Eléments X-FEM quadratiques en contact frottant

A. Caron[1,2], P. Massin [1], N. Moës[2]

[1] *LaMSID, CNRS-EDF-CEA, France, {axelle.caron, patrick.massin}@edf.fr*
[2] *GeM, CNRS-ECN/ Université de Nantes, France, nicolas.moes@ec-nantes.fr*

Résumé — A partir d'une formulation d'X-FEM pour le traitement du contact frottant, nous rappelons les différents algorithmes de restriction de l'espace des multiplicateurs de Lagrange afin d'introduire de nouveaux éléments quadratiques. Les travaux sont illustrés par un exemple numérique 2D.

Mots clefs — X-FEM, contact frottant, élément quadratique.

1 Contexte

La méthode X-FEM [6] est une méthode numérique qui permet d'utiliser un maillage qui ne se conforme pas à la géométrie des fissures, ceci grâce à un enrichissement de l'approximation éléments finis. En nous appuyant sur les précédents travaux de Géniaut et al. [4], et ceux de Siavelis et al. [7], nous présentons un élément quadratique de contact frottement basé sur une formulation mixte déplacement - pression du problème de contact frottement dérivée de Ben Dhia et al. [2].

2 Evolution du traitement du contact frottement avec X-FEM

En formulation mixte, une attention particulière doit être portée sur le choix de l'espace discret des inconnues duales par rapport à l'espace des champs de déplacement afin de satisfaire la condition LBB [3]. Dans [4] portant sur des éléments P1P1, les multiplicateurs de Lagrange sont stockés au milieu des arêtes des éléments ou aux nœuds lorsque l'interface passe par eux. Les fonctions d'interpolation du champ de pression correspondantes sont alors définies le long du segment de discrétisation de l'interface. La condition LBB n'étant pas satisfaite naturellement, cela implique une instabilité et des oscillations sur les multiplicateurs de Lagrange, comme on peut le voir figure 1. Un algorithme de réduction de l'espace des multiplicateurs de Lagrange a été proposé par Moës et al. [5] et validé numériquement en 2D et 3D [4]. Dans [7] portant toujours sur des éléments P1P1, les multiplicateurs de Lagrange sont positionnés aux nœuds des éléments de sorte que les interpolations des champs de pression et de déplacement appartiennent au même espace fonctionnel. Un nouvel algorithme s'inspirant du premier est proposé par Béchet et al. [1] qui s'accompagne d'une preuve analytique en 2D. La principale évolution de nos travaux est le passage au quadratique avec un élément P2P1, avec une montée en ordre uniquement sur les champs de déplacements. Les éléments sont munis d'inconnues de déplacement aux nœuds sommets et aux milieux des arêtes tandis que les multiplicateurs de Lagrange sont positionnés seulement aux nœuds sommets.

3 Exemple numérique d'une plaque carrée en compression

On propose de mettre en évidence les différences entre les diverses modélisations à travers le test numérique d'une plaque en compression non uniforme, traversée par une interface horizontale sur laquelle on regarde l'évolution de la pression de contact (figure 1).

La modélisation quadrangle P1P1 satisfait la LBB et sert de référence pour les autres modélisations, réalisées avec des triangles. La modélisation P1P1 arêtes fait apparaître des oscillations car les multiplicateurs portés par l'ensemble des arêtes rendent le système sur-contraint. L'utilisation d'un algorithme de restriction des multiplicateurs de Lagrange permet de réduire efficacement les oscillations.

En P1P1 nœuds, l'algorithme a tendance à introduire des approximations P0 par morceaux des pressions de contact sur l'interface. Le même algorithme appliqué au P2P1 permet d'obtenir une réponse de même profil, à peine meilleure. Sur cet exemple en particulier, la solution sans algorithme est satisfaisante et meilleure bien qu'elle présente de petites oscillations.

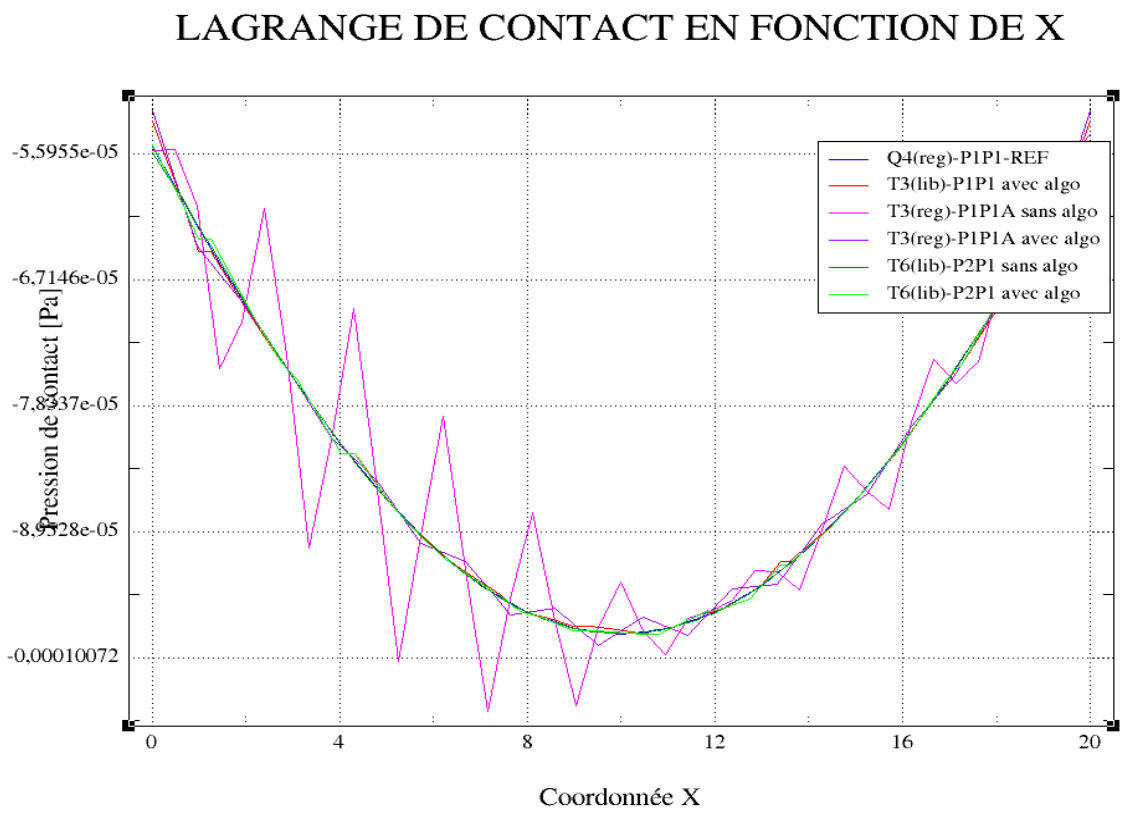

FIG. 1 – Comparaison des pressions de contact pour diverses modélisations.

4 Conclusion et perspectives

Dans le cadre de la méthode X-FEM, on a montré qu'une structure maillée en 2D avec des triangles soumis à un chargement non-uniforme peut présenter de fortes oscillations des pressions de contact. En interpolation P1P1 arêtes et P1P1 nœuds, il est indispensable d'utiliser un algorithme de réduction de l'espace des multiplicateurs de Lagrange de pression. Ce dernier a pour effet d'imposer des pressions de contact constantes ou linéaires par morceaux. L'interpolation P2P1 permet de relâcher les contraintes tandis que l'algorithme de stabilisation des éléments P1P1 appliqué aux éléments P2P1 impose des relations d'égalité entre multiplicateurs qui ne sont sans doute pas nécessaires dans le cas présent puisque le P2P1 passe sans stabilisation particulière. Une réduction de l'action de cet algorithme sur les éléments P2P1 pour qu'il soit mieux adapté au traitement du contact quadratique est en cours d'instruction et sera présentée.

5 Références bibliographiques

[1] E. Béchet, N. Moës, B. Wohlmuth. *A stable lagrange multiplier space for stiff interface conditions within the extended finite element method*, Int. J. Numer. Meth. Engng., vol. 78, n°8, 931-954, 2009.

[2] H. Ben Dhia, M. Zarroug. *Hybrid frictional contact particle-in elements*, Revue Europ. des éléments finis, vol. 9, 417-430, 2002.

[3] F. Brezzi., M. Fortin. *Mixed and hybrid finite element methods*, Springer-Verlag, 1991.

[4] S. Geniaut, P. Massin, N. Moës. *A stable 3D contact formulation for cracks using X-FEM*, Revue Europ. de Méca. Num., vol. 16, n°2, 259-275, 2007.

[5] N. Moës. E. Béchet, M. Tourbier, *Imposing Dirichlet boundary conditions in the extended finite element method*, Int. J. Numer. Meth. Engng., vol. 67, n°12, 1641-1669, 2006.

[6] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko. *An finite element method for crack growth without remeshing*, Int. J. Numer. Meth. Engng., vol. 46, 131-150, 1999.

[7] M. Siavelis, P. Massin, M.L.E Guiton, S. Mazet, N. Moës. *Robust implementation of contact under friction and large sliding with the extended finite element method, Revue Europ. de Méca. Num., vol. 19, 189-203, 2010.*