HAL
open science

Analyse d'un test in situ de double-torsion par tomographie X et corrélation d'images 3D

Paul Leplay, Julien Réthoré, Sylvain Meille, Marie-Christine Baietto, Jérôme Adrien, Eric Maire

To cite this version:

Paul Leplay, Julien Réthoré, Sylvain Meille, Marie-Christine Baietto, Jérôme Adrien, et al.. Analyse d'un test in situ de double-torsion par tomographie X et corrélation d'images 3D. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592842

HAL Id: hal-00592842

https://hal.science/hal-00592842v1

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2011
10e Colloque National en Calcul des Structures
9-13 Mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

Analyse d'un test *in situ* de double-torsion par tomographie X et corrélation d'images 3D

P. Leplay[1,2,3], J. Réthoré[1], S. Meille[2], M.-C. Baietto[1], J. Adrien[2], E. Maire[2]

[1] *Université de Lyon, CNRS INSA-Lyon, LaMCoS UMR 5259, France, {paul.leplay,julien.rethore,marie-christine.baietto}@insa-lyon.fr*
[2] *Université de Lyon, CNRS INSA-Lyon, MATEIS UMR 5510, France, {sylvain.meille,jerome.adrien,eric.maire}@insa-lyon.fr*
[3] *Saint-Gobain, CREE, Cavaillon, France*

Résumé — L'essai de double-torsion est utilisé pour caractériser la propagation de fissure dans les céramiques. Ce test ayant été peu étudié d'un point de vue mécanique dans la littérature, un prototype a été fabriqué pour réaliser un test *in situ* dans un tomographe sur une céramique poreuse. Les scans ainsi obtenus au cours du chargement mécanique sont associés à des techniques de corrélation d'images 3D pour obtenir des informations quantitatives sur la cinématique globale et la forme du front de fissure.
Mots clés — Corrélation d'images 3D, Double-torsion, Tomographie X, Céramique.

1 La double-torsion : état de l'art bibliographique

L'essai de double-torsion est principalement utilisé pour caractériser la propagation de fissure dans les céramiques fragiles [4, 5, 13]. Contrairement aux tests plus classiques de traction et de flexion, il est possible avec cet essai de contrôler et de stabiliser la propagation d'une fissure sur de longues distances, même pour les céramiques les plus fragiles. En effet, le comportement en pointe de fissure est en première approximation indépendant de la longueur de fissure d'après la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture [13] :

$$K_I = P.S_m.\left(\frac{3(1+\nu)}{\psi(t,S)St^4}\right)^{1/2} \tag{1}$$

$$\psi(t,S) = 1 - \frac{1,2604t}{S} + \frac{2,4t}{S}exp(\frac{-\pi S}{2t}) \tag{2}$$

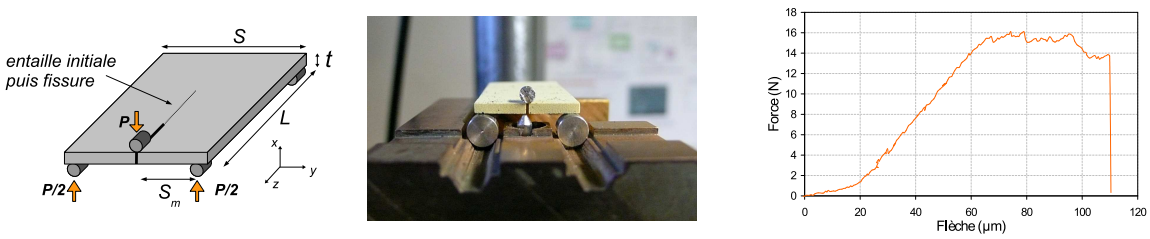

FIGURE 1 – *Schéma et exemples de montage et de résultat 'force-déplacement'*

Dans les équations (1) et (2), K_I est le facteur d'intensité de contraintes en mode I, P est le chargement mécanique, S_m le bras de levier, ν le coefficient de Poisson, t l'épaisseur et S la largeur de l'échantillon, $\psi(t)$ une fonction de correction géométrique. Le matériau est sollicité en traction sur la face inférieure de l'échantillon et en compression sur la face supérieur. La réponse d'un matériau fragile lors du chargement se caractérise par une première phase linéaire, puis par un plateau pendant lequel la fissure se propage de manière stable. La fissure est censée se propager en ligne droite depuis l'entaille jusqu'au milieu de l'autre extrémité de l'échantillon : ceci constitue habituellement le critère de validité de l'essai. De nombreuses céramiques ont été caractérisées et comparées, notament sur la base de diagrammes reliant K_I à la vitesse de propagation [4, 10]. Néanmoins, cet essai n'est pas normalisé et a été très peu étudié d'un point de vue mécanique dans la littérature [2, 3, 14]. Son analyse s'appuie pourtant sur de nombreuses hypothèses concernant la cinématique globale, la forme du front de fissure et la répartition

des facteurs d'intensité de contrainte le long du front de fissure.
L'objectif de ces travaux est de proposer une meilleure compréhension de ce test et d'en vérifier les hypothèses habituelles citées préalablement. Il est ainsi proposé une nouvelle exploitation couplée entre aspects expérimentaux et numériques de la double-torsion à travers l'analyse par corrélation d'images 3D d'un test *in situ* par tomographie X.

2 Dispositif expérimental de double-torsion *in situ* par tomographie X

Un prototype a été fabriqué pour réaliser un test *in situ* dans un tomographe de laboratoire (*Phoenix X-ray v/Tome/xs*) pour obtenir par rayons X des scans (images en 3D) pour différents niveaux de chargement. Au lieu d'être horizontal, l'échantillon est vertical pour pouvoir tourner devant le tomographe sans que le faisceau de rayons X ne soit perturbé par le porte-échantillon. Le prototype est constitué d'une pince qui vient coincer à sa base l'échantillon par l'intermédiaire de trois petits cylindres. Le mouvement de la pince est piloté grâce à un moteur pas à pas, cela permet d'appliquer au niveau de l'échantillon des vitesses minimum de déplacement de 1μm/min. L'effort est mesuré grâce à un capteur miniature situé entre l'extrémité de la pince et les cylindres en contact avec l'échantillon. Ce capteur de compression est limité à des charges inférieures à 100N. Il est possible de régler la distance S_m entre les cylindres. Dans ces travaux, le bras de levier S_m est de 8,5mm.

FIGURE 2 – *Prototype de double-torsion in situ dans un tomographe X*

L'échantillon ici testé est une céramique au comportement élastique fragile à base de carbure de silicium (R-SiC). L'épaisseur t est de 1,65±0,02mm, la largeur S de 22,4±0,1mm, la longueur L de 41,2±0,1mm. L'entaille initiale longue de 8,0±0,5mm est réalisée à l'aide d'une scie diamantée. Cette céramique, très poreuse (porosité≈50%), est utilisée industriellement pour les filtres à particules Diesel. Les nombreux pores sont utilisés comme marqueurs volumiques pour la corrélation d'images 3D. La résolution spatiale des scans 3D est de 7,9μm/voxel. La zone observée par rayons X a une hauteur de 11,85mm, juste au dessus de la pointe de l'entaille initiale.
Le protocole expérimental est le suivant. Une fois l'échantillon mis en place, le scan initial est enregistré pour une charge appliquée de 0,5N. Cette précharge est nécessaire pour éviter que l'échantillon bouge pendant les 40 minutes que dure un scan. Puis le moteur est actionné pour refermer progressivement la pince sur la base de l'échantillon. Au début du chargement, le matériau se comporte de manière élastique linéaire ; la fissure ne se propage pas. Différents scans sont effectués pendant cette première phase pour vérifier *a posteriori* le comportement élastique du matériau. Puis, dès que la réponse en force n'est plus linéaire, l'échantillon est déchargé à 65% de la force maximale afin d'éviter tout risque de propagation lente de la fissure pendant la durée du scan. Cette valeur limite de 65% pour éviter toute relaxation a été déjà observée pour la double-torsion dans la littérature [13]. La fissuration n'est pas observable pendant l'essai, la position de la fissure ne sera connue qu'avec la corrélation d'images 3D. Pour un scan, la fissure peut ne pas s'être suffisamement propagée pour être dans la zone d'étude ou à l'inverse s'être propagée trop loin. Plusieurs cycles de "charge-decharge" suivis de scans sont effectués jusqu'à rupture complète de l'échantillon (Fig. (3)).

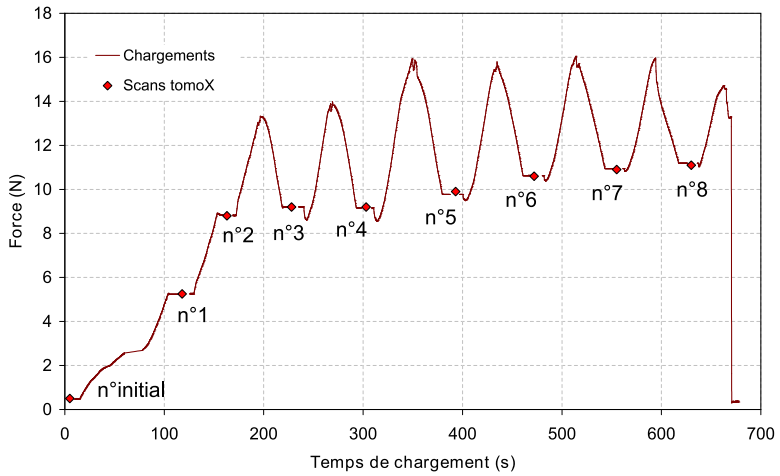

FIGURE 3 – *Historique du chargement appliqué entre les scans successifs par tomographie X*

Deux vérifications sont faites une fois le test terminé. Premièrement il convient de s'assurer que la fissure s'est propagée correctement, signifiant que le chargement a été bien appliqué de manière symétrique sur l'échantillon. Cela permet deuxièmement d'utiliser les formules de la Mécanique Elastique Linéaire de la Rupture (éq. (1) et (2)) afin de s'assurer que le facteur d'intensité de contraintes maximal est proche de la ténacité connue du matériau. Ces deux vérifications faites, les scans sont alors reconstruits pour être analysés par corrélation d'images 3D.

3 Principe de la corrélation d'images 3D

A partir de deux scans codés en niveaux de gris, il est possible de quantifier le champ de déplacement u par des méthodes de corrélation d'images récemment étendues en 3D [8, 11]. En 2D comme en 3D, on suppose que les différences entre les images de référence f et déformée g sont dues à un champ de déplacement u. Le principe de conservation du flot optique permet d'écrire l'équation suivante pour l'ensemble des voxels x :

$$g(x+u(x)) = f(x) \tag{3}$$

La présence de bruit rend impossible l'obtention directe d'une solution u vérifiant parfaitement l'équation (3) sur l'ensemble du domaine. Pour déterminer v, la meilleure approximation du champ de déplacement u, il est possible de résoudre ce problème inverse grâce une fonctionnelle φ^2 à l'intérieur d'une région Ω. On s'assure ainsi que la solution v qui minimise cette fonctionnelle est celle qui vérifie au mieux le principe de conservation de flot optique entre les images f et g :

$$v(x) = Arg\ Min\ (\varphi^2) \tag{4}$$

$$\varphi^2(x) = \iiint_\Omega [f(x) - g(x+v(x))]^2 dx \tag{5}$$

Ce problème mal posé ne pouvant pas être résolu voxel par voxel, la solution de déplacement v est recherchée en tant que combinaison linéaire de fonctions de formes préchoisies ψ_n. L'ensemble des fonctions ψ_n constituent une bibliothèque discrète d'expressions qui décrivent chacune de manière analytique une cinématique donnée à l'intérieur de Ω. Les degrés de liberté de la mesure sont alors les amplitudes respectives α_n des différentes fonctions de formes ψ_n :

$$v(x) = \sum_n \alpha_n \psi_n(x) \tag{6}$$

A l'aide d'un développement du second ordre en série de Taylor, la fonctionnelle φ^2 peut s'écrire en tant que forme quadratique d'incréments $d\alpha_n$. Minimiser φ^2 revient alors à résoudre un système matriciel où M_{mn} et d_m sont des quantités connues qui dépendent de f, g et ψ_n. La valeur d'incréments de degrés de

libertés $d\alpha_n$ sont alors les seules quantités inconnues du système :

$$\left[\iint_\Omega (\nabla g(x+v).\psi_m(x)(\nabla g(x+v).\psi_n(x)dx\right] d\alpha_n = \iint_\Omega (f(x) - g(x+v)(\nabla g(x+v).\psi_m(x)))dx \quad (7)$$

$$\Leftrightarrow \quad M_{mn}.d\alpha_n = d_m \quad (8)$$

Les valeurs des degrés de liberté α_n sont obtenues lors de la résolution du système précédent par itérations successives. Il est possible de reconstruire *a posteriori* l'erreur de corrélation R traduisant l'éventuelle non conservation du flot optique (eq. (3)). A partir de la solution v et de l'image déformée g, une image de référence virtuelle est obtenue. Sa différence avec la vraie image de référence f donne pour chaque voxel l'erreur de corrélation R :

$$R = |g(x+v(x)) - f(x)| \quad (9)$$

Pour chaque voxel, l'erreur de corrélation R correspond à une différence de niveaux de gris normée par rapport à la dynamique globale de l'image.
Le choix des fonctions ψ_n dans l'équation (6) est la clé pour une mesure précise et fiable. Par l'intermédiaire de ces fonctions, il est possible de prendre en compte dans la résolution de ce problème inverse des hypothèses cinématiques pertinentes. Cela augmente la précision de la mesure et facilite le post-traitement. En 2D, utiliser des fonctions de type Eléments-Finis Q4 permet d'imposer la continuité du déplacement sur l'ensemble des régions Ω, ce qui a pour conséquence de réduire de manière importante le bruit de mesure [1]. Selon la nature du test mécanique, il est possible d'utiliser des fonctions appropriées par exemple pour des poutres en flexion [6, 7] ou pour des échantillons fissurés [12]. Dans la suite de ces travaux en 3D, des fonctions Eléments-Finis C8 sont utilisées, ce qui correspond à l'hypothèse d'un champ de déplacement continu dans l'espace [8].

4 Résultats de double-torsion avec corrélation d'images 3D

4.1 Mesure des déplacements 3D

En utilisant un maillage d'hexaèdres C8 de 16 voxels de côté, le champ de déplacement v est obtenu à partir de fonctions de formes de type Eléments-Finis C8. Pour les deux premiers scans, le champ de déplacement augmente de manière linéaire et proportionnelle avec la force appliquée. Cela confirme le comportement élastique linéaire du matériau dans cette première phase du chargement mécanique. Sur les figures (4) et (5) qui représentent les résultats du scan n°6, une discontinuité est visible sur la face en traction de l'échantillon, révèlant la propagation de la fissure. A l'inverse, il n'y a pas de discontinuité sur la face en compression, indiquant que la fissure n'est pas débouchante sur cette face. L'étude de la forme du front de fissure en 3D sera l'objet de la section suivante.

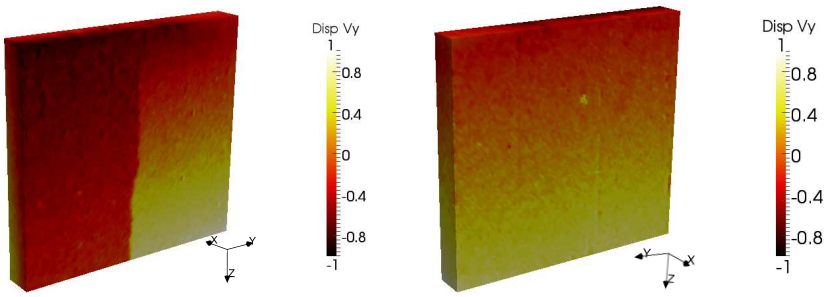

FIGURE 4 – *Déplacement v_y (en voxel) sur les faces en traction (gauche) et en compression (droite) entre le scan initial et le scan n°6*

Les déformations ici mesurées sont supérieures à la déformation à la rupture mesurée à 6.10^{-4} en flexion entaillée. Les scans obtenus par tomographie X sont trop bruités pour mesurer précisément les faibles déformations de cette céramique. Différentes solutions pourraient être envisagées :

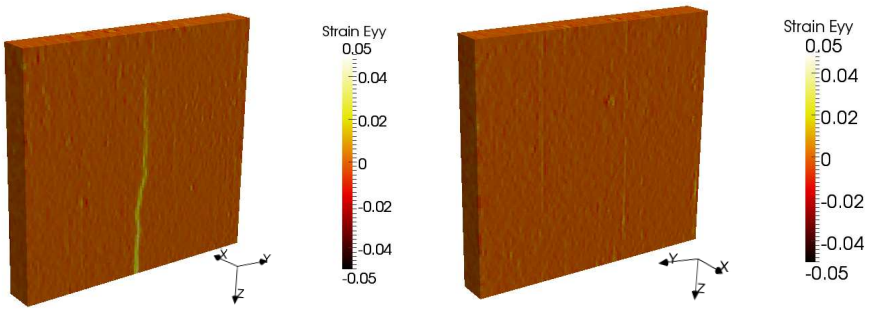

FIGURE 5 – *Déformation ε_{yy} sur les faces en traction (gauche) et en compression (droite) entre le scan initial et le scan n°6*

- Augmenter la taille du maillage de 16 à 32 voxels, ce qui réduirait considérablement le nombre d'éléments dans l'épaisseur de l'échantillon.
- Améliorer la résolution spatiale en se rapprochant l'échantillon de la source des rayons X, ce qui aurait pour conséquence de diminuer la taille de la zone d'étude donc d'amoindrir la possiblité d'avoir plusieurs scans consécutifs incluant la pointe de la fissure à l'intérieur de la zone observée.
- Réaliser les scans à chargement maximal afin d'augmenter les déplacements relatifs par rapport au scan initial. Pour que la fissure ne se propage pendant le scan, il faudrait que la durée de celui-ci soit extrêmement courte. Cela passerait par l'utilisation d'un tomographe plus puissant que celui utilisé dans le laboratoire.

Toutes ces problématiques sont nouvelles puisque dans la littérature les matériaux analysés par corrélation 3D jusqu'ici se déformaient plus que cette céramique.

4.2 Détection des fronts de fissure 3D

La forme du front de fissure est une hypothèse cruciale dans les analyses d'essais de double-torsion faites dans la littérature. Quand ils sont modélisés, les fronts de fissures sont habituellement plans et débouchent avec une longueur légèrement supérieure sur la face en traction par rapport à celle en compression [3, 14]. Dans la suite, cette hypothèse est comparée aux mesures de corrélation d'images 3D.
La localisation de l'erreur R (éq. (9)) sur la surface de l'échantillon permet habituellement de détecter la position de la fissure. En effet, l'erreur y est maximale puisque l'hypothèse de continuité du déplacement formulée à travers les fonctions de forme Eléments-Finis ne peut y être vérifiée entre les deux lèvres de la fissure [8].

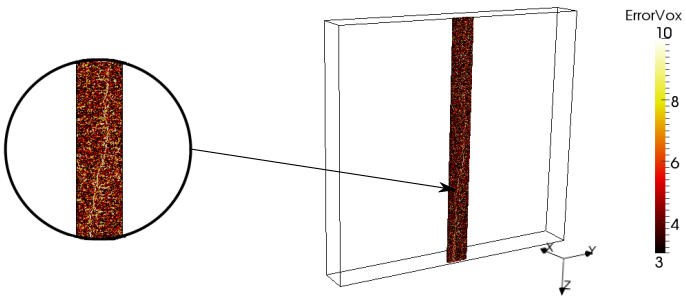

FIGURE 6 – *Erreur de corrélation R (en %) sur la face en traction entre le scan initial et le scan n°6*

La figure (6) correspond à l'erreur pour les voxels autour des lèvres de la fissure au scan n°6. La soution continue de déplacement ne pouvant prendre en compte la discontinuité de la fissure, cela a pour conséquence de la rendre visible sur la carte d'erreur de corrélation *R*. Si les lèvres de la fissure sont bien visibles sur la figure (6), il n'est pas possible de distinguer la position de l'extrémité de la fissure.

La haute porosité de la céramique en est responsable. Les pores représentant près de 50% du volume scanné avec un diamètre moyen du même ordre de grandeur que la résolution spatiale du tomographe, l'air contenu engendre aussi une augmentation locale de l'erreur de corrélation. L'indice de réfraction de l'air étant constant, les voxels correspondant à l'intérieur des pores ne satisfont pas la solution de déplacement trouvée pour l'ensemble des éléments C8. La carte d'erreur étant donc très bruitée, il n'est pas possible de détecter les pointes de fissures en 3D à partir de la carte d'erreur de corrélation comme cela avait déjà été fait dans la littérature.

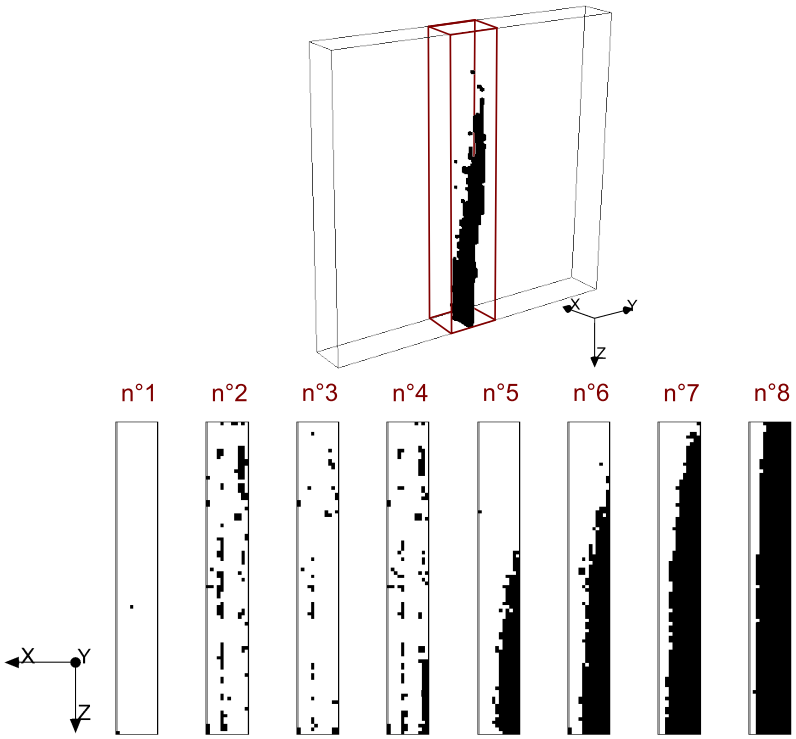

FIGURE 7 – *Seuil sur les déformations* $\varepsilon_{yy} > 7.10^{-2}$ *: Scan n°6 en 3D et scans n°1 à n°8 en 2D.*

Pour détecter la forme des fissures, un seuil est appliqué sur les éléments à partir de la carte des déformations (Fig. (5)). En post-traitement, seuls sont gardés les éléments qui sont dans la partie centrale de l'échantillon et qui ont une déformation ε_{yy} supérieure à 7.10^{-2}. Cette valeur limite n'a pas de signification physique pour le matériau mais permet de manière arbitraire de distinguer les éléments bruités de ceux fissurés. La figure (7) montre ainsi l'évolution du front de fissure lors du chargement mécanique. Dans l'essai réalisé, seuls les scans n°5 et n°6 permettent d'observer la fissure correctement au centre de la zone d'étude. La fissure ne débouche pas sur la face en compression, un ligament de matériau en compression reste jusqu'à rupture finale. Ce résultat confirme l'observation initiale de la continuité du champ de déplacement sur la face en compression (Fig. (4)). De plus, les fronts sont très courbés dans l'épaisseur de l'échantillon. Par rapport aux modélisations Eléments-Finis réalisées dans la littérature [3, 14], ces différentes observations apportent une nouvelle compréhension du test de double-torsion et permetteront des modélisations plus réalistes. L'objectif final est d'extraire les facteurs d'intensité de contraintes le long d'un front de fissure caractéristique pour en prédire son évolution au cours de l'essai.

5 Conclusion

La double-torsion est un test souvent utilisé pour la caractérisation du comportement à rupture des céramiques. Néanmoins, il s'agit d'un test qui a été très rarement étudié d'un point de vue mécanique dans la littérature. Nous avons proposé dans ces travaux la construction un prototype de double-torsion *in situ* dans un tomographe. Le protocole expérimental permet d'obtenir une série de scans 3D au cours du chargement. Par corrélation d'images 3D, il a été possible de quantifier les champs de déplacement

de l'échantillon lors de l'essai.
La céramique testée étant peu déformable et poreuse, les résultats de corrélation d'images 3D n'ont pas permis d'utiliser certains outils comme la carte d'erreur pour détecter les fronts de fissure. Néanmoins, l'utilisation d'un seuil sur la carte des déformations a permis d'observer l'évolution du front de fissure. La fissure se propage très rapidement près de la face en traction, ne débouche pas sur la face en compression et reste très courbée lors de l'essai.
D'un point de vue de la méthode de corrélation d'images 3D, cet essai a permis de tester son potentiel et sa robutesse sur les céramiques, matériaux jusqu'ici non étudiés par corrélation 3D. D'un point de vue de l'essai de double-torsion, les fronts de fissure successifs ont pu être observés et mesurés dans l'espace. Cette nouvelle compréhension permet à terme de mieux modéliser ce test par Eléments-Finis. Cette approche couplée entre aspects expérimentaux et numériques permet désormais une exploitation plus fine et plus réaliste de cet essai.

Références

[1] G. Besnard *et. al. Finite-Element Displacement Fields Analysis from Digital Images : Application to Portevin-Le Chatelier Bands*, Experimental Mechanics (46), 789-803, 2006.

[2] M. Boussuge *Contribution a l'etude du comportement mecanique a haute temperature du nitrure et du carbure de silicium : utilisation critique de l'essai de double-torsion*, Thesis, 1985.

[3] M. Ciccotti, *Realistic Finite-Element model for the double-torsion loading configuration*, Journal of the American Ceramic Society 11(83), 2737-2744, 2000.

[4] J. Chevalier *et. al. Double-torsion testing a 3Y-TZP ceramic*, Ceramics International 2(22), 171-177, 1996.

[5] A.G. Evans *A method for evaluating the time-dependent failure characteristics of brittle materials and its application to polycrystalline alumina*, Journal of Materials Science 10 (7), 1137-1146, 1972.

[6] F. Hild *et. al. Displacement measurement technique for beam kinematics*, Optics and Lasers in Engineering (47), 495-503, 2009.

[7] P. Leplay *et. al. Damage law identification of a quasi brittle ceramic from a bending test using Digital Image Correlation*, Journal of the European Ceramic Society (30), 2715-2725, 2010.

[8] J. Rannou *et. al. Three dimensional experimental and numerical multiscale analysis of a fatigue crack*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (199), 1307-1325, 2009.

[9] J. Réthoré *et. al. An extended and integrated digital image correlation technique applied to the analysis of fractured samples*, European Journal of Computational Mechanics (18), 285-306, 2009.

[10] H. Rhanim *et. al. Crack propagation behaviour in mullite at high temperatures by double-torsion technique*, Journal of the European Ceramic Society 1 (17), 85-89, 1997.

[11] L. Robert *et. al. Use of 3-D Digital Image Correlation to characterize the mechanical behavior of a Fiber Reinforced Refractory Castable*, Experimental Mechanics (47), 761-773, 2007

[12] S. Roux *et. al. Digital image correlation and fracture : an advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks*, Journal of Physics D : Applied Physics 21 (42), 214004, 2009.

[13] A. Shyam, E. Lara-Curzio. *The double-torsion testing technique for determination of fracture toughness and slow crack growth behavior of materials : A review*, Journal of Materials Science 13(41), 4093-4104, 2006.

[14] G.G. Trantrina *Stress analysis of the double-torsion specimen*, Journal of the American Ceramic Society (60), 338-341, 1977.