  $\sigma_{im}^d$  la force dans le *m*-ème module de Maxwell de l'*i*-ème élément viscoélastique de la chaîne, et  $\sigma_h^v$  la force dans l'*h*-ème module de Maxwell de l'élément viscoélastique extérieur, on a les loi de comportement suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_i^d &= \sum_m^M \sigma_{im}^d, \qquad \sigma^v &= \sum_h^H \sigma_h^v, \\ \dot{\sigma}_{im}^d &+ p_m \sigma_{im}^d &= k_m \dot{\varepsilon}_i, \quad \dot{\sigma}_h^v + \bar{p}_h \sigma_h^v &= \bar{k}_h \dot{\varepsilon}_0, \end{aligned} \tag{5}$$

où  $\sigma_i^d$  et  $\sigma^v$  sont les forces dans les éléments viscoélastiques,  $k_m$ ,  $\bar{k}_h$ ,  $p_m$ ,  $\bar{p}_h$  sont des constantes positives et où le point superposé note la dérivée par rapport au temps. La force totale  $\sigma$  est la somme de la force  $\sigma^c$  agissante sur la chaîne et la force  $\sigma^v$  celle agissante dans l'élément viscoélastique à l'extérieur.

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^c + \boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{\nu}},\tag{6}$$

et puisque  $\sigma^c = \sigma_i^e + \sigma_i^d$ , on a

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_i^e + \boldsymbol{\sigma}_i^d + \boldsymbol{\sigma}^v \qquad i \in \{1, \dots, N\}.$$
(7)

#### 2.3 L'endommagement

Pour décrire convenablement la perte de résistance à l'issu du premier cycle de charge et décharge, on prend en compte l'endommagement de la mousse. En suivant le travail de Pampolini et Raous [9], on considère seulement les ressorts non linéaires comme éléments endommageables. On suppose que l'endommagement influence principalement la première branche de la courbe de réponse. Par simplicité, on fait l'hypothèse que l'endommagement cause seulement une variation du paramètre c, qui influence la pente de la première branche de w'. On suppose que

$$c_i(t) = \begin{cases} c & \text{si } \varepsilon_i(s) < \varepsilon_{min} \quad \forall s \in (-\infty, t] \\ c d & \text{autrement} \end{cases}$$
(8)

où  $d \in (0,1)$  est le paramètre d'endommagement, c est la valeur reportée dans le Tableau 2, et  $\varepsilon_{min}$  est la déformation qui correspond au minimum local de w', et qui repère donc le début de la deuxième branche ascendante.

## **3** Simulations numériques

Dans cette section on décrit les études numériques conduits dans le but de valider le modèle. Tout d'abord on présentera le schéma numérique utilisé, puis on décrira la procédure d'identification des constantes matérielles et enfin on montrera les résultats des simulations numériques. Pour l'identification des paramètres et pour la validation du modèle, on utilisera les résultats expérimentaux obtenus pendant le travail de thèse de Pampolini [7] sur une mousse en polyuréthane à porosité ouverte.

#### 3.1 Le schéma numérique

Pour un processus de déformation connu  $t \to \varepsilon_0(t)$ , le problème d'évolution consiste en trouver la force  $\sigma(t)$  et les déformations  $\varepsilon_i(t)$  solutions des équations (1), (5), (7) pour tout t, et avec les conditions initiales  $\varepsilon_i(0) = \varepsilon_{i0}$ ,  $\sigma_{mi}^d(0) = \sigma_{mi0}^d$ ,  $\sigma_h^v(0) = \sigma_{h0}^v$ .

Des solutions approchées du problème d'évolution peuvent être construites via la discrétisation temporelle, en utilisant une approche incrémentale [1]. On considère une séquence d'intervalles de temps de durée  $\Delta t$ , et dans chaque intervalle on remplace les vitesses de déformation  $\dot{\varepsilon}_i(t)$  par des valeurs constantes  $\dot{\varepsilon}_i$ . Si l'on suppose connues toutes les solutions jusqu'à l'instant  $t^n$ , on peut calculer les incréments ( $\dot{\sigma}(t^n), \dot{\varepsilon}_i(t^n)$ ) en résolvant le système d'équations linéaires

$$\dot{\sigma}(t^n) = Q_i \dot{\varepsilon}_i(t^n) + A_i^n,$$

$$\sum_{i=1}^N \dot{\varepsilon}_i(t^n) = N \dot{\varepsilon}_0, \qquad i = 1, 2, ...N,$$
(9)

où

$$A_{i} = \sum_{h}^{H} \left( \bar{k}_{h} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{0} - \bar{p}_{h} \boldsymbol{\sigma}_{h}^{v}(t^{n}) \right) - \sum_{m}^{M} p_{m} \boldsymbol{\sigma}_{im}^{d}(t^{n}), \qquad (10)$$

et donc déterminer la solution à l'instant  $t^{n+1}$ . Le système a une solution unique si la matrice des coefficients *R* est inversible. En particulier, si l'on considère des conditions initiales homogènes, il y a une intervalle de temps  $(0, \bar{t})$  dans laquelle la seul solution possible est la solution homogène,

 $Q_i = w''(\varepsilon_i(t^n)) + \sum_m^M k_m,$ 

$$\dot{\varepsilon}_i = \dot{\varepsilon}_0 \quad \dot{\sigma} = Q_i \dot{\varepsilon}_0 + A_i.$$

La solution homogène devient instable à l'instant  $\bar{t}$  lorsque det R = 0. En effet, une petite dispersion des donnés détermine une solution où la déformation est localisée sur un élément de la chaîne, voir [1]. Du point du vue numérique, pour déterminer cette solution on résout, avec la méthode itérative de Newton Raphson, le système non linéaire obtenu en remplaçant les  $Q_i$  avec  $\tilde{Q}_i = w''(\varepsilon_i(t^{n+1})) + \sum_m^M k_m$ . Une fois la solution localisée calculée, on détermine l'évolution de la chaîne avec le système linéaire (9) jusqu'à ce que det R = 0 pour la deuxième fois. À ce stade, on considère à nouveau le système non linéaire et on cherche la solution avec un autre élément qui a changé de phase. Donc, chaque fois qu'on ne peut pas résoudre le système linéaire (9) car det R = 0, on considère un changement de phase d'un élément et on introduit le système non linéaire obtenu avec  $Q_i = \tilde{Q}_i$ .

Le schéma présenté utilise une méthode d'Euler explicite pour l'intégration des équations différentielles (5). En effet, nous avons d'abord envisagé des méthodes de type Runge-Kutta ou Heunn, mais une série de tests nous a montré qu'une méthode d'Euler explicite convenait. On a implémenté le schéma numérique dans Matlab et on a effectué des tests pour choisir le bon pas de discrétisation temporelle  $\Delta t$ , et le nombre d'éléments composants la chaîne. Pour les simulations qui suivent, on considéra une chaîne de 120 éléments et un pas de temps  $\Delta t = 0.03$  s. En effet, cette combinaison permet d'avoir une précision de la solution convenable avec un temps de calcul d'environ 160 s pour un cycle de charge et décharge avec déformation maximale  $\varepsilon_0^{max} = 0.7$ . Cette efficacité du schéma numérique a permis de mettre en œuvre une procédure d'identification numérique des paramètres du modèle.

#### 3.2 Identification des paramètres

La procédure d'identification des paramètres du modèle a été divisée en trois étapes consécutives : l'identification des paramètres visqueux, l'identification des paramètres élastiques et enfin l'identification du paramètre de l'endommagement.

L'identification des paramètres visqueux a été effectuée sur la courbe expérimentale de relaxation avec une vitesse de 5 mm/min pour la phase de charge et avec une phase de relaxation de 10 jours. On a cherché les paramètres  $(K_j, p_j)$  qui minimisent la fonctionnelle

$$F(K_j, p_j) = \sum_{i=1}^{L} \left( y(t_i) - \sum_{j=1}^{J} K_j \exp(-p_j t_i) \right)^2, \quad J = M + H,$$
(11)

avec

$$y(t_i) = \tilde{y}(t_i) - w'(\varepsilon_0), \quad i = 1, 2, \dots, L$$



FIG. 2 – Résultat de l'identification des paramètres du modèle. Comparaison entre simulations numériques (ligne pleine) et expériences (ligne en tirets) sous quatre cycles de charge et de décharge.

TAB. 1 Les valeurs des parametres des elements visebendstique.						
j	$k_j$ [kPa]	$p_{j} [s^{-1}]$	$h_j$			
1	0.99	$9.64  imes 10^{-7}$	0			
2	1.09	$3.13 \times 10^{-5}$	1			
3	1.81	$1.04 \times 10^{-3}$	0			
4	5.25	$1.20 \times 10^{-2}$	1			
5	34.8	$9.41 \times 10^{-2}$	0			

TAB. 1 – Les valeurs des paramètres des éléments viscoélastique.

TAB. 2 – Les valeurs des paramètres des ressorts non linéaires

С

		-			
= 85 kPa	m = 15	$\mu = 2.5$ kPa	a = 0.4	$\beta = 3.3 \text{ kPa}$	k = 18

$$K_j = \frac{k_j}{p_j} \dot{\varepsilon} \left( \exp\left(p_j \frac{\dot{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}} - 1\right) \right),$$

où  $\tilde{\epsilon}$  est la vitesse de déformation imposée dans la phase de charge,  $\bar{\epsilon}$  est la déformation maximale,  $(t_i, \tilde{y}(t_i))$  sont les *L* points de la courbe de relaxation expérimentale et  $w'(\epsilon_0)$  est la valeur asymptotique, pour  $t = +\infty$ , de la courbe de relaxation. *J* est le nombre minimum d'exponentielles nécessaires pour obtenir une reproduction convenable de la relaxation. Deux ou trois exponentielles sont d'habitude suffisantes. Dans notre cas, à cause de la coexistence des effets visqueux à différentes échelles de temps, nous montrerons qu'il est nécessaire de considérer cinq exponentielles.

La procédure de minimisation utilisée consiste en deux étapes : on détermine d'abord une solution approchée grossière, et puis on applique une méthode systématique d'optimisation en utilisant cette solution comme valeur initiale. Une solution approchée initiale a été calculé avec la méthode de Prony [5, 11]. Puis, deux méthodes d'optimisation ont été testées : la méthode du gradient à pas optimal et la méthode de Hooke and Jeeves.

L'application de la méthode du gradient, et en particulier la détermination du pas optimal, s'est avérée difficile en raison de la grande différence de sensibilité de la fonction erreur par rapport aux paramètres  $K_j$  et  $p_j$ . On a préféré donc utiliser la méthode de Hooke and Jeeves [6]. La forme basique de Hooke and Jeeves a été améliorée ici en tenant compte du caractère spécifique des paramètres ( $K_j$ ,  $p_j$ ). Ainsi à chaque itération, ces paramètres sont traités par couple lors de la recherche de la direction minimisante. Avec cinq exponentielles, la méthode de Hooke and Jeeves converge après 2001 itérations et avec un temps de calcul de 11 min.

L'identification des paramètres visqueux sur l'essai de relaxation ne donne pas des informations sur la façon de distribuer les cinq exponentielles entre les deux éléments viscoélastiques. Cette information peut



FIG. 3 – Comparaison entre simulations numériques (a), (c), (e) et expériences (b), (d), (f) sous trois cycles de charge et de décharge à différentes amplitudes.

être obtenue en considérant la réponse en compression uniaxiale. En effet des distributions différentes des cinq exponentielles donnent des courbes de réponse avec une pente différente dans le plateau. On a donc introduit cinq paramètres supplémentaires  $h_j$  qui représentent le degré de contribution de chaque exponentielle à l'intérieur et à l'extérieur de la chaîne. On a fait entrer les paramètres  $h_j$  dans le procédé d'identification sous une forme simplifiée en considérant comme valeurs possibles : 1 (exponentielle à l'intérieur).

La procédure d'identification des paramètres élastiques  $(c,\mu,m,a,\beta,k)$  a été effectuée par une identification numérique sur la courbe expérimentale en compression uniaxiale à 5 mm/min. Une analyse de sensibilité, menée précédemment, nous a permis de comprendre que les valeurs des paramètres  $c, m, \mu$ peuvent être ajustées directement sur la courbe de réponse sans les inclure dans le processus d'optimisation. Pour l'identification on a donc suivi la procédure suivante :

- 1. on a déterminé c pour reproduire la pente initiale de la courbe de réponse,
- 2. on a déterminé *m* (avec *c* fixe) pour reproduire la valeur de la force du début plateau,
- 3. on a déterminé  $\mu$  (avec *c* et *m* fixes) pour reproduire la valeur de la force à la fin de la phase de charge  $\varepsilon = 0.7$ ,
- 4. on a effectué une minimisation aux moindre carrés avec la méthode de Hooke and Jeeves pour trouver les valeurs des trois paramètres  $\beta$ , *k* et *a*.



FIG. 4 – Comparaison entre simulations numériques (a), (c), (e) et expériences (b), (d), (f) sous cycles complexes avec phases de charge, de décharge, de relaxation et de fluage.

Le paramètre d'endommagement d a été identifié sur les courbes expérimentales en compression cyclique. À ce propos, on a effectué des simulations numériques de deux cycles de charge et de décharge à 5 mm/min avec différentes valeurs de d. Une reproduction convenable des courbes expérimentales a été obtenue avec d = 0.5.

Sur la Fig. 2 les courbes de réponse, obtenues à la fin du processus d'identification des paramètres, sont comparées avec les expériences. Les valeurs des paramètres sont reportées dans les tableaux 1 et 2.

#### 3.3 Validation du modèle : résultats des simulations

Sur la Fig. 3, on compare les résultats des simulations numériques (colonne à gauche) et des expériences (colonne à droite) pour trois cycles de charge et décharge à différentes amplitudes. On observe que, dans les trois cas, le modèle décrit la baisse importante de la courbe à la charge en passant du premier au deuxième cycle, et l'indépendance de cette baisse par rapport à la valeur de déformation maximale. De plus, dans les simulations on retrouve, en accord avec les expériences, une deuxième branche ascendante lors des chargements suivant le premier.

Pour valider le modèle, nous avons également simulé des essais complexes avec combinaisons de phases de charge, de décharge, de relaxation et de fluage. Sur la Fig. 4, on montre les résultats des simulations numériques à gauche, et les courbes expérimentales à droite.

La première simulation, Fig. 4a, consiste en deux séries de quatre cycles de charge et de décharge à

différente amplitude. Les deux séries sont intercalées par une période de repos de 25 s. On observe que le comportement dans la première série n'est décrit que qualitativement. En effet, dans les simulations les régimes de plateau disparaissent après le premier cycle, et il y a une importante différence entre la courbe à la décharge du premier cycle et celles des cycles suivants. Dans la deuxième série de quatre cycles, on trouve une réponse qui est davantage en accord avec les expériences. La courbe à la charge au premier cycle montre deux régimes plateau pour deux différentes valeurs de la force. De plus, pour les cycles successifs on observe des petites marches pour environ  $\varepsilon = 0.05$ , qui montrent l'influence de la première série de cycles.

Les deux dernières simulations concernent les cycles de charge et décharge de différentes amplitudes intercalés avec des périodes de relaxation. Les résultats, Fig. 4 c, e, montrent la capacité du modèle à décrire le comportement des mousses sous chargement complexes. En effet, les formes des cycles d'hystérésis sont bien reproduites que ce soit pour de petites ou de grandes amplitudes. D'autres détails de la courbe expérimentale sont également décrits, comme les petits segments verticaux en correspondance des périodes de relaxation. De plus, à la fin des processus de chargement, les courbes de réponse s'approchent de la première courbe de charge en accord avec les expériences.

## 4 Conclusion

Le modèle viscoélastique avec endommagement décrit ici permet d'obtenir une description convenable du comportement des mousses polymériques à porosité ouverte, y compris pour des chargements complexes, constitués de combinaisons de cycles de charge et décharge, de périodes de relaxation et de fluage. Néanmoins le modèle est limité à une représentation unidimensionnelle des mousses. Son extension au tridimensionnel et la prise en compte des effets visqueux non linéaires [14], demanderont des développements supplémentaires.

#### Références

- [1] Del Piero G., Pampolini G., *The inelastic properties of open cell polymeric foams : experiments and theoretical model* submitted to J. Mech. Phys. Solids > 2010.
- [2] Diani J., Fayolle B., Gilormini P., A review on the Mullins effect. Eur. Polym. J. 45: 601–612, 2009.
- [3] Ericksen J.L., Equilibrium of bars. J. Elast. 5 : 191-201, 1975
- [4] Gong L., Kyriakides S., *Compressive response of open-cell foams. Part II : initiation and evolution of crushing.* Int. J. Solids Struct., 42 : 1381–1399, 2005.
- [5] Holmström K., Petersson J., A review of the parameter estimation problem of fitting positive exponential sums to empirical data. Appl. Math. Comput., 126 : 31–61, 2002.
- [6] Hooke R., Jeeves T.A., *Direct search solution of numerical and statistical problems*, J. Assoc. Computing Machinery, 8 : 212–229, 1960.
- [7] Pampolini G., Les propriétés mécaniques des mousses polymériques à cellules ouvertes : expériences, modèle théorique et simulations numériques. Thèse pour obtenir le titre de docteur de l'Université de Provence, Marseille, novembre 2010.
- [8] Pampolini G., Del Piero G., *Strain localization in open-cell polyurethane foams : experiments and theoretical model.* J. Mech. Mater. Struct., 3 : 969-981, 2008.
- [9] Pampolini G., Raous M., Non linear elasticiy, viscosity and damage for polymeric foams. in preparation, > 2010.
- [10] Puglisi G., Truskinovsky L., *Mechanics of a discrete chain with bi–stable elements*. J. Mech. Phys. Solids, 48: 1–27, 2000.
- [11] Raous M., Détermination du module d'Young oprationnel d'un corps viscolastique partir de sa courbe de relaxation Rheologica Acta, 13 1233–1237, 1974.
- [12] Viot P., Iordanoff I., Bernard D., *Multiscale description of polymeric foam behavior : a new approach based on discrete element modeling.* Polym. Sci., 50 : 679–689, 2008.
- [13] Wang Y., Cuitiño A.M., Full-field measurements of heterogeneous deformation patterns on polymeric foams using digital image correlation. Int. J. Solids Struct., 39 : 3777-3796, 2002.
- [14] White S.W., Kim S.K., Bajaj A.K., Davis P., *Experimental techniques and identification of nonlinear and viscoelastic properties of flexible polyurethane foam.* Nonlinear Dynamics, 22 : 281–313, 2000