

Super-éléments de plaque perforée pour la modélisation de l'assemblage riveté en dynamique rapide

N. Leconte¹, B. Langrand², E. Markiewicz¹

¹ LAMIH, Université de Valenciennes et CNRS, France, Nicolas.Leconte@univ-valenciennes.fr

² ONERA, The French Aerospace Lab, Département DADS, France

Résumé — L'évaluation de la survivabilité d'une structure aéronautique à une attaque terroriste (explosion) nécessite la modélisation de la structure complète et des assemblages rivetés afin d'évaluer la propagation de la rupture. Cependant, un tel modèle est trop coûteux par rapport aux moyens actuels. L'idée est alors de substituer les zones les plus coûteuses du maillage par des super-éléments capables de localiser (rupture). Si un super-élément de plaque perforée élastique existe, le développement de super-éléments adaptés à la dynamique rapide fait l'objet du présent article.

Mots clefs — Super-éléments, Assemblage riveté, Dynamique rapide.

Lors de l'accident de Lockerbie, la détonation d'un engin explosif a d'abord perforé la peau de l'appareil par onde de souffle primaire et projection de débris [1]. La rupture a ensuite été amplifiée et propagée par une onde de souffle secondaire et la dépressurisation. En fait, il apparaît que la rupture s'est à la fois propagée le long de lignes de rivets et en tôle pleine jusqu'à la dislocation complète de l'appareil. Afin d'évaluer la survivabilité d'un aéronef à une explosion, il est donc nécessaire d'avoir recours à la modélisation de la structure complète (propagation de la rupture) et à une représentation précise de l'assemblage riveté (capture des champs pour le calcul du critère). Cependant, il n'est pas possible d'avoir à la fois recours à la modélisation de la structure complète et à la discrétisation fine des perforations, car les coûts de calcul deviennent prohibitifs. Il s'agit alors de remplacer les zones les plus coûteuses en éléments finis, i.e. les perforations, par des super-éléments économiques et précis.

Afin de construire de tels super-éléments, il s'agit d'employer des méthodes de formulation permettant de décrire des champs riches, où de forts gradients apparaissent. En fait, il faut disposer d'une certaine liberté dans le choix de l'interpolation des champs du super-élément, tout en assurant sa compatibilité avec des éléments finis standards voisins (conservés pour les zones à faibles gradients ne requérant pas de super-éléments). Les principes variationnels mixte et hybride de la Méthode des Éléments Finis permettent la formulation de super-éléments remplissant ces conditions. D'ailleurs, des éléments de plaque perforée de type hybride-Trefftz déplacement ont été formulés. Ils reposent sur une solution analytique de plaque perforée et sur le principe hybride-Trefftz déplacement. Ce principe assure la compatibilité du super-élément avec des éléments voisins polynomiaux et basés sur l'énergie potentielle totale, et intègre les équations sur les frontières uniquement. Les éléments hybride-Trefftz déplacement de plaque perforée se sont avérés très précis et très économiques pour effectuer des calculs élastiques [2]. En effet, pour le cas numérique étudié, les temps de calcul se sont révélés être 300 fois inférieurs à ceux d'une modélisation par maillage fin. De plus, les écarts observés avec le maillage de référence sont de l'ordre de 1% lorsque des intégrations numériques comportant au moins 4 points de Gauss par coté sont employées (FIG. 1).

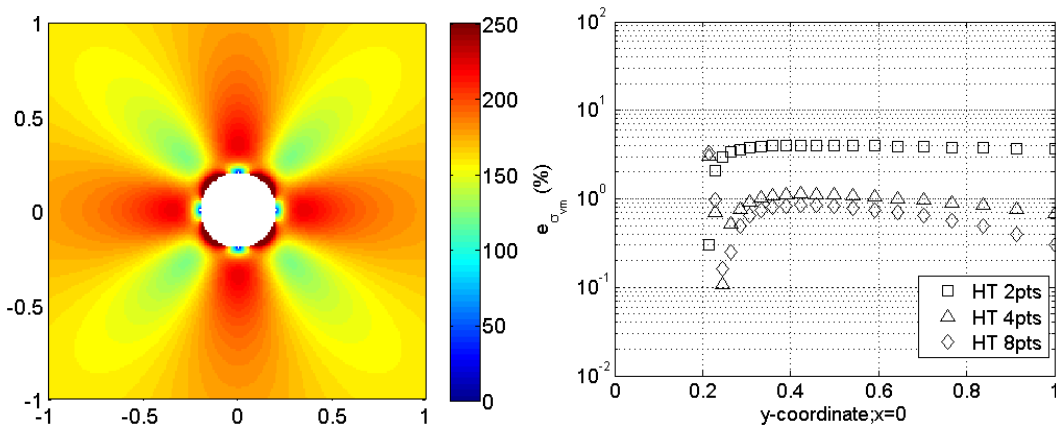


FIG. 1 – Super-élément perforé sous cisaillement pur. a- Contrainte de von Mises. b- Ecart relatif avec un maillage fin le long de l’axe vertical $x=0$.

Cependant, les éléments de type hybride-Trefftz sont restreints aux calculs linéaires [3]. En fait, leur domaine d’application est le même que celui de la solution analytique ayant permis la formulation de leurs fonctions d’interpolation. Dans le cas du super-élément de plaque perforée considéré, ces fonctions sont basées sur une solution restreinte à l’élasticité linéaire. Le super-élément hybride-Trefftz de plaque perforée est donc restreint aux calculs d’élasticité linéaire [4]. Il s’agit alors d’étendre le domaine d’application du super-élément de plaque perforée à la dynamique rapide [5]. Les développements théoriques le permettant sont discutés dans cet article. Ainsi, il s’agit tout d’abord de généraliser la formulation hybride-Trefftz en se privant d’une hypothèse lors de la formulation du principe variationnel. Il est alors possible d’employer un principe hybride déplacement ou hybride-mixte déplacement plutôt que hybride-Trefftz déplacement, c’est-à-dire qu’il n’est plus nécessaire de disposer de la solution analytique du problème considéré pour formuler les fonctions d’interpolation. De plus, les fonctions d’interpolation de l’élément hybride-Trefftz sont réemployées pour leur capacité à interpoler les champs de plaque perforée, et parcequ’elles ne doivent plus obligatoirement satisfaire les équations d’intérieur de domaine de manière forte. La capacité des fonctions élastiques à interpoler des champs non-linéaires est toutefois testée. Par ailleurs, le fait d’employer un principe hybride ou hybride-mixte plutôt que hybride-Trefftz implique qu’une intégration d’intérieur de domaine est maintenant requise, alors qu’auparavant seule une intégration sur les frontières de l’élément était nécessaire. Une intégration numérique de plaque perforée est donc proposée. Finalement, le principe variationnel hybride déplacement est adapté aux non-linéarités matérielles et géométriques, et la formulation de la matrice masse est proposée. Les développements proposés aboutissent à la formulation théorique d’un super-élément de plaque perforée pour la dynamique rapide.

Références

- [1] M. Charles. Report on the accident to Boeing 747-121,N739PA at Lockerbie, Dumfriesshire, Scotland on December 1988, Air accident investigation branch, aircraft accident n°2/90 (EW/C1094), 1990.
- [2] N. Leconte, B. Langrand, E. Markiewicz. *On some features of a plate Hybrid-Trefftz displacement element containing a hole*, Finite Elements in Analysis and Design, Elsevier, 46 (10) 819-828, 2010.
- [3] E. Kita, N. Kamiya. *Trefftz method: an overview*, Advances in Engineering Software, Elsevier, 3-12, 1995.
- [4] N. Leconte, B. Langrand, E. Markiewicz. *Toward a hybrid Trefftz element with a hole for elasto-plasticity?*, Journal of Computational and Applied Mathematics, Elsevier, 218 (1) 88-95, 2008.
- [5] N. Leconte, B. Langrand, E. Markiewicz. *Hybrid displacement formulations of finite elements including a hole*, Structural and Engineering Mechanics, Techno Press, 31 (4) 439-451, 2009.