



**HAL**  
open science

## Dialogue entre éléments finis - éléments lattices - éléments discrets pour un problème tribologique

Viet Hung Nhu, Mathieu Renouf, Yves Berthier

► **To cite this version:**

Viet Hung Nhu, Mathieu Renouf, Yves Berthier. Dialogue entre éléments finis - éléments lattices - éléments discrets pour un problème tribologique. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592846

**HAL Id: hal-00592846**

**<https://hal.science/hal-00592846v1>**

Submitted on 3 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Dialogue entre éléments finis - éléments lattices - éléments discrets pour un problème tribologique.

V.-H. Nhu, M. Renouf, Y. Berthier

*Université de Lyon, CNRS,  
LaMCoS, INSA-Lyon, F69621 Villeurbanne cedex  
{Viet-Hung.Nhu, Mathieu.Renouf, Yves.Berthier}@insa-lyon.fr*

---

**Mots clés** — dialogue, éléments finis, éléments lattices, éléments discrets, tribologie.

## 1 Introduction

Lorsque deux corps sont en contact, soumis à des sollicitations de compression et cisaillement, des instabilités dynamiques, de type "adhérence-glissement-décollement", peuvent apparaître à l'interface de contact [1, 7]. Ces instabilités sont sensibles aux phénomènes physiques locaux traduits par un coefficient de frottement local. Ainsi lorsqu'une couche de matière est créée à l'interface (appelé communément troisième corps) pour répondre aux sollicitations de contact [2], le coefficient de frottement local dépend alors de la rhéologie de cette couche. Ainsi les lois de frottement classiques telle que la loi de Coulomb, ne permettent pas toujours de traduire correctement la rhéologie de l'interface et par conséquent, la question sur la capacité d'un modèle numérique à reproduire ou non des instabilités dynamique de contact reste ouverte.

Afin de combler le manque d'information sur la rhéologie de l'interface, des modèles numériques, se basant sur des méthodes par éléments discrets (ED), ont été utilisés [13] pour permettre de simuler la vie du troisième corps dans un contact. Cependant, pour avoir une modélisation plus réaliste du comportement de cette couche, il faut aussi modéliser les corps en contact dont les particules de troisième corps sont issues, qui sont quant à eux des milieux continus, et prendre en compte les variations de la dynamique locale des premiers corps sur le comportement de l'interface. Toutefois, pour modéliser les deux corps en contact et l'interface avec suffisamment de précision, un modèle complet macro-discret restent très coûteux en temps de calcul [11].

Pour pallier à ce problème, un premier dialogue entre méthodes par éléments finis (EF) et éléments discrets (ED) est utilisé [3]. En utilisant un transfert d'information entre les échelles correspondantes, locale pour les éléments discrets et globale pour les éléments finis, il est alors possible de connecter les deux échelles. Il faut toutefois s'assurer que le volume élémentaire utilisé à l'échelle discrète permet de traduire toute la physique impliquée au niveau du problème traité.

Toutefois, dans cette approche la structure discrète, ne respecte pas initialement un continuum à l'échelle locale. Ceci peut entraîner l'apparition de localisations "numériques" et une fragilisation du modèle qui n'a pas lieu d'exister.

Pour palier à ce manque, une méthode par éléments lattices (EL) est utilisée pour structurer plus correctement l'interface entre les modèles continu et discontinu. Dans les présents travaux, le principe du dialogue enrichi est présenté et appliqué à un cas de référence pour lequel les instabilités de contact ont été étudiées [12], ceci afin d'évaluer le comportement dynamique des instabilités des premier corps en contact, en prenant en compte le frottement local résultant de l'écoulement du troisième corps et l'influence des phénomènes locaux (échelle micro). Après une présentation rapide du cadre numérique utilisé, une attention particulière est donnée aux lois de contacts utilisées dans l'approche discrète en justifiant le choix de chacun des paramètres. Ensuite la méthodologie mise en place est présentée et illustrée aux travers de différentes simulations.

## 2 Cadre numérique

### 2.1 Formulation globale

Pour les simulations, aussi bien à l'échelle des premiers corps que du troisième corps, la méthode Non Smooth Contact Dynamics (NSCD), issue des travaux de J.J. Moreau [8] et M. Jean [6], est utilisée. Elle permet de modéliser l'évolution de systèmes de corps rigides ou déformables dont les interactions sont gérées par différents types de lois (contact unilatéral, frottement de Coulomb, chocs, modèle de zones cohésives,...).

Considérons l'équation de la dynamique utilisée pour décrire l'évolution d'un système de corps rigides :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}^{ext} + \mathbf{R}, \quad (1)$$

où  $\mathbb{M}$  désigne la matrice de masse du système,  $\ddot{\mathbf{q}}$  est la dérivée seconde du paramètre configuration  $\mathbf{q}$ . Les forces présentes dans le système sont décomposées en les forces extérieures  $\mathbf{F}^{ext}$  et la résultante des forces de contact  $\mathbf{R}$ . L'équation (1) est re-écrite dans un cadre autorisant la dérivation des accélérations en présence de chocs et est discrétisée via une  $\theta$ -méthode, où  $\theta$  est pris égal à 0.5 à la fois pour des raisons de stabilité et garder un schéma en temps conservatif.

Ainsi, en se plaçant sur l'intervalle de temps  $[t_i, t_{i+1}]$ , de mesure  $h$ , on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + \theta \dot{\mathbf{q}}_{i+1} + (1 - \theta) \dot{\mathbf{q}}_i \\ \dot{\mathbf{q}}_{i+1} = \dot{\mathbf{q}}_{i+1}^{free} + \mathbb{M}^{-1} h \mathbf{R}_{i+1} \end{cases}, \quad (2)$$

avec

$$\dot{\mathbf{q}}_{i+1}^{free} = \dot{\mathbf{q}}_i + h \mathbb{M}^{-1} (\theta \mathbf{F}_{i+1}^{ext} + (1 - \theta) \mathbf{F}_i^{ext}). \quad (3)$$

La résolution du système (2) s'effectue en cherchant le couple inconnu  $(h\mathbf{R}_{i+1}, \dot{\mathbf{q}}_{i+1})$  relié à l'ensemble des éléments constituant notre système. A la recherche de ce couple, on préfère chercher le couple dual  $(\mathbf{r}_{i+1}, \mathbf{u}_{i+1})$  reliant impulsion au contact et vitesse relative au contact et relié au couple  $(h\mathbf{R}_{i+1}, \dot{\mathbf{q}}_{i+1})$  via les applications linéaires  $\mathbb{H}$  et  $\mathbb{H}^*$  :

$$\begin{cases} h\mathbf{R} = \mathbb{H}\mathbf{r} \\ \mathbf{u} = \mathbb{H}^*\dot{\mathbf{q}} \end{cases}. \quad (4)$$

En injectant les équations du système (4) dans le système (2), on aboutit au problème de contact suivant :

$$\begin{cases} \mathbb{W}\mathbf{p}_{i+1} + \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_{free} \\ Interaction[\mathbf{r}_{i+1}, \mathbf{u}_{i+1}] \end{cases}, \quad (5)$$

où  $\mathbb{W} (= \mathbb{H}^* \mathbb{M}^{-1} \mathbb{H})$  représente l'opérateur de Delassus et  $Interaction[\mathbf{r}_{i+1}, \mathbf{u}_{i+1}]$ , la ou les lois d'interaction reliant impulsions et vitesses relatives au contact. L'algorithme utilisé pour résoudre le problème de contact est un algorithme de Gauss Seidel non linéaire, algorithme itératif, cherchant une solution au problème par une gestion contact par contact. Le lecteur peut se tourner vers les travaux originaux pour de plus amples compléments [6, 8].

### 2.2 Formulation locale

Différentes lois d'interaction sont utilisées dans nos simulations. A l'échelle macro, les premières simulations utilisent du contact unilatéral et du frottement de Coulomb.

Le contact unilatéral se traduit par le problème de complémentarité reliant distance au contact,  $g$ , et force de contact,  $r_n$  :

$$g \geq 0, \quad r_n \geq 0, \quad g \cdot r_n = 0. \quad (6)$$

Le frottement de Coulomb se traduit classiquement par le système :

$$\begin{cases} Si \quad \dot{u}_t = 0, & \|r_t\| < \mu \|r_n\| \\ Si \quad \exists \lambda \geq 0, \dot{u}_t = -\lambda R_T, & \|r_t\| = \mu \|r_n\| \end{cases}, \quad (7)$$

où  $\dot{u}_t$  est la vitesse relative tangentielle,  $\mu$  est le frottement Coulomb et,  $r_n, r_t$  les composantes normale et tangentielle de la force locale.

A l'échelle locale, une extension de modèle CZM est utilisée. Le modèle classique permet de modéliser la dégradation des particules ainsi que l'écoulement du milieu endommagé au travers d'une variable d'endommagement  $\beta \in [0, 1]$ . Une fois la liaison rompue, un modèle de contact unilatéral (cf. Eq. (6)) est utilisé. Ceci sous entend qu'il n'y a plus d'effet de cohésion ou d'énergie de surface opérant sur les particules détachées lors du cisaillement, ce qui ne respecte pas la physique de l'interface.

Pour prendre cela en compte, on propose une loi de contact CZM étendue prenant en compte une cohésion après l'endommagement du contact. Cette loi, appelée WET\_CZM, est décrite par le système d'équations (8) pour la partie endommagement (CZM) et le système (9) pour la partie cohésive après rupture (WET) :

$$\left\{ \begin{array}{l} g \geq 0 \\ \mathbf{r}_n - \beta^2(C_N g) \geq 0 \\ (\mathbf{r}_n - \beta^2 C_N g)g = 0 \end{array} \right. \quad (8) \quad + \quad \left\{ \begin{array}{l} g \geq 0 \\ \mathbf{r}_n - \gamma \geq 0 \\ (\mathbf{r}_n - \gamma)g = 0 \end{array} \right. \quad (9)$$

Les systèmes (8) et (9) peuvent être représentés simplement par les deux graphiques suivants :

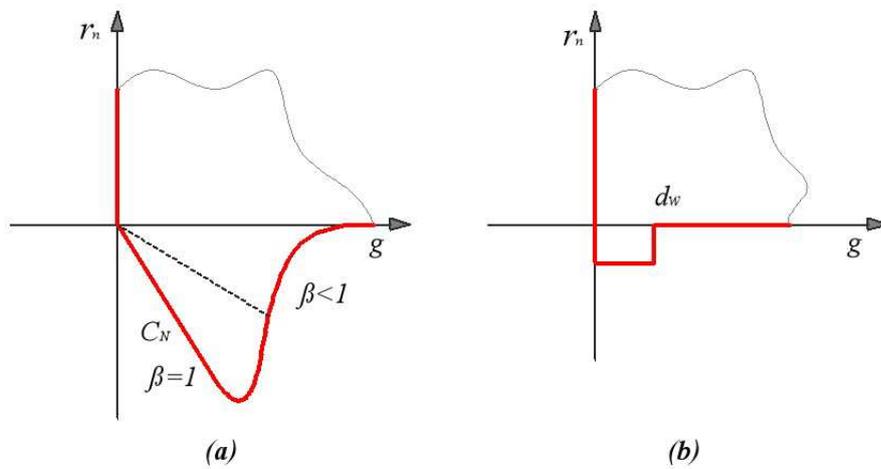


FIGURE 1 – (a) graphe de la partie endommagement (CZM) et (b) graphe de la partie cohésive (WET).

Dans le système (8),  $C_N$  désigne la raideur à la traction, tandis que dans le système (9),  $\gamma$  représente la force cohésive locale et  $d_w$  la distance d'activation de la cohésion.

### 3 Dialogue entre échelles tribologiques

#### 3.1 Choix de modèles

A l'échelle globale, le premier corps est considéré continu et modélisé par EF. Il est construit et traité par une condition périodique (homogénéisation longitudinale). Il est soumis à des sollicitations tribologiques (compression et cisaillement) au cours de la simulation.

A l'échelle du troisième corps, le milieu discontinu est modélisé par ED et EL. Le comportement élastique avec endommagement du matériau est défini par une loi CZM pour le modèle ED et par des interactions type poutre pour le modèle EL. Les modèles numériques utilisés sont intégrés dans la plateforme logiciel LMGC90 [4].

##### 3.1.1 Echelle globale

Le cas de référence [7] est un modèle 2D de 32000 éléments, représentant le contact entre un parallélépipède élastique ( $E = 10000MPa, \nu = 0.3$ ) aux frontières latérales périodiques et une surface rigide. Une force verticale est appliquée sur la frontière supérieure du parallélépipède, et la surface rigide est

animée d'une vitesse constante. Les surfaces de contact sont lisses. Au cours de l'étape 1, le coefficient de frottement de type Coulomb reste constant dans la simulation, mais différentes valeurs sont utilisées (0.1, 0.3, 0.5 et 0.9) afin d'évaluer l'influence de  $\mu$  sur le comportement global du système.

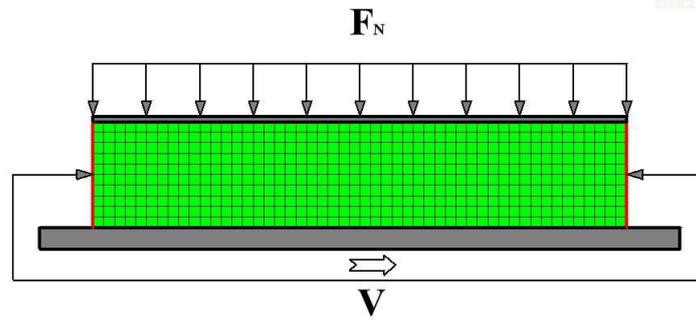


FIGURE 2 – Représentation du modèle FEM

### 3.1.2 Echelle locale

Le modèle par EL-ED est d'une taille égale à celle d'un élément du maillage EF ( $50\mu m \times 50\mu m$ ). Il est constitué de 5 600 disques rigides dont le diamètre moyen est de  $0.7\mu m$ .

Afin d'obtenir un comportement mécanique similaire à celui du milieu continu modélisé par EF, les paramètres de la loi de contact local CZM entre particules, ont été adaptés pour retrouver les paramètres mécaniques ( $E = 10000MPa$ ,  $\nu = 0.3$ ) utilisés à l'échelle globale. La figure (3) montre la relation contrainte - déformation d'un test de traction uni-axiale, dans laquelle, le module Young  $E$  a été considéré lors que la déformation  $\epsilon$  est dépassé 0.2% pour éviter les effets de chocs locaux existant dans la mise en charge de la traction.

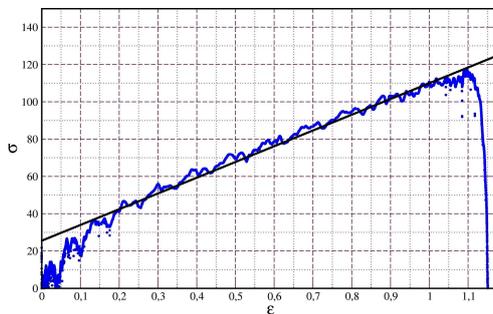


FIGURE 3 – Relation Contrainte-Déformation

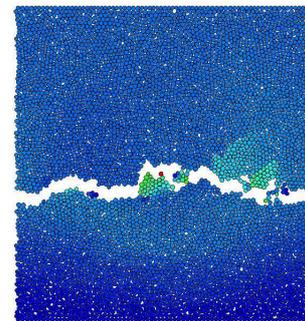


FIGURE 4 – Test de traction

Une fois les paramètres identifiés, la configuration initiale de l'échantillon est figée pour déterminer le réseau de barres à superposer au milieu discret (éléments lattices). Chaque nœud du réseau est associé à un élément et les barres aux contacts.

Ainsi, ce réseau d'éléments lattices liés par les ressorts élastiques, permet d'assurer une transition entre un continuum et un milieu discret. Ce système est ensuite soumis à sollicitations dynamique (en compression et cisaillement) pour une simulation prenant en compte la dégradation du milieu continu discret étendu.

## 3.2 Principe du dialogue

Le dialogue numérique est constitué de trois étapes décrites ci-dessous :

**Étape 1 :** Les simulations par le modèle EF sont réalisées en utilisant un coefficient de frottement de Coulomb constant (cas de référence). Les conditions limites appliquées sont  $F_N = 100N$  et  $V_g =$

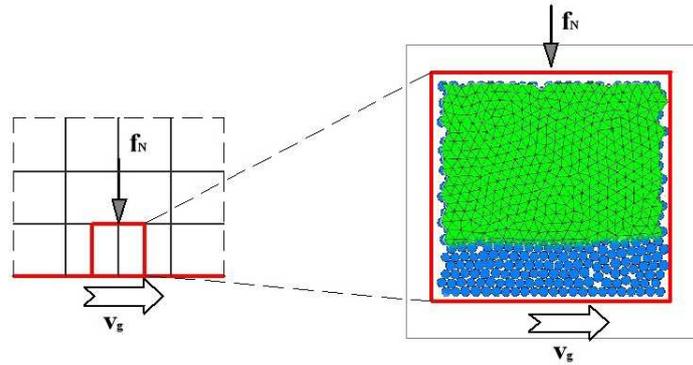


FIGURE 5 – Représentation du modèle DEM-LEM

$1m.sec^{-1}$ . Cette simulation permet de déterminer pour chaque noeud à l'interface, un couple de sollicitation force normale / vitesse de glissement ( $f_N; v_g$ ) qui sera utilisé ultérieurement comme donnée d'entrée de l'étape 2.

**Étape 2 :** Un couplage entre EL et ED est utilisé dans un modèle micro représentant un élément du maillage EF. Les conditions limites du modèle couplé EL-ED sont issues de l'étape 1. Les éléments latiques utilisent une loi de contact de type élastique permettant prendre en compte un milieu quasi continu. Par contre, les paramètres de la loi CZM ont été déterminés de telle sorte que le matériau discontinu ait le même comportement mécanique global que le matériau continu. De plus, ce milieu discontinu s'endommage au cours de simulation, ce qui permet de représenter l'usure à l'échelle locale. Ce couplage a la capacité de transférer petit à petit les informations mécaniques d'un milieu continu à un milieu discontinu plus complexe. Les résultats de ces simulations donnent une évolution temporelle du coefficient de frottement en fonction d'un couple ( $f_N; v_g$ ).

**Étape 3 :** Une simulation EF similaire à celle de l'étape 1 est finalement réalisée mais utilise temporairement le coefficient de frottement local, déterminé dans les simulations EL-ED, ceci afin d'observer l'influence des phénomènes locaux (échelle micro) sur les instabilités de contact.

Notons que par rapport au concept du "circuit tribologiques" [2] dans ce dialogue numérique, seul les débits source et interne de troisième corps sont pris en comptes dans le modèle EL-ED. Le débit d'usure n'est pas encore pris en compte (dans le sens éjection hors du contact).

## 4 Résultats

### 4.1 Frottement limite

Pour le cas de référence (étape 1), lorsque le coefficient de frottement de type Coulomb est constant, une variation de tests a été faite avec différent frottement ( $\mu \in [0.1 - 0.9]$ ). Des instabilités de type "adhérence – glissement - décollement" apparaissent au niveau du contact et dépendent d'une valeur seuil de frottement  $v_{seuil} = 0.3$  (cf. figure 6(b), 6(c) et 6(d)). Quand la valeur du frottement est plus faible que la valeur seuil, seules des instabilités de l'autre type "adhérence - glissement" ou "glissement" pur apparaissent (cf. figure 6(a)).

Pour illustrer ces instabilités, on peut observer la trajectoire du nœud milieu de la structure déformable (cf. figure 7). On remarque que le déplacement suivant le sens de cisaillement, noté  $Dx$ , est proportionnel au frottement de Coulomb. Quand la valeur du frottement dépasse le seuil de 0.3, le déplacement  $Dy$  devient plus grand (décollement). Toutefois la hauteur  $Dy$  ne semble pas être reliée à la valeur de  $\mu$ .

### 4.2 Modèle discret usure et frottement

Dans les simulations par ED, le coefficient de frottement varie fortement et rapidement au cours du temps en prenant en compte des phénomènes de surface (rugosités), de réactivité des particules, de

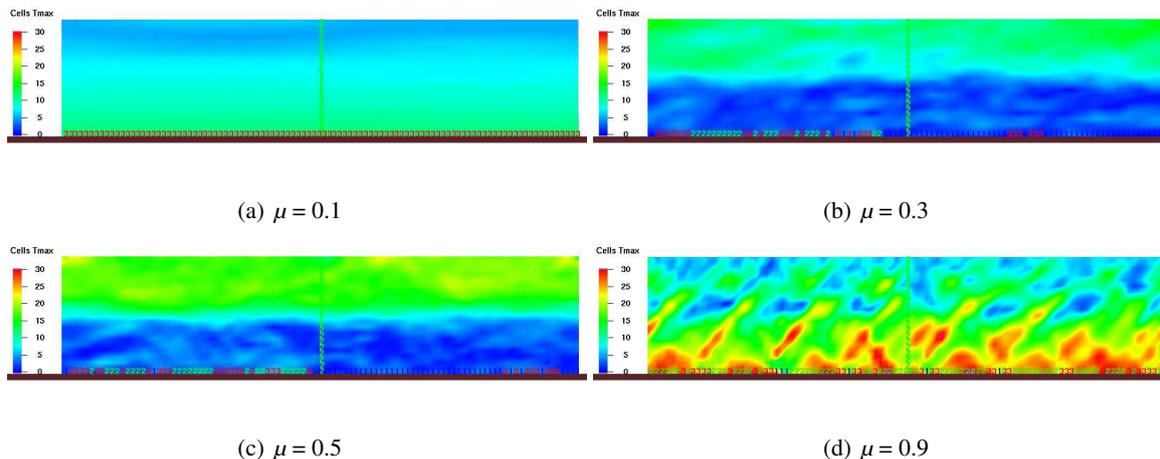


FIGURE 6 – Des instabilités de contact : (1) - Décollement, (2) - Adhérence, (3) - Glissement

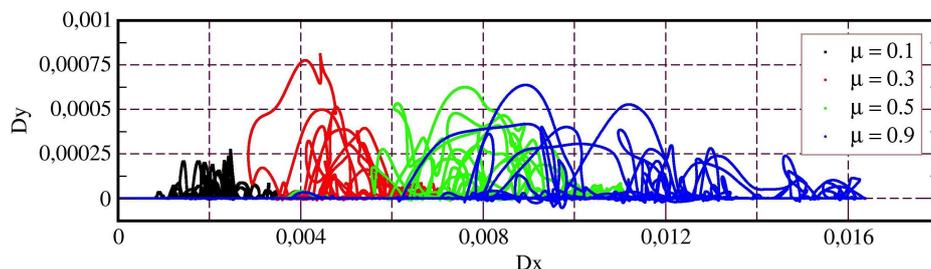


FIGURE 7 – Déplacement du noeud central

dégradation des particules (cf. figure 9).

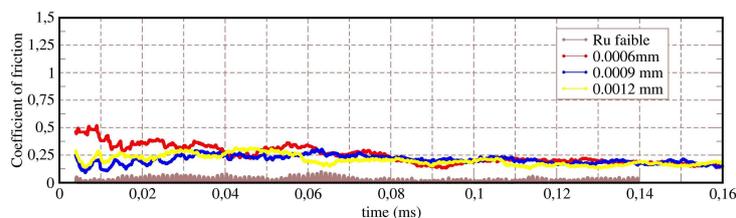


FIGURE 8 – Le frottement mesuré pour différents rugosités

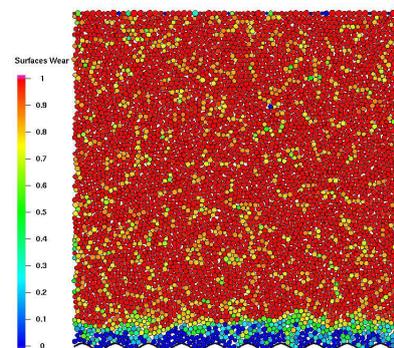


FIGURE 9 – L'usure mesuré par  $\beta$

Afin de reproduire des instabilités, nous avons vu lors de l'étape 1, que le frottement local moyen devait être supérieur ou égal à 0.3. Il faut donc à l'échelle locale retrouver cette valeur.

Deux aspects sont alors à considérer : les rugosités et la cohésion à l'interface. De plus, au cours de simulation, l'effet dégradation est mesuré par l'état de l'intensité  $\beta$  de chaque particule (cf. figure 9) : endommagement totale pour  $\beta = 0$  (bleu), partiellement  $0 < \beta < 1$  ou nul  $\beta = 1$  (rouge).

Il apparait que la rugosité influence les valeurs initiales du frottement ( $t \leq 0.1ms$ ), en fin de simulation, l'effet rugosité est gommé par les particules dégradées et les différentes simulations convergent toute vers la même valeurs du frottement ( $\mu \approx 0.18$ ) (cf. figure 8).

Les rugosités seules ne permettent donc pas d'atteindre des valeurs de frottement macro  $\mu > 0.2$ . Pour cela, il faut donc introduire de la cohésion au niveau des particules détachées (cf. figure 10). Dans cette figure, les résultats du frottement pour 3 différentes valeurs de cohésions sont montrés. La courbe rouge correspondant au cas sans cohésion après endommagement (CZM où  $\gamma = 0.0N$ ), amène une valeur du frottement faible. Les courbes bleue et le noire sont obtenues pour des valeurs de cohésions  $\gamma = 0.05N$

et de  $\gamma = 0.1N$  (WET\_CZM), valeurs pour lesquelles le frottement augmente relativement. Ces résultats rejoignent ceux de la littérature, observant une augmentation de  $\mu$  avec la cohésion [5].

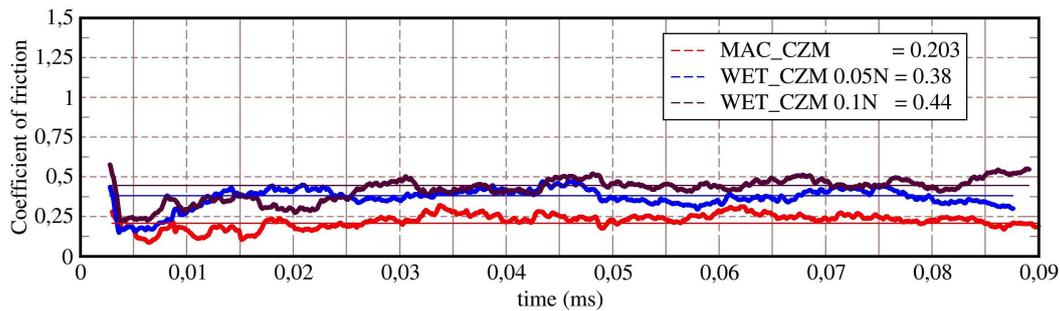


FIGURE 10 – Comparaison le frottement mesurés par la loi "CZM" et "WET-CZM"

### 4.3 Transition DEM - Lattices

Dans l'étape précédente, le VER à l'échelle micro présente des endommagements à l'interface 1<sup>er</sup> corps/3<sup>e</sup> corps ce qui reste une interface numérique et est relié au caractère fragile du milieu discret. Pour éviter ce problème, le modèle lattice est superposé au milieu discret. La composante en compression ajoute une souplesse au milieu le rendant moins fragile.

Au premier temps d'étendre plus loin, un échantillon de système LEM-DEM va créer par un compactage de géométrie adaptant avec le diamètre moyen de  $0.7\mu m$  pour structurer un milieu continu. Cet échantillon comprend un système d'un réseau des éléments lattices couplés avec les particules rigides et soumis des sollicitations dynamiques (en compression et cisaillement). Son évolution est capable de transférer dynamiquement les informations de l'échelle plus grande (échelle des 1<sup>ers</sup> corps) à l'échelle de l'interface (échelle de 3<sup>e</sup> corps).

Ce couplage n'influence pas la dégradation du VER à l'interface et on retrouve la même valeur de frottement qu'avec le modèle DEM (cf. figure 11). Mais ces simulations structurent plus correctement le milieu continu (élastique en compression et traction) et reste endommageable à l'interface de cisaillement. Ce milieu prend une place importante pour un dialogue entre l'échelle globale et locale et permet de réduire le coût de calcul.

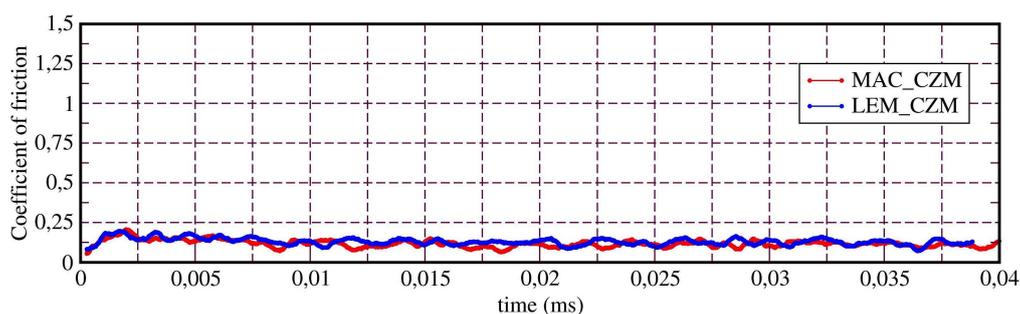


FIGURE 11 – Comparaison le frottement mesurés par "DEM" et "LEM"

## 5 Conclusion

Nous présentons ici une alternative pour coupler ces approches discrète et continu. Pour cela, un modèle LEM est utilisé assurant une transition entre continuum et le VER discret. Les premiers résultats montrent que cet enrichissement n'affecte pas le frottement et permettent de d'optimiser le temps de calcul des simulations.

## Références

- [1] G.G. Adams. *Self-excited oscillations of two elastic half-spaces sliding with a constant coefficient of friction*, J. Appl. Mech. 62, 867-872, 1995.
- [2] Y. Berthier. *Wear, Materials, Mechanisms and Practice*, Wiley, Chap. 3, 2005.
- [3] Y. Berthier, H.-P. Cao, V.-H. Nhu, M. Renouf, A. Saulot. *Couplage et Dialogue entre méthodes discrète et continue pour la tribologie numérique*, Actes du 9e colloque national en calcul des structures, 2009.
- [4] F. Dubois, M. Jean. *LMGC90 une plateforme de développement dédiée à la modélisation des problèmes d'interaction*, Actes du 6e colloque national en calcul des structures 1, 111-118, 2003.
- [5] I. Iordanoff, N. Fillot, Y. Berthier. *Numerical study of a thin layer of cohesive particles under plane shearing*, Powder Technology, 46-54, 2005.
- [6] M. Jean. *The non smooth contact dynamics method*. Compt. Methods Appl. Math. Engrg., 177, 235-257, 1999.
- [7] V. Linck, L. Baillet, Y. Berthier. *Modeling the consequences of local kinematics of the first body on friction and on third body sources in wear*, Wear 255, 299-308, 2003.
- [8] J.J. Moreau. *Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics*, Non Smooth Mechanics and Applications, CISM Courses and Lectures 302, Springer, 1-82, 1988.
- [9] M. Raous, M. Cangémi, M. Cocu. *A consistent model coupling adhesion, friction, and unilateral contact*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 177(3-4), 383-399, 1999.
- [10] M. Renouf, A. Saulot, Y. Berthier, *Proceedings of the International Joint Conference on Tribology*, on CDROM, 2008.
- [11] M. Renouf, A. Saulot, Y. Berthier. *Third body flow during a wheel-rail interaction*, European Conference on Computational Mechanics Solids, Portugal, 2006.
- [12] A. Saulot, M. Renouf, Y. Berthier. *A FEM-DEM Dialogue for tribological understanding*, International Joint Tribology Congress, États-Unis, 2008.
- [13] B. Seve, I. Iordanoff, Y. Berthier. *A discrete solid third body model : Influence of the intergranular forces on the macroscopic behaviour*, Tribology and Interface Engineering 39, 361-368, 2001.