



**HAL**  
open science

## Modélisation de la transition ductile/fragile des métaux sous choc.

David Haboussa, Thomas Elguedj, Alain Combescure

► **To cite this version:**

David Haboussa, Thomas Elguedj, Alain Combescure. Modélisation de la transition ductile/fragile des métaux sous choc.. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592841

**HAL Id: hal-00592841**

**<https://hal.science/hal-00592841>**

Submitted on 3 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Modélisation de la transition ductile/fragile des métaux sous choc.

D. Haboussa<sup>1,2</sup>, T. Elguedj<sup>1</sup>, A. Combescure<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LaMCoS, INSA Lyon, France, [david.haboussa; thomas.elguedj; alain.combescure]@insa-lyon.fr

<sup>2</sup> DCNS/CSB, Porte Choiseul, Lorient, 56100, France

**Résumé** — De nombreux travaux ont élaboré des critères de propagation de fissures en mécanique linéaire de la rupture. Une nouvelle approche, locale moyennée en pointe de fissure, a permis d'évaluer les champs mécaniques moyennés en pointe de fissure, en présence d'une plasticité plus ou moins étendue. Dans le but de modéliser la transition ductile-fragile des métaux sous choc, nous proposons une méthode suivant deux points : un nouveau critère pour prédire la direction de propagation dans un cas ductile et un algorithme capable de basculer d'une transition ductile-fragile et inversement dans la même simulation.

**Mots clés** — X-FEM, critère de propagation de fissure, dynamique.

### 1 Introduction

Un critère de propagation de fissure doit prédire au cours du temps si une fissure doit se propager ou non, par l'intermédiaire d'une intensité évaluée en pointe de fissure et aussi prédire la direction angulaire. En mécanique de la rupture fragile, divers critères de propagation ont été proposés [1][2]. Deux des plus utilisés, sont ceux de la contrainte d'ouverture maximale et de la direction perpendiculaire à la contrainte principale maximale. Ainsi, dans le but de modéliser au cours d'une simulation numérique, la transition ductile/fragile, nous présentons une nouvelle méthode pour la modélisation de la propagation dynamique de fissure. Cette approche permet, dans un premier temps, de déterminer la direction d'initiation et de propagation pour une rupture de type ductile. Cette nouvelle direction angulaire est obtenue par la direction de la contrainte de cisaillement maximale. Dans un second temps, l'évaluation d'une déformation équivalente en pointe, permet de basculer d'une rupture ductile à fragile et inversement.

### 2 Critère de la contrainte de cisaillement maximale

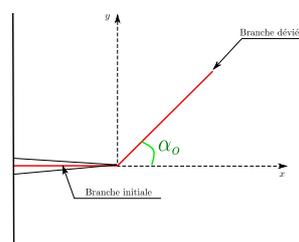


FIGURE 1 – Approche asymptotique en pointe de fissure : angle  $\theta$ .

Par analogie au critère de la contrainte d'ouverture maximale [2] dans le cas fragile, le nouveau critère stipule que, dans un cas ductile, la nouvelle direction angulaire de fissure, notée  $\theta_c$  (voir Figure 2), se fera suivant la direction de la contrainte de cisaillement maximale. En effet, grâce à l'expression asymptotique du champs des contraintes en pointe de fissure, nous résolvons l'équation suivante :

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} = 0. \quad (1)$$

La solution exacte de cette équation peut être obtenue mais reste complexe. Une solution numérique approchée permet d'obtenir, de très bons résultats avec une équation simple similaire à celle obtenue en fragile. En effet, dans le cas où la direction est donnée par le maximum de la contrainte circonférentielle, la résolution de l'équation  $\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0$ , donne l'expression suivante :

$$\theta_c^{frag} = 2 \arctan \left( \frac{1}{4} \left[ \frac{K_I^{dyn}}{K_{II}^{dyn}} - \text{sign}(K_{II}^{dyn}) \sqrt{8 + \left( \frac{K_I^{dyn}}{K_{II}^{dyn}} \right)^2} \right] \right). \quad (2)$$

Une expression similaire peut être obtenue en ductile et la résolution numérique approchée nous donne la solution :

$$\theta_c^{duct} = \text{sign}(K_{II}^{dyn}) 0.785 \arctan \left( 0.186 \left[ \left| \frac{K_I^{dyn}}{K_{II}^{dyn}} \right| + \sqrt{0.037 + \left( \frac{K_I^{dyn}}{K_{II}^{dyn}} \right)^2} \right] \right), \quad (3)$$

Sur la Figure 2, nous pouvons observer les courbes représentatives des directions angulaires de propagation, en considérant un critère fragile et un critère ductile. Les courbes présentées montrent l'évolution de l'angle de propagation en fonction de la mixité  $\frac{K_I}{K_{II}}$ . On peut observer les angles d'initiation de propagation de fissure suivant les modes de sollicitations et pour chaque type de rupture :

- En mode *I* pur, l'angle d'initiation pour le cas fragile est de  $0^\circ$  et pour le cas ductile d'environ  $+/- 70^\circ$ ,
- En mode *II*, la direction d'initiation pour le cas fragile est d'environ  $+/- 70^\circ$  et pour le cas ductile de  $0^\circ$ .

Ces premières remarques sont en concordance avec le phénomène physique observé expérimentalement.

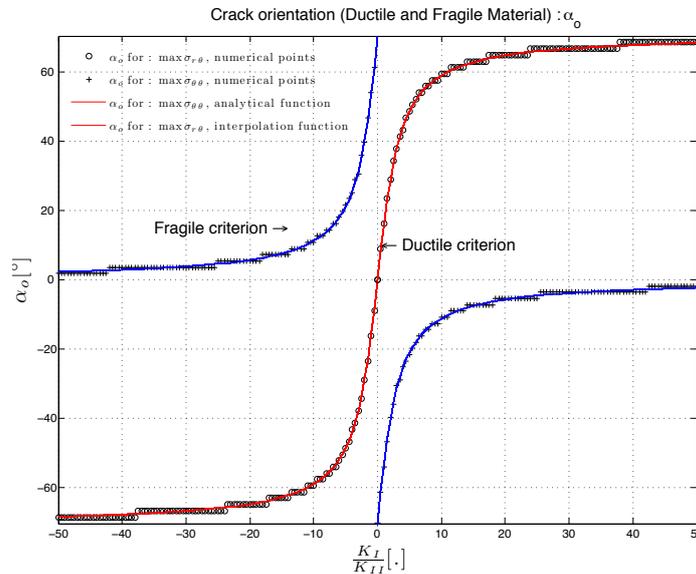


FIGURE 2 – Direction angulaire  $\alpha_o$

### 3 Expression du critère en contrainte : approche locale moyennée en pointe de fissure

En présence d'une plasticité étendue en pointe de fissure, les facteurs d'intensité de contraintes perdent leur sens. En effet, le comportement non linéaire du matériau implique que les propriétés d'indépendance vis-à-vis du contour des formes des intégrales rendent le calcul numérique impossible. Ainsi, une approche locale en pointe de fissure est utilisée.

### 3.1 Approche locale moyennée

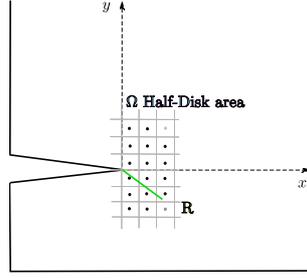


FIGURE 3 – Zone centrée sur la pointe de fissure.

L'intérêt de cette méthode est quelle est applicable pour un comportement linéaire ou non linéaire du matériau, ce qui est essentiel dans l'objectif de modéliser la transition ductile/fragile. Ce principe a fait l'objet de travaux et de publications récentes [4, 5, 6, 7, 8]. Chacune de ces méthodes consiste à effectuer un calcul de contrainte équivalente en pointe de fissure par l'intermédiaire d'une intégrale pondérée sur un domaine centré sur la pointe et caractérisé par une fonction poids :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\int_{\Omega} w(r) \sigma_{ij} d\Omega}{\int_{\Omega} w(r) d\Omega}, \quad (4)$$

où  $\sigma_{ij}$  sont les composantes du tenseur des contraintes de Cauchy et  $w$  est la fonction poids qui peut se mettre sous la forme :

$$w(r) = \frac{1}{0} e^{-\frac{r^2}{2R^2}}, \quad (5)$$

où  $R$  est une longueur caractéristique, correspondant au rayon du demi-disque centré sur le front de fissure. Dans la littérature, De Borst [9] utilise un rayon valant au minimum environ trois fois la longueur d'un élément en pointe de fissure. Cette fonction poids de type Gaussienne permettra de donner plus ou moins d'importance aux points d'intégration situés autour de la pointe de fissure (*cf.* Figure 3). Par la suite nous considérons un domaine  $\Omega$  décrivant un demi-disque centré sur le front de fissure et nous normalisons la contrainte moyennée par l'intégrale de la fonction poids seule.

### 3.2 Expression des directions angulaires en fonction des contraintes moyennées

Récrivons les critères précédents avec une approche locale moyennée en pointe de fissure et en présence de plasticité étendue. L'expression des composantes du tenseur des contraintes moyennées  $\tilde{\sigma}_{ij}$  est évaluée par le biais d'une fonction poids (*cf.* 4 et 5). Ce champs moyenné est exprimé dans le repère local en pointe de fissure. La première direction est tangente aux lèvres de la fissure et la seconde direction est normale aux lèvres de fissure. Ainsi toutes les équations décrivant le modèle de propagation de fissure, basées sur le concept de l'approche locale, sont dérivées par analogie au modèle énergétique. Dans le cas fragile, la direction angulaire notée  $\theta_c^{frag}$  se définit par :

$$\theta_c^{frag} = 2 \arctan \left( \frac{1}{4} \left[ \frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} - \text{sign}(\tilde{\sigma}_{12}) \sqrt{8 + \left( \frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} \right)^2} \right] \right). \quad (6)$$

Dans le cas ductile, la direction angulaire notée  $\theta_c^{duct}$  se définit par :

$$\theta_c^{duct} = \text{sign}(\tilde{\sigma}_{12}) 0.785 \arctan \left( 0.186 \left[ \left| \frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} \right| + \sqrt{0.037 + \left( \frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} \right)^2} \right] \right). \quad (7)$$

Avec les expressions des directions angulaires, fonction du type de rupture, nous pouvons modéliser la propagation de fissure dans chacun des cas ductile ou fragile. Nous allons aussi pouvoir modéliser la transition ductile/fragile des métaux sous choc. Pour ce faire nous proposons un algorithme, caractérisé par une déformation équivalente en pointe de fissure, permettant de basculer dans la même simulation d'un mode ductile à un mode fragile et inversement. Cet algorithme est détaillé dans le paragraphe suivant.

## 4 Élaboration d'un algorithme de transition basé sur une déformation équivalente

Nous proposons de contrôler la transition d'un mode ductile à un mode fragile durant la phase de propagation, par une déformation équivalente estimée en pointe de fissure. Ceci permet d'avoir une mesure locale de l'intensité de plasticité en pointe. Ainsi, dépendant d'un seuil de déformation, la direction de propagation sera prédite par le maximum de la contrainte de cisaillement dans le cas ductile et par le maximum de la contrainte d'ouverture dans le cas fragile.

### 4.1 Évaluation d'une déformation équivalente en pointe de fissure

On se place dans le repère en pointe de fissure décrit précédemment. Les composantes du tenseur des moyennées équivalentes sont comme les contraintes :

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{\int_{\Omega} w(r) \varepsilon_{ij} d\Omega}{\int_{\Omega} w(r) d\Omega}, \quad (8)$$

où  $\varepsilon_{ij}$  sont les composantes du tenseur des déformations.

Ensuite, nous calculons les déformations principales équivalentes telles que :

$$\tilde{\varepsilon}_I = \cos(\tilde{\alpha})^2(\tilde{\varepsilon}_{11}) + \sin(\tilde{\alpha})^2(\tilde{\varepsilon}_{22}) + 2\tilde{\varepsilon}_{12}.\cos(\tilde{\alpha}).\sin(\tilde{\alpha}), \quad (9)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{II} = \cos(\tilde{\alpha})^2(\tilde{\varepsilon}_{11}) + \sin(\tilde{\alpha})^2(\tilde{\varepsilon}_{22}) - 2\tilde{\varepsilon}_{12}.\cos(\tilde{\alpha}).\sin(\tilde{\alpha}). \quad (10)$$

$$(11)$$

où  $\tilde{\alpha}$  est l'angle du changement de repère. On note  $\langle \tilde{\varepsilon}_i \rangle$ , pour  $i$  allant de 1 à 2 (hypothèses de déformations planes), les parties positives respectives de  $\tilde{\varepsilon}_I$  et de  $\tilde{\varepsilon}_{II}$ . La déformation équivalente de Mazars (voir [3]), s'écrit alors :

$$\tilde{\varepsilon}_{eq} = \sqrt{(\langle \tilde{\varepsilon}_I \rangle)^2 + (\langle \tilde{\varepsilon}_{II} \rangle)^2}. \quad (12)$$

Une autre mesure de la déformation équivalente (par exemple la déformation plastique cumulée) peut être utilisée.

### 4.2 Algorithme de transition basé sur l'évaluation de la déformation équivalente

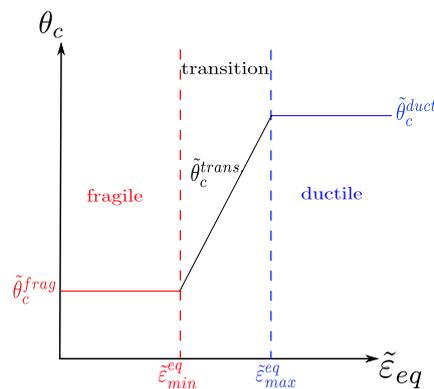


FIGURE 4 – Choix de direction de propagation relatif à la  $\tilde{\varepsilon}_{eq}$ .

On se place dans le domaine définissant un demi-disque centré en pointe de fissure. On évalue la déformation équivalente en pointe de fissure. Puis on associe une direction de propagation relative à l'intensité de cette déformation. Ce qui revient à piloter le critère par la déformation équivalente en pointe de fissure, comme le montre la Figure 4.

---

**Algorithm 1** Algorithme de propagation de fissure

---

1. On se place dans le repère local en pointe de fissure et dans un demi-disque centré sur la pointe,
2. On évalue par intégration différentes quantités mécaniques équivalentes,

$$\widetilde{\sigma}_{ij} = \frac{\int_{\Omega} w(r) \sigma_{ij} d\Omega}{\int_{\Omega} w(r) d\Omega}, \quad \widetilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{\int_{\Omega} w(r) \varepsilon_{ij} d\Omega}{\int_{\Omega} w(r) d\Omega}, \quad \widetilde{\sigma} = \max(\widetilde{\sigma}_I, \widetilde{\sigma}_{II}), \quad \widetilde{\varepsilon}_{eq} = \sqrt{(\widetilde{\varepsilon}_I^+)^2 + (\widetilde{\varepsilon}_{II}^+)^2}.$$

3. On calcule les angles de propagation de fissure,

$$\theta_c^{frag} = 2\arctan\left(\frac{1}{4}\left[\frac{\widetilde{\sigma}_{22}}{\widetilde{\sigma}_{12}} - \text{sign}(\widetilde{\sigma}_{12})\sqrt{8 + \left(\frac{\widetilde{\sigma}_{22}}{\widetilde{\sigma}_{12}}\right)^2}\right]\right),$$

$$\theta_c^{duct} = \text{sign}(\widetilde{\sigma}_{12}) 0.785 \arctan\left(0.186\left[\left|\frac{\widetilde{\sigma}_{22}}{\widetilde{\sigma}_{12}}\right| + \sqrt{0.037 + \left(\frac{\widetilde{\sigma}_{22}}{\widetilde{\sigma}_{12}}\right)^2}\right]\right),$$

$$\theta_c^{trans} = \left(\frac{\widetilde{\varepsilon}_{eq} - \widetilde{\varepsilon}_{min}^{eq}}{\widetilde{\varepsilon}_{max}^{eq} - \widetilde{\varepsilon}_{min}^{eq}}\right)\theta_c^{duct}.$$

4. Choix de la direction de propagation relative au seuil de déformation équivalente,

$$\theta_c = \begin{cases} \theta_c^{frag} & \text{si } \widetilde{\varepsilon}_{eq} \leq \widetilde{\varepsilon}_{min}^{eq}, \\ \theta_c^{duct} & \text{si } \widetilde{\varepsilon}_{eq} \geq \widetilde{\varepsilon}_{max}^{eq}, \\ \theta_c^{trans} & \text{sinon.} \end{cases}$$

5. Propagation et vitesse de propagation,

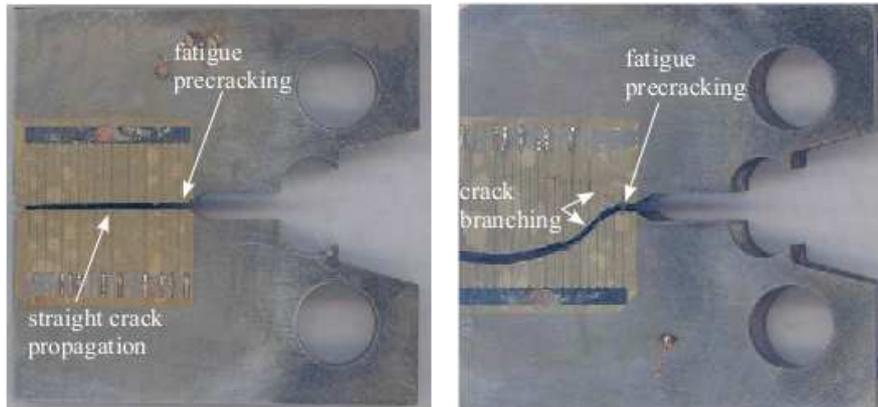
$$\begin{cases} \theta_c = 0 & \text{et } \dot{a} = 0 & \text{si } \widetilde{\sigma} < \widetilde{\sigma}_{Ic}, \\ \theta_c = \theta_c & \text{et } \dot{a} \neq 0 & \text{sinon (}\dot{a} \text{ est évalué par la formule de Kanninen [6]).} \end{cases}$$

---

## 5 Validation du critère et de l'algorithme de transition basé sur une déformation équivalente

### 5.1 Présentation de l'expérience de Prabel *et al.* [6]

Des essais quasi-statique, proposés par Prabel *et al.* [6], sur des éprouvettes CT ont permis d'observer la transition ductile/fragile. Les Figures 5(a) et 5(b), montrent que dans cette zone de transition, régie par la température de transition (intrinsèque au matériau), la fissure peut s'initier soit de manière rectiligne (fragile) 5(a) soit avec un angle non nul (ductile) 5(b).



(a) Trajet de fissure expérimental rectiligne (fragile). (b) Trajet de fissure expérimentale avec angle d'initiation non nul (ductile).

## 5.2 Identification des paramètres

Dans le but d'identifier les seuils en déformation  $\tilde{\epsilon}_{min}^{eq}$ ,  $\tilde{\epsilon}_{max}^{eq}$  et la contrainte critique de clivage  $\sigma_{Ic}$ , on propose de simuler numériquement ces essais en imposant le trajet de fissure ductile. Ainsi, nous pouvons observer au cours de la propagation de fissure les quantités mécaniques situées dans la zone non-locale en pointe de fissure.

### 5.2.1 Déformation équivalente en pointe de fissure

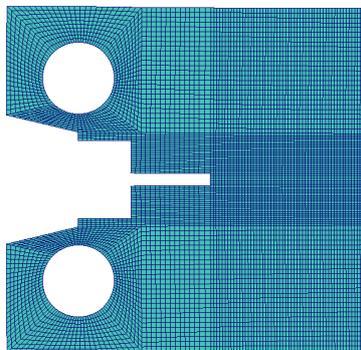


FIGURE 5 – Maillage.

La simulation avec trajet de fissure imposé a été réalisée en élastoplastique grands déplacements avec Europlexus, un code éléments finis de dynamique explicite développé par le *Commissariat à l'Energie Atomique* et the Joint Research Center of the European Commission [10]. Le maillage est donné sur la Figure 5, la taille de maille en pointe de fissure est égale à  $500\mu m$ . Les éléments enrichis sont prédéfinis dans la zone de propagation de fissure. Le temps de simulation est de  $35\mu s$ . Les paramètres matériau du 16MND5 (acier de cuve) sont donnés sur la Table 1. Nous utilisons une loi de comportement de type von Mises.

Module d'Young $E$	2.098 GPa
Coefficient de Poisson $\nu$	0.3
Masse volumique $\rho$	$7800 kg.m^{-3}$
Vitesse des ondes de Rayleigh $c_R$	$2990 m.s^{-1}$
Rayon de zone locale $r_{box}$	0.0015 m

TABLE 1 – Caractéristiques du matériau 16MND5.

Ce calcul, à trajet de fissure imposé, nous permet d'identifier les valeurs seuils  $\tilde{\epsilon}_{min}^{eq}$  et  $\tilde{\epsilon}_{max}^{eq}$  et la contrainte critique  $\sigma_{Ic}$  qui dépend de la vitesse de déformation. Sur la Figure 6(a), nous pouvons observer les valeurs seuils en déformation équivalente et sur la Figure 6(b), nous pouvons observer la dépendance de la contrainte critique vis-à-vis du taux de déformation équivalente.

## 5.3 Calcul prédictif et résultats

Dans cette partie, nous simulons, le même essai sans imposer le trajet de fissure. Nous reprenons le même maillage (cf. Figure 5) que précédemment, ainsi que les mêmes paramètres matériau (cf. Table 1). La simulation menée avec le nouveau critère en contrainte de cisaillement maximale et l'algorithme de transition et à l'aide des valeurs identifiées précédemment. La Table 2 montre les valeurs identifiées par le calcul à trajet imposé et l'expression de la contrainte critique en fonction du taux de déformation équivalente.

Les résultats de simulation sont exposés sur la Figure 7. Sur la Figure 7(a), nous comparons l'abscisse du front de fissure expérimentale et numérique. Sur la Figure 7(b), nous comparons ensuite les trajets de fissure expérimentaux et numériques au cours du temps. Nous pouvons voir que le trajet global obtenu par simulation est très proche du trajet expérimental. Un zoom, à l'initiation, montre que l'angle prédit

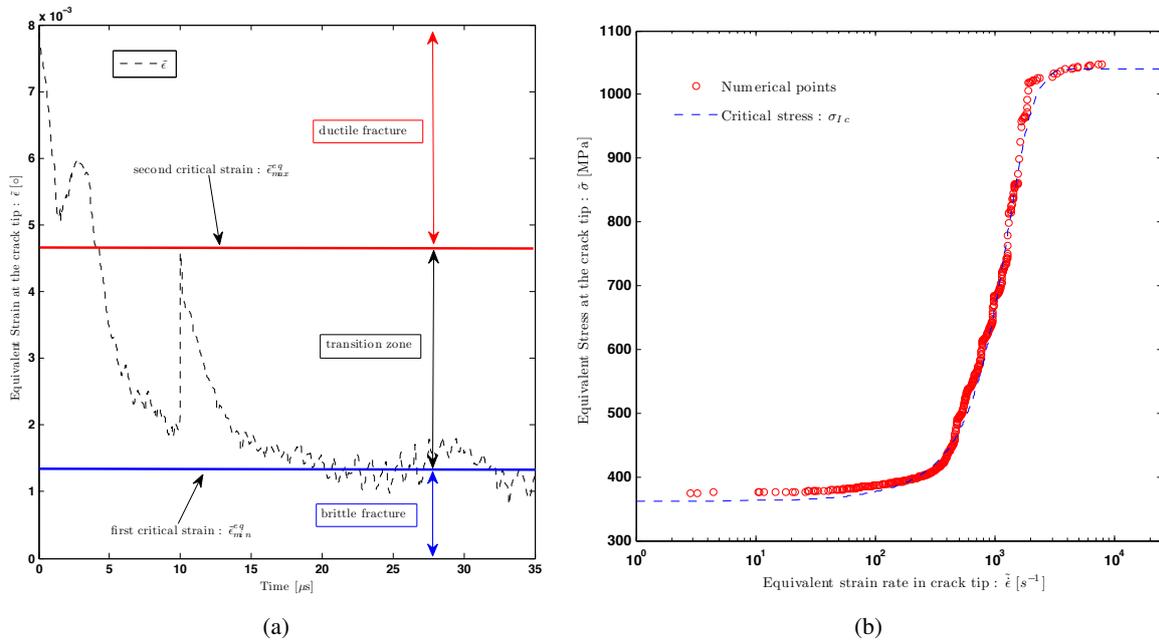


FIGURE 6 – 6(a) Seuils en déformation équivalente. 6(b) Expression de la contrainte critique fonction du taux de déformation équivalente

Valeur seuil ductile $\tilde{\epsilon}_{max}^{eq}$	0,00475
Valeur seuil fragile $\tilde{\epsilon}_{min}^{eq}$	0,001
Contrainte critique nominale $\sigma_{Ic0}$	578.09 MPa
Contrainte critique $\sigma_{Ic}$	$\sigma_{Ic0} + (371.91 \tanh(\frac{\dot{\tilde{\epsilon}}_{eq} - 1007.4}{859.19})).10^6$ MPa
Rayon de zone locale $r_{box}$	0,0015 m

TABLE 2 – Paramètres (16MND5) du modèle de transition identifié.

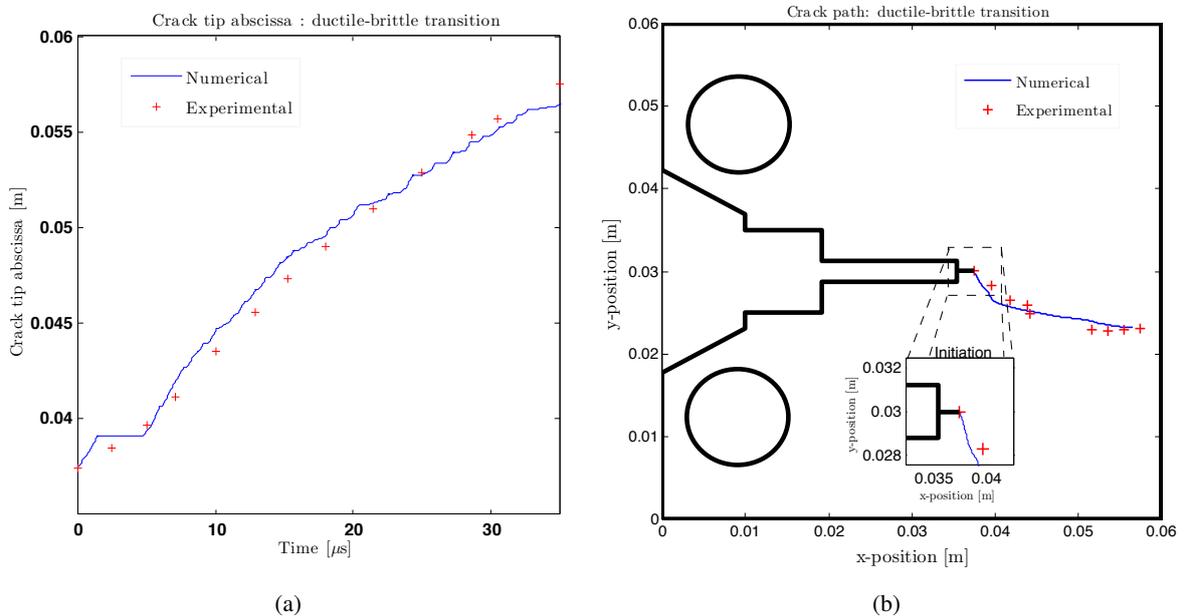


FIGURE 7 – 7(a) Résultats expérimentaux et numériques : Histoire du front de fissure. 7(b) Trajet de fissure global et zoom à l'initiation.

par le critère en contrainte de cisaillement maximale correspond bien à celui observé expérimentalement. De plus, nous obtenons une très bonne corrélation sur la position de la fissure en espace et en temps.

## 6 Conclusion

Nous avons proposé une méthodologie permettant de simuler numériquement la propagation dynamique de fissure dans le cas de transition ductile fragile. Celle-ci est basée sur deux éléments. Tout d'abord, nous avons proposé un nouveau critère de direction de propagation de fissure basée sur l'hypothèse de propagation dans la direction de la contrainte de cisaillement maximale. Une expression semi-analytique de la direction de propagation ductile a pu être obtenue, la formule de celle-ci étant très similaire à celle obtenue en fragile pour le critère de la contrainte circonférentielle maximale. Dans un second temps, nous avons proposé un algorithme permettant la bascule d'un critère à l'autre au cours de la simulation. Pour cela, l'intensité de la non-linéarité est estimée à l'aide du calcul d'une déformation équivalente en pointe de fissure. En comparant celle-ci à chaque instant avec des valeurs seuil, l'algorithme détermine automatiquement si la direction de propagation est fragile, ductile ou dans la zone de transition ou une loi des mélange permet de lisser la transition. Enfin, un exemple d'application à partir d'expérience issue de la littérature nous permet de mettre au point la stratégie d'identification des quelques paramètres du modèle (seuil en déformation et contrainte critique de propagation) en effectuant un calcul à trajet de fissure imposé. La même expérience est ensuite simulée à l'aide des paramètres identifiés et permet d'obtenir de très bon résultat sur le trajet espace temps de la fissure qui subit une transition ductile/fragile au cours de la propagation.

## Références

- [1] H D. Bui. *Fracture Mechanics : inverse problems and solutions.*, Springer, 2006.
- [2] F. Erdogan, G. C. Sih. *On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear.*, Journal of Basic Engineering, 519-525, 1963.
- [3] J. Mazars. *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure.*, Thèse de Doctorat, ENSET, 1984.
- [4] Remmers J, de Borst R, Needleman A. *A cohesive segments method for the simulation of crack growth.* , Computational Mechanics, 69-77, 2003.
- [5] G. Wells, L. Sluys. *A new method for modelling cohesive cracks using finite elements.*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2667-2682, 2001.
- [6] B. Prabel, A. Combescure, S. Marie. *Using the X-FEM method to model the dynamic propagation and arrest of cleavage cracks in ferritic steel.*, Engineering Fracture Mechanics, 2984-3009, 2008.
- [7] Menouillard T, Réthoré J, Combescure A, Bung H. *Efficient explicit time stepping for the extended finite element method.*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 11-38, 2008.
- [8] Menouillard T, Réthoré J, Moës, Combescure A, Bung H. *Mass lumping strategies for X-FEM explicit dynamics : Application to crack propagation.*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 447-474, 2008.
- [9] de Borst R, Remmers J, Needleman A. *Mesh-independent discrete numerical representations of cohesive-zone models.* , Engineering Fracture Mechanics, 160-177, 2005.
- [10] Europlexus web page. <http://europlexus.jrc.ec.europa.eu/> [Februar, 10<sup>th</sup>, 2011]