

Développement d'une méthode de Corrélation d'Images appliquée à des mesures en temps réel de fissuration : application à des essais de fatigue.

E. Durif¹, J. Réthoré¹, M. Fregonese², A. Combescure¹

¹ Université de Lyon, CNRS, INSA-Lyon, LaMCoS UMR5259, F-69621, France, emilien.durif@insa-lyon.fr

² Université de Lyon, CNRS, INSA-Lyon, MATEIS UMR5510 F-69621, Villeurbanne Cedex, France

Résumé — La méthode de Corrélation d'Images est utilisée dans le cadre de la mécanique de la rupture. Une base de champs de déplacements est proposée afin d'améliorer son efficacité et de permettre une extraction commode des facteurs d'intensité des contraintes et la détermination précise de la position de la pointe de fissure. Ces mesures sont donc réalisées en temps réel au cours d'essais de propagation de fissure par fatigue afin de modifier le chemin de chargement dans le but d'identifier des lois de propagation.

Mots clés — Méthode de Corrélation d'Images en direct, facteurs d'intensité des contraintes, fatigue.

1 Introduction

La caractérisation d'un certain nombre de problèmes liés à la mécanique de la rupture nécessite la quantification de paramètres tels que les facteurs d'intensité des contraintes (K_I en mode I) et la longueur de fissure (a) en fonction de sa vitesse de propagation (da/dN en fatigue ou da/dt en problème de fissuration statique). Afin d'identifier des lois de propagation de fissure, il peut s'avérer intéressant d'utiliser ces paramètres de mesure comme valeurs de consigne d'un essai mécanique. Pour cela l'efficacité, la précision et l'accessibilité des mesures de ces grandeurs sont nécessaires. Les techniques de complaisances [5] et de mesure de potentiel électrique [3] permettent de déterminer avec une bonne précision une longueur de fissure au cours d'un essai de propagation. Les facteurs d'intensité des contraintes sont ensuite déduits à l'aide d'une formule donnant leurs valeurs en fonction de a , de la géométrie de l'éprouvette et de la charge appliquée [8]. Ces techniques nécessitent néanmoins d'avoir des éprouvettes normalisées ou d'étalonner ces formules analytiques pour obtenir une expression donnant des résultats précis. La méthode de Corrélation d'Images permet d'extraire les champs de déplacement d'une surface plane d'une éprouvette sollicitée. Elle permet également d'estimer les facteurs d'intensité des contraintes ou la position de la pointe de fissure ([4] et [6]) mais nécessite un traitement pouvant s'avérer parfois compliqué à mettre en oeuvre pour une détermination au cours d'un essai mécanique. Le travail présenté est l'élaboration d'une méthode d'identification de K_I et de la position de la pointe de fissure par la méthode de Corrélation d'Images permettant son utilisation en temps réel durant un essai mécanique pour l'identification de lois de propagation. La technique expérimentale utilisée consiste à modifier le chemin de chargement au cours de l'essai pour contrôler la propagation (load shedding [7], [1] et [9]). La première partie expose la formulation de la technique de Corrélation d'Images permettant une identification rapide et précise des grandeurs relatives à la mécanique de la rupture. Dans une seconde partie après avoir validé la méthode, nous verrons comment elle peut être appliquée dans le cas d'une propagation de fissure par fatigue pour limiter l'endommagement plastique en pointe de fissure.

2 Identification des paramètres liés à la mécanique de la rupture

2.1 Détermination du champ de déplacement

La méthode de Corrélation d'Images permet la mesure d'un champ de déplacement sur une surface plane d'une éprouvette sollicitée. L'identification du champ de déplacement est réalisée entre une image

de référence (éprouvette non sollicitée) et une image donnée pour une sollicitation mécanique. Selon le principe de base de cette méthode, l'image est seulement déformée par le champ de déplacement plan tout en assurant la conservation du niveau de gris. On peut ainsi écrire l'équation du flot optique ($g(\underline{X}) = f(\underline{X} + \underline{U})$) entre les niveaux de gris respectifs, $f(\underline{X})$ et $g(\underline{X})$ de l'image de référence et l'image déformée, reliés par le champ de déplacement \underline{U} .

$$f(\underline{X} + \underline{U}) = g(\underline{X}) \quad (1)$$

Le champ \underline{U} est recherché comme la solution minimisant l'équation de flot optique au sens des moindres carrés (expression 2). Celui-ci peut être recherché sous la forme d'une décomposition dans une base discrète, $\underline{U}(\underline{X}) = \sum_n a_n \Psi_n(\underline{X})$ avec Ψ_n les fonctions de forme qui peuvent être choisies selon la cinématique du problème. La minimisation de $I(\underline{U})$ (équation 2) abouti à la résolution d'une séquence de système linéaire qui permet l'obtention des coefficients a_n .

$$I(\underline{U}) = \int_{\Omega} [f(\underline{X} + \underline{U}) - g(\underline{X})]^2 d\Omega \quad (2)$$

2.2 Identification rapide à partir du saut en déplacement

En se plaçant dans les conditions linéaires élastiques, le saut de déplacement normal à la direction de fissuration dépend de la racine carrée de la distance à la pointe de fissure (r), de K_I et des propriétés matériaux (coefficient de Kossolov κ et module de cisaillement μ) (equation 3). Par conséquent il est commode d'utiliser cette grandeur pour identifier K_I et a .

$$\begin{aligned} [[u_y]] &= u_y(r, \theta = \pi) - u_y(r, \theta = -\pi) \\ &= \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} [\kappa + 1] \end{aligned} \quad (3)$$

Une base de champ de déplacement discontinue est alors choisie. Dans notre problème étant donné les conditions limites en chargement uni-axial de traction, la fissure aura une forte tendance à se propager en mode 1 suivant une direction rectiligne orthonormale à la direction de la charge. Une entaille permet également de localiser la position de la fissure. Une fonction discontinue de Heavyside est alors introduite. Cette fonction valant ± 1 de part est d'autre de la direction de la propagation de fissure permet d'obtenir un champ à caractère discontinu. Une discrétisation se basant sur une base éléments finis linéaire le long de la direction de propagation de la fissure permet d'isoler la partie discontinue du saut de déplacement et de l'extraire facilement (équation 4). La partie continu du champ de déplacement est représentée par une base simple dont les degrés de liberté représentent les mouvements de corps rigide (U_t et U_r) ainsi que l'élongation uni-axiale suivant la direction de chargement (U_e) (équations 5 et 6). La figure 1 (b) montre un aperçu de la zone d'intérêt dans laquelle la technique de Corrélation d'Images est appliquée ainsi qu'une idée du mouchetis utilisé et de la position de l'entaille.

$$\begin{aligned} \underline{U}_{dis}(x, y) &= \sum_{i=1}^N U_{dis}^i \cdot \Phi_{dis}^i(x, y) \\ &= \sum_{i=1}^N U_{dis}^i \cdot H(x, y) \cdot N^i(x) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\underline{U} = \underline{U}_c + \underline{U}_{dis} \quad (5)$$

$$\underline{U}_c = \begin{bmatrix} u_{cx} \\ u_{cy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{tx} \\ U_{ty} \\ U_{rx} \\ U_{ry} \\ U_{ey} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Le saut de déplacement interpolé est alors reconstruit à l'aide de l'équation 4 grâce aux coefficients tirés de la résolution des systèmes linéaires (2.1). Une régression linéaire du saut de déplacement au carré permet l'extraction de la position de la fissure ainsi que l'estimation des facteurs d'intensité des contraintes grâce à la relation 3 (figure 1 (b)).



FIGURE 1 – Illustration de la définition de la zone d'intérêt sur la surface d'une éprouvette de traction entaillée (a) Extraction de la position du front de fissure à l'aide du saut de déplacement (b)

Cette technique est relativement bien efficace pour la détection d'une initiation de fissure. Elle permet d'obtenir une estimation de la position du front de fissure ainsi que de K_I . Elle a pour principal avantage d'avoir une base de fonctions indépendante de la position du front de fissure et ne nécessite pas d'actualisation de celles-ci au cours de la propagation. Le principal inconvénient de cette méthode est la difficulté du choix de la zone sur laquelle l'interpolation permet d'extraire K_I et a . Cette technique s'adapte donc bien pour la détection de l'initiation de la fissure et permet de donner une première estimation de la position du front de fissure. Pour une détermination précise des facteurs d'intensité des contraintes, une utilisation d'une base de champs permettant de rendre compte de la singularité est indispensable.

2.3 Utilisation des séries de Williams

Le formalisme des séries Williams repose sur l'expression de champs de déplacements analytiques décrivant le comportement autour d'une pointe d'une fissure droite semi-infinie pour un milieu linéaire élastique isotrope. L'expression du champ de déplacement est donnée dans le plan complexe en contraintes planes comme la double somme de termes décrivant le mode de rupture (entier j) et l'ordre des séries (entier n) où x est la direction de la fissure. (équation 7).

$$\underline{u}(x,y) = u_x(x,y) + i \cdot u_y(x,y) = \sum_{j=1}^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \omega_j^n \cdot \Phi_j^n(x,y) \quad (7)$$

Les expressions des différentes fonctions complexes d'ordre n sont données par l'équation suivante.

$$\Phi_j^n = r^{n/2} [\kappa e^{in\theta/2} - \frac{n}{2} e^{i(4-n)\theta/2} + \left(\frac{n}{2} + (-1)^n\right) e^{-in\theta/2}] \quad (8)$$

Les termes correspondant à $n = -1$ s'annulent lorsque les fonctions prennent bien leur origine en la pointe de fissure équivalente élastique (PFEE). Ils donnent donc l'estimation de la distance par rapport à celle-ci. Lorsque $n = 1$, on remarque que l'expression des fonctions 8 correspondent aux champs de déplacements de Weestergard qui sont proportionnels aux facteurs d'intensité des contraintes ce qui permet d'en extraire leurs valeurs. Les interprétations des autres termes suivant les valeurs de n sont listées dans les tableaux 1.

En considérant un écart (dx) entre l'origine des fonctions des séries de Williams et la position du front de fissure (figure 2), on obtient des valeurs différentes des coefficients $\tilde{\omega}_j^n$. En utilisant un développement de Taylor à l'ordre 1 de $\underline{u}(x,y)$ (équation 9), on obtient les relations linéaires entre les différents termes $\tilde{\omega}_j^n$ et ω_j^n (équation 10).

TABLE 1 – Interprétation des termes des fonctions des séries de Williams suivant les valeurs de n

Valeurs de n	> 2	2	1
Interprétations	Sub-singuliers	Rotation, T-stress	Termes asymptotiques

Valeurs of n	0	-1	3
Interprétations	Translation	Distance à la PFEE	$\propto r_{FPZ}$ (Fracture Process Zone)

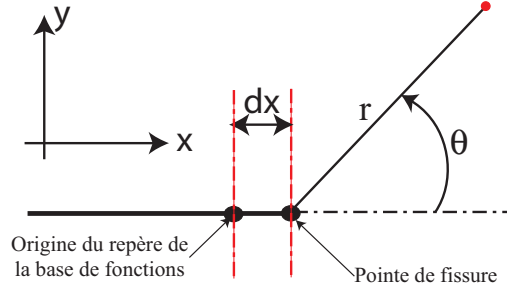


FIGURE 2 – Système de coordonnées et illustration du décalage de l'origine de la base des fonctions autour de la pointe de fissure

$$\underline{u} = \sum_{j=1}^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{\omega}_j^n \cdot \underline{\Phi}_j^n(x+dx, y) \quad (9)$$

$$\omega_j^n = \tilde{\omega}_j^n - \frac{n+2}{2} \omega_j^{n+2} dx \quad (10)$$

Pour obtenir des valeurs plus précises des facteurs d'intensité des contraintes il convient d'effectuer un calcul avec une base de fonctions ayant pour origine la pointe de fissure équivalente élastique. En considérant les valeurs pour $n = -1$ et $n = 1$ avec l'équation 10, on obtient les relations suivantes.

$$\begin{cases} dx = 2 \frac{\tilde{\omega}_j^{-1}}{\tilde{\omega}_j^1} \\ \omega_j^1 = \tilde{\omega}_j^1 - \frac{3}{2} \tilde{\omega}_j^3 dx \end{cases} \quad (11)$$

Une procédure itérative est alors utilisée. Une base de fonctions choisie à priori permet d'effectuer différents calculs successifs en actualisant à chaque pas d'itérations l'origine des fonctions $\underline{\Phi}_j^n(x, y)$ jusqu'à obtenir une précision acceptable. Cette technique nécessite donc une mise à jour itérative des différentes fonctions qui peut s'avérer trop longue pour une utilisation en direct. Afin d'éviter cette réactualisation une technique consiste à créer au préalable un jeu de fonctions $\underline{\Phi}_j^n(x, y)$ pour différentes origines de front de fissure. Cette technique permet d'identifier un comportement acceptable sous la réserve que les relations (11) permettant de déterminer les valeurs corrigés des facteurs d'intensité des contraintes restent valables pour une certaine plage de dx .

Afin d'identifier la plage de décalage dx pour laquelle la méthode d'identification itérative donne des résultats corrects, on effectue différents calculs pour une même image déformée avec différentes bases de fonctions $\underline{\Phi}_j^n(x+dx, y)$. On extrait alors les coefficients $\tilde{\omega}_j^n$ puis les relations 11 sont appliquées pour déterminer ω_j^n . Avec la première relation, on en déduit la position assumée de la pointe de fissure (figure 3 (a)). A l'aide de la deuxième relation, on peut tirer \tilde{K}_1 (facteurs d'intensité des contrainte corrigé) à partir des valeurs obtenues par $\tilde{\omega}_j^3$ et $\tilde{\omega}_j^1$ pour un décalage dx . On note ε_{K_1} l'erreur relative sur la détermination

de K_1 par linéarisation ($\epsilon_{K_1} = |\tilde{K}_1 - K_1|/K_1$). Sur la figure 3 (b), on remarque que la valeur de cette erreur reste inférieure à 0.5% pour une plage de ± 20 pixels. Ceci peut nous permettre de quantifier le nombre de bases de fonctions à générer avant l'essai à partir de l'image de référence en fonction de sa résolution et de la taille de la zone d'intérêt.

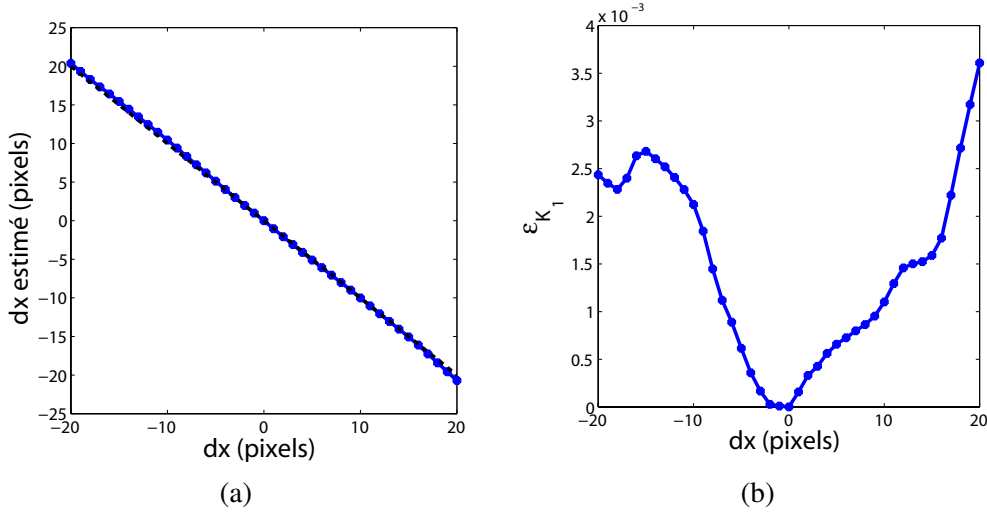


FIGURE 3 – Détermination de la distance à la pointe de fissure équivalente élastique (a) et de l'erreur sur K_1 (b) pour un décalage dx donné sur la position de l'origine des fonctions de base.

3 Étude de la propagation de fissures par fatigue

3.1 Présentation des essais et validation de la méthode

Des essais de propagation de fissure par fatigue ont été réalisés sur des éprouvettes de Zircaloy 4. La faible épaisseur des éprouvettes conduit à l'utilisation des hypothèses de contraintes planes. Les paramètres matériaux élastiques linéaires du matériau ont été identifiés à l'aide d'une technique de corrélation d'images ($E = 97.9GPa$ et $\nu = 0.36$). Des essais de charge cyclique avec un profil sinusoïdal ont été réalisés (équation 12). R est le rapport de charge qui est choisi égal à 0.1 comme le préconise certaines normes de pré-fissuration par fatigue [2]. Les essais sont réalisés à l'aide d'une machine hydraulique MTS de capacité 10kN et la fréquence de fatigue (f) est choisie égale à 20Hz. Un essai à F_{max} constante permet de constater le caractère instable de la propagation où la vitesse de propagation de fissure augmente avec la longueur de fissure ceci étant due à l'augmentation rapide des facteurs d'intensité des contraintes. En condition de contraintes planes la taille de zone plastique peut être estimée à l'aide de la relation (13). On remarque que cette grandeur est proportionnelle au carré de K_I d'où la nécessité de limiter son augmentation afin de limiter l'endommagement plastique.

$$F^0(t) = \frac{F_{max}^0}{2} [1 + R + (1 - R) \sin(2\pi f t)] \quad (12)$$

$$r_{FPZ} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{I_{max}}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (13)$$

L'acquisition des images se fait en temps réel grâce à l'utilisation d'un très faible temps d'exposition. Les images sont prises pour une valeur d'effort donnée (F_{mes}) grâce à un système de synchronisation entre l'enclenchement de la prise d'images et le signal en effort. L'acquisition des images est effectuée toutes les centaines de cycles afin de garantir une durée suffisante permettant le traitement en direct par corrélation d'images. On utilise alors la méthode de détection de l'initiation de la fissure à l'aide de la base purement discontinue. Une fois l'initiation détectée, la base de champs de déplacement plus riche des séries de Williams est utilisée. Ceci permet d'extraire avec une meilleure précision la position du front de fissure ainsi que les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes. On peut comparer les champs de déplacement obtenus pour ces deux méthodes. On note que la singularité n'apparaît pas avec

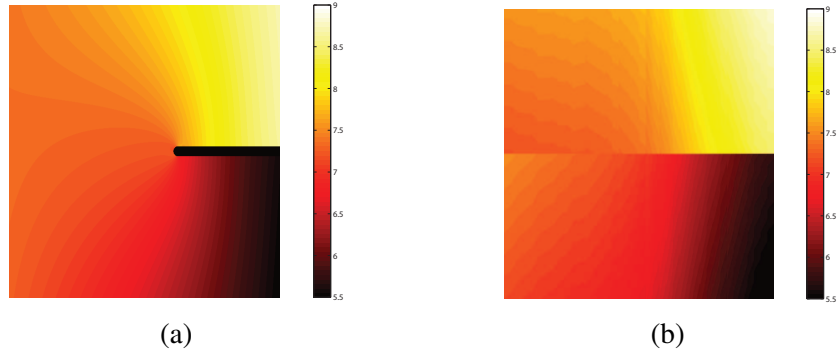


FIGURE 4 – Carte des déplacements normaux obtenus avec les séries de William (Pixels)(a) et la base simplifiée (Pixels)(b)

la première méthode ce qui justifie une extraction moins précise des facteurs d'intensité des contraintes (figure 4 (a) et (b)).

La méthode de détection par corrélation d'images est alors comparée à la méthode de suivi électrique qui permet d'estimer la taille de fissure à partir de la différence de potentiel mesurée entre les lèvres de la fissure alors que l'éprouvette est traversée par une intensité électrique constante [3]. On remarque que la détection par suivi électrique et par les séries de Williams donnent des résultats très proches ce qui permet de valider cette méthode de détection de longueur de fissure (figure 5).

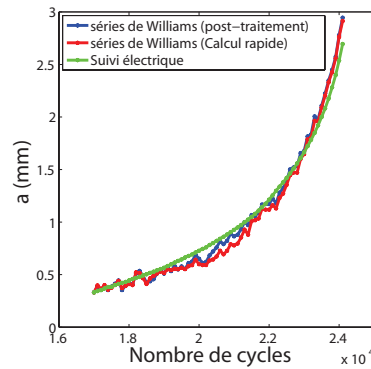


FIGURE 5 – Comparaison des différentes méthodes de détection de longueur de fissures

3.2 Essai de propagation de fissure par fatigue à K_I constant

Afin de garantir une vitesse de propagation limitant l'endommagement plastique, il convient de modifier la consigne en effort au cours de la propagation dans le but de garantir une valeur de K_I en pointe de fissure la plus constante possible. Des formules analytiques [8] permettent de relier les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes maximum au cours d'un cycle de chargement en fonction de la longueur de fissure et d'une fonction géométrique dépendant de la longueur de fissure (a), de l'effort maximum (F_{max}) et de la géométrie de l'éprouvette ($F_g(a, W)$) (équation 14).

$$K_{I_{max}} = \sigma \cdot \sqrt{\pi a} = F_g(a, W) \cdot F_{max} \quad (14)$$

En considérant qu'entre deux acquisitions d'images successives la variation relative de $F_g(a, W)$ est négligeable, on obtient une relation simplifiée entre les variations d'effort (F_{max}) et de $K_{I_{max}}$ (relation 15).

$$\frac{dF_{max}}{F_{max}} = \frac{dK_{I_{max}}}{K_{I_{max}}} \quad (15)$$

A partir de cette relation, un schéma itératif de régulation est alors construit dans le but de garantir

une valeur cible de $K_{I_{max}}^t$. On obtient alors l'expression de l'effort F_{max}^{n+1} à appliquer à l'étape $n + 1$ en fonction de la valeur de l'effort (F_{max}^n) et de K_I ($K_{I_{max}}^n$) à l'étape n (équation 16).

$$F_{max}^{n+1} = F_{max}^n \cdot \frac{K_{I_{max}}^t}{K_{I_{max}}^n} \quad (16)$$

Par récurrence on obtient donc l'expression de l'effort à appliquer lors de l'acquisition $n + 1$ en fonction de l'effort maximum initial (F_{max}^0).

$$\begin{aligned} F_{max}^{n+1} &= \prod_{k \leq n} (\lambda_k) F_{max}^0 \\ &= \alpha_n \cdot F_{max}^0 \end{aligned} \quad (17)$$

Avec le paramètre $\lambda_n = \frac{K_{I_{max}}^t}{K_{I_{max}}^n}$. Grâce à cette méthode on applique donc cette procédure de régulation. On obtient alors une propagation de fissure avec une valeur constante de $K_{I_{max}}$. La figure 6 compare une propagation non contrôlée à F_{max} constant avec une propagation à $K_I = 15MPa \cdot m^{1/2}$ constant. On peut estimer la vitesse de propagation de fissure pour chacun de ces essais comme $\Delta a / \Delta N$. En évoluant d'un essai avec F_{max} constant à un autre avec $K_{I_{max}}$ constant de $15MPa \cdot m^{1/2}$, la vitesse de propagation passe de $3.64 \cdot 10^{-4} mm/cycle$ à $8.78 \cdot 10^{-5} mm/cycle$. On remarque également que grâce à cette technique pour une même longueur de fissure K_I , est diminuée de façon considérable ce qui permet de générer des fissures avec un endommagement plastique beaucoup plus faible.

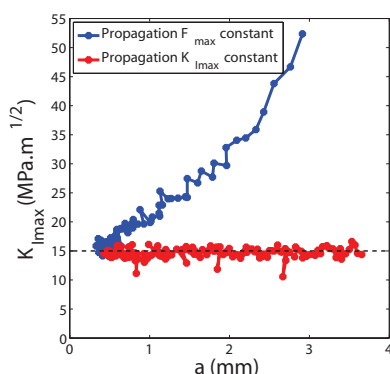


FIGURE 6 – Comparaison des valeurs de facteurs d'intensité des contraintes lors d'essais de propagation de fissures par fatigue contrôlée et non contrôlée.

4 Conclusion et perspectives

La méthode de corrélation d'images permettant une utilisation en temps réel a été validée dans le cas d'essais de propagation de fissure par fatigue. Cette méthode permet l'extraction de données très utiles à la mécanique de la rupture tels que les facteurs d'intensité des contraintes. Grâce à ce type d'essai on peut identifier des lois de propagation de fissure. Grâce à ces techniques la mise en place d'essai à K_I imposé peut s'avérer relativement simple ce qui permet d'identifier des lois de propagation tels que les lois de Paris qui relient la vitesse de propagation da/dN en fonction de ΔK . Cette technique est également utilisée pour effectuer des pré-fissures sur des éprouvettes destinées à être utilisées pour des essais ultérieurs. L'avantage d'une technique de mesure sans contact telle que celle présentée ici permet de travailler dans un milieu agressif. Une perspective est d'utiliser cette technique dans le but d'identifier des lois de propagation pour des essais de fissuration par corrosion sous contrainte.

Références

- [1] C. Bathias, A. Pineau., *La fatigue des matériaux et des structures*, Maloine, 1980.

- [2] Comité Européen de Normalisation, *Protection contre la corrosion : Terminologie essais de corrosion et protection cathodique Volume 1*, AFNOR CEFRACOR, 1999.
- [3] H.H. Johnson, *Calibrating the electric potential method for studying slow crack growth (Calibration of electric potential technique to study slow or steady crack growth in high strength materials)*, Materials Research and Standards, 5, 442-445, 1965.
- [4] S.R. MCNEILL, W.H. PETERS, and M.A. SUTTON, *Estimation of stress intensity factor by digital image correlation*, Engineering fracture mechanics, 28(1), 101-112, 1987.
- [5] C.S. Oh, Y.Y. Earmme, J.H. Song, *Automated real-time measurements of fatigue crack length and crack opening load using unloading elastic compliance method*, International Journal of Fatigue, 19(2), 169-176, 1997.
- [6] S. Roux, F.Hild, *Stress intensity factor measurements from digital image correlation : post-processing and integrated approaches*, International Journal of Fracture, 140(1), 141-157, 2006.
- [7] ASTM Standard, *E647-95*, in "1995 ASTM Annual Book of Standards". Vol. 3-578, 1995.
- [8] H. Tada, P.C. Paris, G.R. Irwin, *The stress analysis of cracks handbook 3rd ed.*, 2000.
- [9] T. Xu, R.Bea, *Load shedding of fatigue fracture in ship structures*, Marine Structures, 10(1), 49-80, 1997.