HAL
open science

Optimisation multi-objectif sous incertitudes : Application au dimensionnement d'un composant de satellite

Franck Massa, Bertrand Lallemand, Thierry Tison

To cite this version:

Franck Massa, Bertrand Lallemand, Thierry Tison. Optimisation multi-objectif sous incertitudes : Application au dimensionnement d'un composant de satellite. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592850

HAL Id: hal-00592850

https://hal.science/hal-00592850v1

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2011
10e Colloque National en Calcul des Structures
9-13 mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

Optimisation sous incertitudes: Application au dimensionnement d'un composant de satellite

F. Massa [1], B. Lallemand [1], T. Tison [1]

[1] *LAMIH FRE CNRS 3304, Université de Valenciennes, France {franck.massa,bertrand.lallemand,thierry.tison}@univ-valenciennes.fr*

Résumé — Dans ce papier, une méthodologie de résolution d'un problème d'optimisation sous incertitudes est présentée. Certains paramètres du modèle, dans ce contexte, sont définis par des données ensemblistes. La méthodologie associe une optimisation globale pour explorer l'espace de conception, des optimisations locales pour propager les incertitudes et un méta-modèle approprié. Pour valider cette démarche, une optimisation du plateau inférieur du microsatellite DEMETER, développé par le CNES, est effectuée.
Mots clefs — Optimisation multi-objectif, incertitudes, méta-modèle, robustesse.

1 Introduction

Les simulations par éléments finis sont bien implantées dans le monde industriel et sont devenues incontournables en phase de conception des structures mécaniques. Bien que les modèles numériques soient de plus en plus complexes et réalistes, les résultats obtenus peuvent présenter encore des écarts non négligeables par rapport à la réalité observée. L'utilisation d'une analyse déterministe peut être limitée compte tenu, par exemple, des variabilités issues de la fabrication. De plus, l'utilisation de coefficient de sécurité ne permet pas de dimensionner au plus juste.

L'objectif de ce papier est donc de proposer une méthodologie permettant d'introduire des variabilités, présentes sur des caractéristiques endogènes, dans un processus d'optimisation. A chaque donnée du problème d'optimisation, à savoir les variables de conception, les fonctions objectif et les contraintes d'optimisation, est associé un ensemble de variation, imposé soit par le concepteur ou calculé à partir de solutions mécaniques obtenues par simulation éléments finis. La méthodologie proposée associe des optimisations globales [1] et locales [2] pour déterminer les ensembles admissibles des variables de conception. Afin de limiter les surcoûts numériques dus à l'introduction des incertitudes, on propose d'utiliser un méta-modèle adapté [3, 4] basé sur une approche homotopique [5, 6].

Pour valider cette démarche, une optimisation du plateau inférieur du microsatellite DEMETER, développé par le CNES, est effectuée.

2 Contexte de l'étude

2.1 Cahier des charges

La structure à optimiser est le microsatellite DEMETER (Fig. 1 A) et plus particulièrement le plateau inférieur qui est le composant le plus influent concernant les premiers modes du microsatellite. Ce plateau, dont la masse est de 8 kg, est fabriqué en aluminium et est usiné dans un seul bloc matière. Compte tenu des épaisseurs, des éléments finis de type coque sont retenus pour la discrétisation du plateau (Fig. 1 B) tandis que des éléments finis de type poutre sont définis sur la partie supérieure afin de prendre en compte le comportement dynamique de l'ensemble des équipements embarqués par le satellite.

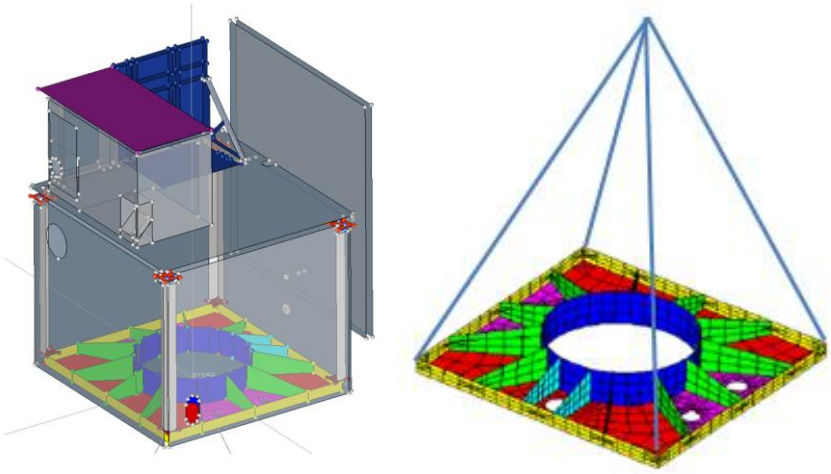

FIG. 1 – (A) Modèle numérique du satellite DEMETER – (B) Modèle éléments finis associé

La problématique de l'optimisation est de minimiser la masse du plateau inférieur dans le but de minimiser la masse globale du satellite et donc le coût du lancement. On dispose, comme variables de conception, des épaisseurs des raidisseurs, notées de e_1 à e_5 (Fig. 2), pour lesquelles l'espace de variation est fixé à ± 20 % des valeurs nominales. Les épaisseurs, notées de e_6 à e_8, sont quant à elles, considérées comme imprécises. Pour l'ensemble des épaisseurs du modèle, une tolérance de fabrication de ± 0.1 mm est fixée par le cahier des charges.

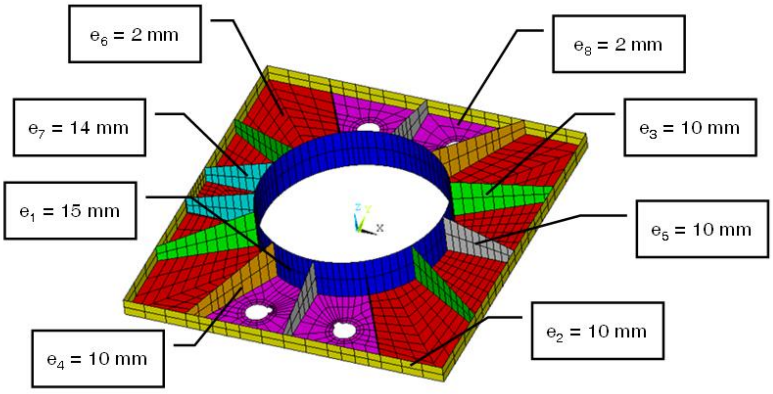

FIG. 2 – Epaisseurs nominales des éléments coques du plateau inférieur

On souhaite analyser la rigidité du plateau au travers des 3 premières fréquences propres qui sont des valeurs imposées pour assurer le découplage entre les modes du lanceur et ceux du satellite (Fig. 3). Les 2 premières fréquences propres doivent donc être supérieures à 25 Hz (modes latéraux) et la troisième supérieure à 66 Hz (mode longitudinal). Une variation de -1 Hz est autorisée pour les valeurs limites des contraintes d'optimisation.

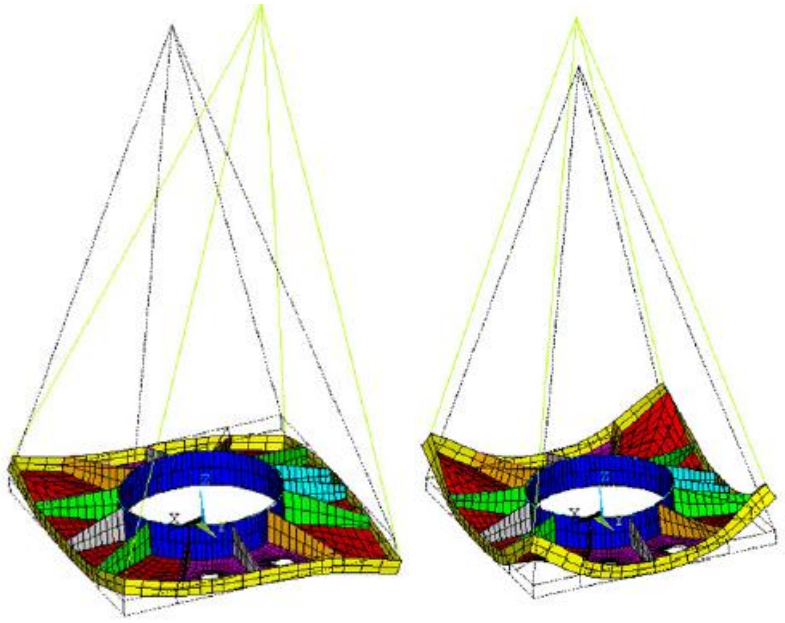

FIG. 3 – (A) Mode latéral – (B) Mode longitudinal

Enfin, on souhaite estimer la robustesse des solutions obtenues après optimisation en fonction des incertitudes précédemment citées.

2.2 Formulation du problème d'optimisation

Les variables, pilotées par le concepteur, $\tilde{e}_i$ avec i=1 à 5, appartenant à l'espace de conception Ω_c, sont modélisées par des nombres flous triangulaires dont le support est un intervalle de longueur 0.4*e_i (où e_i est la valeur nominale des épaisseurs). Les paramètres imprécis $\tilde{e}_j$ avec j=6 à 8, subis durant le processus d'optimisation et appartenant à l'espace de conception Ω_i, sont modélisés, quant à eux, par des intervalles flous, dont le support est un intervalle de longueur 0.2mm. Deux objectifs sont ici considérés. Le premier consiste à minimiser la masse de la structure $M(\tilde{e}_i, \tilde{e}_j)$, tout en vérifiant les contraintes d'optimisation définies par l'intermédiaire de lois restrictives non déterministes $\tilde{R}_{f_k}$ appliquées sur les premières fréquences propres du système $f_k(\tilde{e}_i, \tilde{e}_j)$ avec k=1 à 3. Le second objectif est une maximisation de la robustesse des solutions $r(\tilde{e}_i^*, f_k^*(\tilde{e}_i^*, \tilde{e}_j))$ avec $\tilde{e}_i^*$ les ensembles obtenus après optimisation. Ces fonctions objectif sont regroupées au sein d'une fonction objectif globale en utilisant une méthode de pondération. Puisque les données manipulées sont non déterministes, en l'occurrence floues, un opérateur de défuzzication, de type méthode de gravité, est utilisé.

En tenant compte des différents éléments du cahier des charges, le problème d'optimisation sous incertitudes s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} &\underset{\tilde{e}_i}{Minimiser}\ \frac{defuz\,(M(\tilde{e}_i, \tilde{e}_j))}{2} - \frac{defuz\,(r(\tilde{e}_i^*, f_k^*(\tilde{e}_i^*, \tilde{e}_j)))}{2} \\ &Sujette\ \grave{a}\ f_k(\tilde{e}_i, \tilde{e}_j) \subseteq \tilde{R}_{f_k} \\ &Avec\ \tilde{e}_i \in \Omega_c,\quad \tilde{e}_j \in \Omega_i \end{aligned} \tag{1}$$

3 Optimisation sous incertitudes

La méthode proposée pour résoudre le problème, formulé par l'équation 1, repose sur l'utilisation :

- d'un algorithme génétique pour explorer l'espace de conception et définir les sous-ensembles admissibles,
- d'une méthode de propagation des incertitudes recherchant les évolutions minimales et maximales pour chaque solution mécanique, présente dans les contraintes d'optimisation ou fonctions objectif,
- d'un méta-modèle approprié pour calculer les solutions modales perturbées,

d'une quantification de la robustesse des solutions proposées.

3.1 Prise en compte des incertitudes

Les données du problème, à savoir les variables de conception et les paramètres imprécis, sont modélisés par des fonctions d'appartenance, respectivement triangulaire et intervalle. A partir des fonctions d'appartenance des données d'entrée, sont calculées les fonctions d'appartenance des solutions mécaniques présentes dans les fonctions objectif et contraintes de l'optimisation. La forme de la fonction d'appartenance traduit l'évolution de la solution en fonction des données d'entrée (Fig. 4). Cette spécificité [1] est utilisée au niveau de l'optimisation globale pour ajuster les variables de conception en fonction des lois restrictives. Les fonctions d'appartenance de type intervalle, quant à elles, permettent de prendre en compte les tolérances de fabrication pour lesquelles on ne dispose pas de distribution de variation.

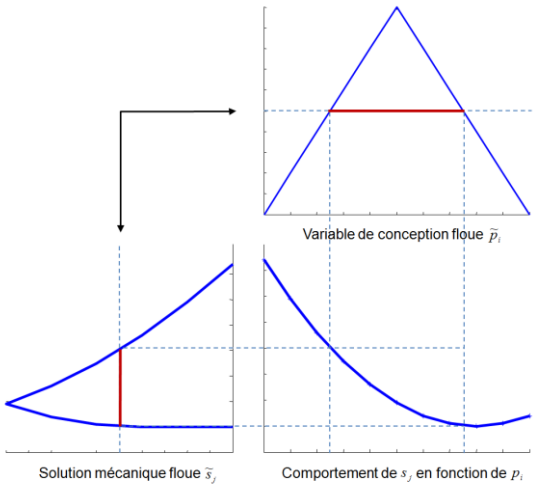

FIG. 4 – Informations contenus dans une fonction d'appartenance

3.2 Méthodes d'optimisation

L'exploration de l'espace de conception est effectuée avec un algorithme génétique [1] (Fig. 5). A chaque génération, des valeurs des variables de conception sont générées. Ces valeurs sont introduites comme valeurs nominales des fonctions d'appartenance des variables de conception. A partir de ces données imprécises, on calcule les solutions mécaniques en propageant les incertitudes. La propagation des imprécisions repose, dans cette étude, sur une méthode de type gradient [2]. Après

application des lois restrictives sur les solutions mécaniques et recalage des données de problème, les ensembles acceptables sont notés pour définir les meilleurs individus.

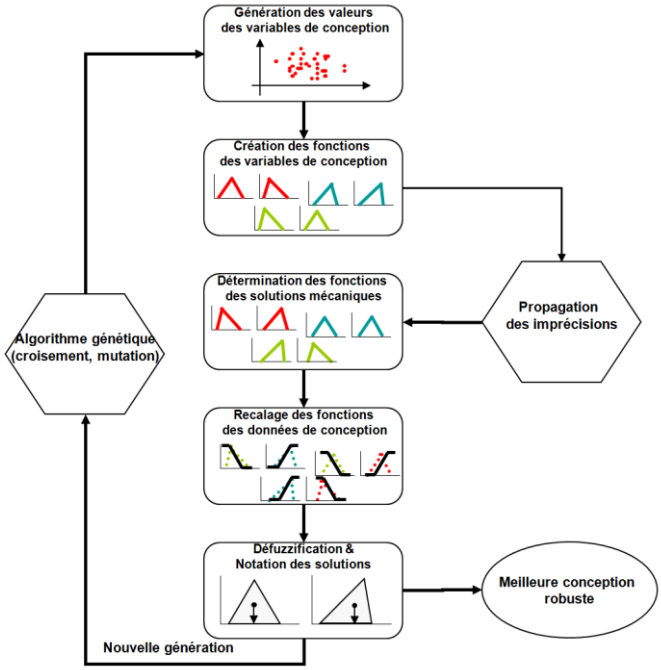

FIG. 5 – Méthodologie d'optimisation

3.3 Méta-modèle

Compte tenu du nombre d'appels déterministes à réaliser au niveau des algorithmes d'optimisation, il est primordial d'utiliser un méta-modèle pour diminuer les coûts numériques des calculs modaux et ainsi maîtriser le surcoût numérique dû à la prise en compte des imprécisions. Dans cette étude, une projection sur une base composée de vecteurs issus d'un développement homotopique [6] est considérée pour approximer les premières fréquences propres.

Le problème aux valeurs propres perturbé avec normalisation en masse s'écrit comme suit :

$$K_m \phi_m^j = \lambda_m^j M_m \phi_m^j \quad \text{et} \quad \phi_m^{jT} M_m \phi_m^j = 1 \qquad j=1\ldots n_m \tag{2}$$

où M_m et K_m sont les matrices de masse et de rigidité modifiées, λ_m^j et ϕ_m^j représentent, respectivement, la $j^{ème}$ valeur propre et vecteur propre de la structure modifiée. Les solutions propres modifiées peuvent ensuite être exprimées en série en introduisant un paramètre homotopique ε (Equations 3&4) et décomposer les matrices d'état en une matrice nominale et une matrice perturbée (Equation 5).

$$\phi_m^j = \phi_0^j + \varepsilon\ \phi_1^j + \ldots + \varepsilon^n \phi_n^j \tag{3}$$

$$\lambda_m^j = \lambda_0^j + \varepsilon\ \lambda_1^j + \ldots + \varepsilon^n \lambda_n^j \tag{4}$$

$$M_m = M_0 + \varepsilon \Delta M \quad \text{et} \quad K_m = K_0 + \varepsilon \Delta K \tag{5}$$

En introduisant les Equations 3 à 5 dans l'Equation 2 et en utilisant la méthode de Lee [7], il est alors possible de déterminer les termes d'ordre élevé λ_i^j et ϕ_i^j, après avoir identifiés des différents ordres du paramètre ε :

$$
\begin{aligned}
&K_0\phi_0^j = \lambda_0^j M_0 \phi_0^j \\
&\begin{bmatrix} K_0 - \lambda_0^j M_0 & -M_0\phi_0^j \\ -\phi_0^{jT} M_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1^j \\ \lambda_1^j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\left(\Delta K - \lambda_0^j \Delta M\right)\phi_0^j \\ 0.5\,\phi_0^{jT}\Delta M \phi_0^j \end{Bmatrix} \\
&\quad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\
&\begin{bmatrix} K_0 - \lambda_0^j M_0 & -M_0\phi_0^j \\ -\phi_0^{j\,T} M_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_n^j \\ \lambda_n^j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\left(\Delta K \phi_{n-1}^j - \sum_{k=0}^{n-1} \lambda_k^j \Delta M \phi_{n-k-1}^j - \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k^j M_0 \phi_{n-k}^j\right) \\ 0.5\left(\sum_{k=0}^{n-1} \phi_k^{jT} \Delta M \phi_{n-k-1}^j + \sum_{k=1}^{n-1} \phi_k^{jT} M_0 \phi_{n-k}^j\right) \end{Bmatrix}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Une base de projection, notée T, constituée des différentes solutions ϕ_0^j issu du problème initial et des vecteurs perturbés ϕ_i^j, peut alors être construire :

$$
T = \begin{bmatrix} \phi_0^j & \phi_1^j \ldots \phi_n^j \end{bmatrix} \tag{7}
$$

Les vecteurs propres modifiés, projetés sur la base T, sont donnés par $\phi_m^j = T\,\phi_m^{jR}$, où ϕ_m^{jR} est le vecteur propre du problème réduit :

$$
[T^T K_m T]\phi_m^{jR} = \lambda_m [T^T M_m T]\phi_m^{jR} \tag{8}
$$

Cette méthode d'approximation se décompose donc en 2 étapes :

- une phase de préparation des calculs relatifs aux vecteurs perturbés,
- une phase de résolution du problème réduit, en fonction des valeurs des variables de conception et des paramètres imprécis, moins coûteuse que le problème d'origine.

3.4 Analyse de robustesse

Une conception est considérée comme robuste (Fig. 6) si pour une même variation des paramètres d'entrée, les solutions présentent des variations moindres. La robustesse $r(\tilde{s}_j, \tilde{p}_i)$ d'une solution $\tilde{s}_j$ par rapport à un paramètre $\tilde{p}_i$ est définie par :

$$
r(\tilde{s}_j, \tilde{p}_i) = \frac{\Delta s_j}{\Delta p_i} \frac{p_i}{s_j} \tag{9}
$$

où Δs_j et Δp_i représentent respectivement la longueur du support de $\tilde{s}_j$ et de $\tilde{p}_i$. s_j et p_i sont les valeurs nominales des paramètres.

Dans notre contexte, le but est d'obtenir une conception avec une masse minimale et qui filtre les imprécisions, c'est-à-dire que la conception soit stable vis-à-vis des variations des variables de conception et des variables imprécises. Plus la valeur du critère de robustesse est faible, plus la solution est robuste.

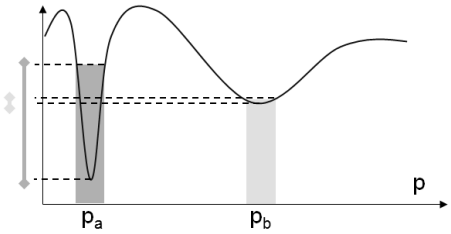

FIG. 6 – Définition d'une conception robuste

4 Dimensionnement du composant de satellite

A l'issue de la méthodologie d'optimisation, des ensembles admissibles des variables de conception sont déterminés (Fig. 7). Le concepteur dispose alors d'un espace dans lequel il peut choisir ces épaisseurs pour réaliser la nouvelle conception et prendre en compte la tolérance de fabrication associée à ces variables de conception $\tilde{e}_i$ avec i=1 à 5 de ±0.1 mm.

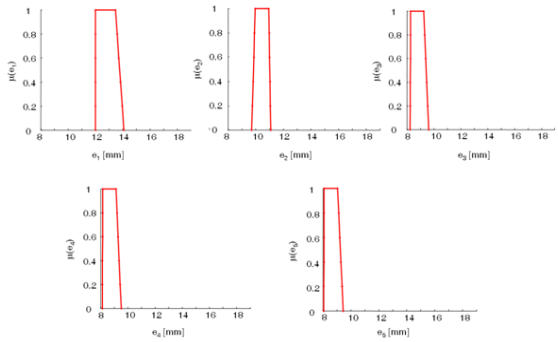

FIG. 7 – Ensembles admissibles pour les variables de conception après optimisation

Le choix des valeurs de conception se fait par rapport à la participation de ces paramètres sur l'objectif masse, à savoir des épaisseurs minimales engendrent une masse minimale. Les valeurs des variables de conception après optimisation sont présentées Figure 8. La valeur du paramètre e_2 reste constante après optimisation tandis que les valeurs des autres variables de conception sont diminuées. L'objectif de réduire la masse du plateau inférieur a ainsi été atteint. Le gain s'élève à 15% de la masse initiale du plateau tout en conservant une robustesse des solutions fréquentielles, globalement identique vis-à-vis des données initiales.

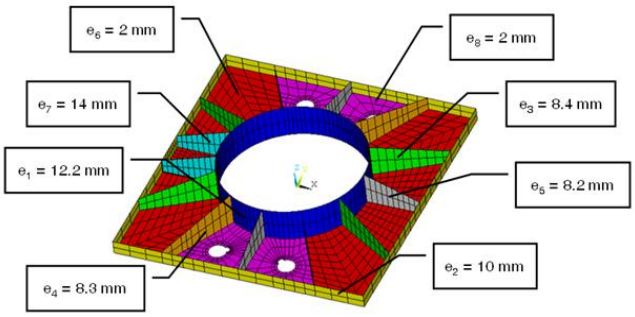

FIG. 8 – Epaisseurs nominales des éléments coques du plateau inférieur après optimisation

La Figure 9 présente les fonctions d'appartenance des contraintes d'optimisation avant et après optimisation. Les fonctions d'appartenance des fréquences propres sont incluses dans les lois restrictives. La contrainte sur la 3ème fréquence s'avère ici être la plus contraignante.

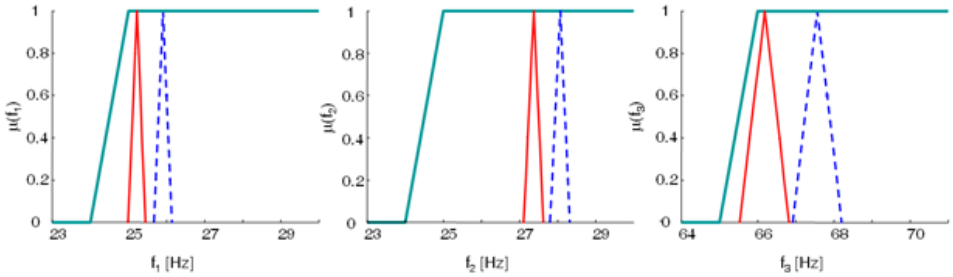

FIG. 9 – Positionnement des solutions propres par rapport aux lois restrictives avant (traits en pointillé) et après optimisation (traits continus)

5 Conclusion

Cette étude, dont le but était de minimiser la masse du plateau inférieur du microsatellite DEMETER tout en prenant en compte des tolérances de fabrication sur les épaisseurs du modèle numérique, a permis de valider une méthodologie d'optimisation sous incertitudes. Cette méthodologie repose sur l'utilisation d'une méthode d'optimisation globale de type algorithme génétique pour explorer l'espace de conception, sur l'utilisation d'une méthode d'optimisation locale de type gradient pour la propagation des incertitudes, sur la définition d'un méta-modèle approprié à l'analyse modale et sur la quantification de la robustesse des solutions proposées. Les perspectives à ce travail concernent principalement le développement de méta-modèles pour des études non-linéaires et la détermination d'un front de Pareto défini à partir des données incertaines dans le cadre d'une optimisation multi-objectif.

Remerciements

Ce travail a été réalisé et financé dans le cadre d'un projet de recherche avec le Centre National d'Etudes Spatiales.

Références

[1] F. Massa, B. Lallemand, T. Tison, *Fuzzy multiobjective optimization of mechanical structures,* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 195(5-8), pp. 631-643, 2009.

[2] F. Massa, K. Ruffin, T. Tison, B. Lallemand, *A complete method for efficient fuzzy modal analysis,* Journal of Sound and Vibration, 309(1-2), pp. 63-85, 2008.

[3] M. Xiao, P. Breitkopf, R. Filomeno Coelho, C. Knopf-Lenoir and M. Sidorkiewicz, *Model reduction by CPOD and Kriging: Application to the shape optimization of an intake port*, 2010, 41(4), pp. 555-574, 2010.

[4] E. Balmès, *Parametric families of reduced finite element models: Theory and applications*, Mechanical Systems and Signal Processing, 10(4) (1996) 381-394.

[5] F. Massa, K. Ruffin, B. Lallemand, T. Tison, *Structural analysis by interval approach*, European Journal of Computational Mechanics, 17(5-7), pp. 869-880, 2008.

[6] N. Damil, M. Potier-Ferry, A. Najah, R. Chari, H. Lahmam, *An iterative method based upon Padé Approximants*, Communications in Numerical Methods in Engineering, 15, pp. 701-708, 1999.

[7] I.W. Lee, G.H. Jung, *An efficient algebraic method for the computation of natural frequency and mode shape sensitivities—part I. Distinct natural frequencies,* Computers & Structures, 62 (3) (1997) 429–435.