



**HAL**  
open science

## Modélisation discrète de structures tissées

Pierre Bernard, Mathieu Renouf

► **To cite this version:**

Pierre Bernard, Mathieu Renouf. Modélisation discrète de structures tissées. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592838

**HAL Id: hal-00592838**

**<https://hal.science/hal-00592838v1>**

Submitted on 3 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Modélisation discrète de structures tissées

P. Bernard<sup>1</sup>, M. Renouf<sup>1</sup>

*Université de Lyon, CNRS,  
LaMCoS, INSA-Lyon, F69621 Villeurbanne cedex  
{Pierre.Bernard,Mathieu.Renouf}@insa-lyon.fr*

---

**Résumé** — En vue d'étudier le comportement et la dégradation de structures tissées sous sollicitations tribologiques, une approche par éléments discrets est utilisée. Les fils, mono ou pluri-filamentaire, sont modélisés en utilisant des billes enrichies. L'enjeu des présents travaux est de déterminer et de caler les paramètres numériques utilisés dans le modèle avec les propriétés mécaniques de fils réels. En guise de conclusion, un premier essai de frottement est présenté et discuté.

**Mots clés** — modélisation discrète, tissu, traction, torsion

---

### 1 Introduction

La modélisation de structures tissées est délicate et complexe. Les approches par éléments finis restent encore aujourd'hui les plus répandues [3, 6, 4]. Elles permettent de représenter les fils (ensemble de filaments) d'un point de vue "macroscopique" sur des volumes élémentaires représentatifs (VER) de taille raisonnable [6] pour passer à de grandes structures tissées grâce à des techniques d'homogénéisation. Pour modéliser de grandes structures, certains auteurs préfèrent utiliser des techniques basées sur des systèmes de treillis [1] s'affranchissant d'une recherche de VER et répercutant le comportement local du tissu (frottement, enchevêtrement) sur des couples de ressorts linéaires et angulaires. Cependant, ces différentes approches ne permettent pas de décrire convenablement les sous-structures filaires et, dans le cas de tissus utilisés pour la lubrification solide, ne permettent pas de représenter l'usure de ces tissus.

Dans ce contexte, une approche discrète s'avère donc plus appropriée. Ce type d'approche a déjà montré son efficacité dans des systèmes mixant grains et structures filaires [8]. De plus, l'usure des fils peut être prise en compte de manière explicite en détachant un simple élément constituant les fibres. Dans un contact entre une structure filaire et une surface rugueuse, un élément de fibre peut se détacher et continuer à évoluer au sein du contact ou en être évacué suivant l'évolution de la dynamique locale. Ce processus peut ainsi se reproduire pour tout un ensemble d'éléments formant ainsi un troisième corps [2], séparant le tissu de la surface frottante.

Cependant, le problème sous-jacent reste la modélisation des fibres, sous-entendus l'identification et le choix des paramètres numériques, et la forme de l'élément unitaire constituant les fils. La validité du modèle repose alors sur le lien existant entre les propriétés mécaniques macroscopiques, mesurées en banc d'essai, et les valeurs des paramètres qu'il faut injecter dans le modèle, au niveau microscopique, pour reproduire ces propriétés.

En nous appuyant sur un cas d'étude industriel, nous proposons ici de détailler la méthodologie utilisée pour construire et simuler le frottement d'une structure tissée. Après avoir détaillé les grandes lignes du cadre numérique basé sur l'approche NSCD, le modèle choisi pour représenter un fil est introduit. Ensuite des essais mécaniques numériques réalisés sur des fils mono-filamentaires et pluri-filamentaires sont présentés, en regardant l'impact des paramètres locaux sur le comportement macroscopique des fils. Enfin, des essais de cisaillement sont présentés et les résultats discutés.

## 2 Cadre Numérique

### 2.1 Non Smooth Contact Dynamics

La méthode Non Smooth Contact Dynamics (NSCD) est issue des travaux de J.-J. Moreau [10] et M. Jean [7]. Elle permet de modéliser l'évolution de systèmes de corps rigides ou déformables dont les interactions sont gérés par des lois non régulières (contact unilatéral, frottement de Coulomb, chocs,...). Considérons l'équation de la dynamique utilisée pour décrire l'évolution d'un système de corps rigides :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}^{ext} + \mathbf{R}, \quad (1)$$

où  $\mathbb{M}$  désigne la matrice de masse du système,  $\dot{\mathbf{q}}$  est la dérivée seconde du paramètre configuration  $\mathbf{q}$ . Les forces présentes dans le système sont décomposées en les forces extérieures  $\mathbf{F}^{ext}$  d'un côté, et la résultante des forces de contact  $\mathbf{R}$  de l'autre. L'équation (1) est ré-écrite dans un cadre autorisant la dérivation des accélérations en présence de chocs et est discrétisée via une  $\theta$ -méthode, où  $\theta$  est pris égal à 0,5 à la fois pour des raisons de stabilité et pour garder un schéma en temps conservatif.

Ainsi, en se plaçant sur l'intervalle de temps  $[t_i, t_{i+1}[$  de mesure  $h$ , on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + \theta \dot{\mathbf{q}}_{i+1} + (1 - \theta) \dot{\mathbf{q}}_i \\ \dot{\mathbf{q}}_{i+1} = \dot{\mathbf{q}}_{i+1}^{free} + \mathbb{M}^{-1} h \mathbf{R}_{i+1} \end{cases}, \quad (2)$$

avec

$$\dot{\mathbf{q}}_{i+1}^{free} = \dot{\mathbf{q}}_i + h \mathbb{M}^{-1} (\theta \mathbf{F}_{i+1}^{ext} + (1 - \theta) \mathbf{F}_i^{ext}) \quad (3)$$

La résolution du système (2) s'effectue en cherchant le couple inconnu  $(h\mathbf{R}_{i+1}, \dot{\mathbf{q}}_{i+1})$  relié à l'ensemble des éléments constituant notre système. A la recherche de ce couple, on préfère chercher le couple dual  $(\mathbf{p}_{i+1}, \mathbf{u}_{i+1})$  reliant impulsion et vitesse relative au contact, et relié au couple  $(h\mathbf{R}_{i+1}, \dot{\mathbf{q}}_{i+1})$  via les applications linéaires  $\mathbb{H}$  et  $\mathbb{H}^*$  :

$$\begin{cases} h\mathbf{R} = \mathbb{H}\mathbf{p} \\ \mathbf{u} = \mathbb{H}^*\dot{\mathbf{q}} \end{cases}. \quad (4)$$

En injectant les équations du système (4) dans le système (2), on aboutit au problème de contact suivant :

$$\begin{cases} \mathbb{W}\mathbf{p}_{i+1} + \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_{free} \\ Interaction[\mathbf{p}_{i+1}, \mathbf{u}_{i+1}] \end{cases}. \quad (5)$$

où  $\mathbb{W}(= \mathbb{H}^*\mathbb{M}^{-1}\mathbb{H})$  représente l'opérateur de Delassus et  $Interaction[\mathbf{p}_{i+1}, \mathbf{u}_{i+1}]$  la ou les lois d'interaction reliant impulsion et vitesse relative au contact. L'algorithme utilisé pour résoudre le problème de contact est un algorithme de Gauss-Seidel non linéaire, algorithme itératif cherchant une solution au problème par une gestion contact par contact. Le lecteur peut se tourner vers les travaux originaux pour de plus amples compléments [7, 10].

### 2.2 Version discrète d'un fil

Le principe de base derrière la modélisation discrète de structure tissée est de représenter les fils comme des assemblages de sphères enrichies. Cet enrichissement permet de combiner relation bilatérale (rigide, élastique, visqueuse,... [9]) entre sphères consécutives et d'avoir une loi de contact unilatéral avec frottement de Coulomb [7, 10] entre sphères non consécutives.

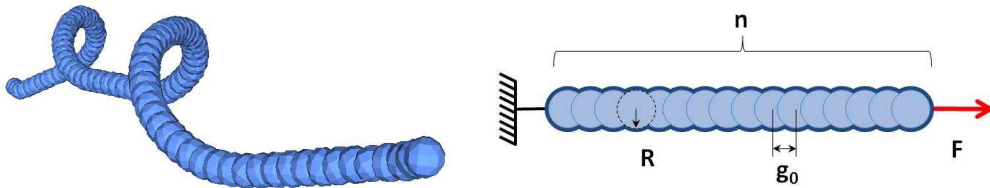


FIG. 1 – Modèle de fil discret

Dans notre étude, la loi bilatérale est associée à une barre élastique, travaillant aussi bien en traction qu'en compression se traduisant par une relation entre impulsion et vitesse permettant de fermer le système (5) :

$$p_n = -h^2 k \left( u_n - \frac{g_0 - g}{h} \right), \quad (6)$$

où  $h$  est la mesure d'un pas de temps,  $k$  la raideur associée à la barre,  $g_0$  la longueur initiale de la barre et  $g$  la longueur à un instant donné. La raideur microscopique  $k$  est différente de la raideur macroscopique  $K$ . Celle-ci va être proportionnelle à  $k$  ainsi qu'au nombre de sphères utilisées pour décrire le fil, leur rayon  $r$ , ainsi qu'à la distance initiale  $g_0$  entre chaque sphère.

La loi de contact unilatéral avec frottement de Coulomb est associée à un coefficient de frottement local  $\mu$ . En première hypothèse, on peut dire que le coefficient de frottement est le même que l'on se place à l'échelle du fil ou à l'échelle d'une bille. Cependant, le coefficient de frottement à l'échelle du fil dépend aussi de la distance initiale  $g_0$  entre chaque sphère. Elle aura son importance lorsqu'on considérera des fils pluri-filamentaires ou des structures tissées.

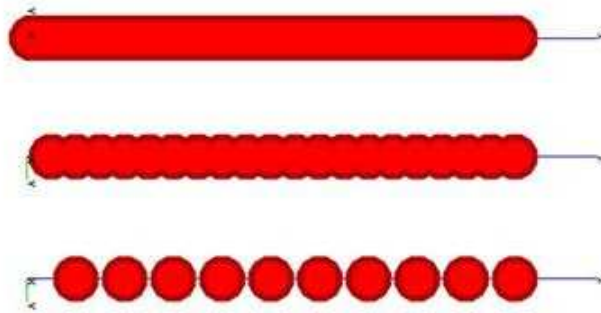


FIG. 2 – Modèle de fil discret en fonction de la distance inter-sphères  $g_0$

En effet, si les billes sont trop éloignées les unes des autres par rapport à leur rayon, l'ensemble de sphères ne sera plus associé à un fil mais un véritable chapelet (cf. figure 2), créant ainsi une rugosité qui impactera les mouvements tangentiels entre filaments. Les conditions de contact de deux fils entre eux ne représenteront alors plus les conditions réelles. En revanche, si la distance inter-billes est trop faible, on peut se retrouver avec un très (trop ?) grand nombre d'éléments influençant le temps de calcul des simulations.

### 3 Essais numériques

L'ensemble des simulations a été réalisé grâce à la plateforme LMGC90 [5], plateforme dédiée à la modélisation des milieux discrets.

#### 3.1 Traction d'un fil mono-filamentaire

Pour déterminer et vérifier l'importance des paramètres géométriques et mécaniques du fil discret, on réalise un essai de traction sur un simple fil, de longueur initiale  $L_0 = d + (n - 1) \cdot g_0 = 1.452 \cdot 10^{-3} m$  avec  $n = 65$ ,  $d = 0.44 \cdot 10^{-4} m$  et  $g_0 = 0.22 \cdot 10^{-4} m$ . Les données présentées seront adimensionnées par une raideur microscopique  $k^*$  de  $1.25 N \cdot m^{-1}$ , calée sur des données expérimentales, le diamètre  $d^*$  correspondant étant égal à  $0.44 \cdot 10^{-4} m$ .

Lors de l'essai de traction, une des extrémités du fil est bloquée tandis qu'une force  $F$ , égale à  $0.15 N$ , est exercée sur l'autre extrémité du fil (cf. Figure 1). Si l'on trace l'évolution de l'élongation du fil (i.e.  $(L - L_0)/L_0$ ) en fonction du temps (cf. Figure 3), après une phase transitoire, le système tend vers une valeur d'allongement fixe, notée  $\Delta L$ . On peut définir la raideur macroscopique du fil  $K$  comme le rapport  $F/\Delta L$ .

La définition même du fil, équivalent à un système de ressorts en série, nous permet également de calculer directement la raideur  $K$ . En effet, son inverse s'exprime comme la somme des inverses des

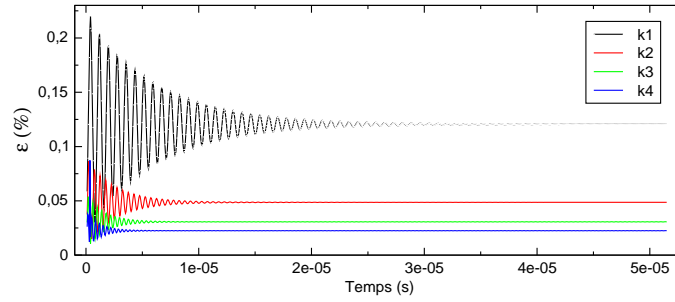


FIG. 3 – Elongation d'un fil durant un essai de traction pour différentes raideurs microscopiques :  $k_1 = k^*$ ,  $k_2 = 2k_1$ ,  $k_3 = 4k_1$  et  $k_4 = 5k_1$

raideurs d'un ensemble de  $n$  ressorts en série. Si les  $n$  ressorts possèdent la même raideur  $k$ , on obtient :

$$\frac{1}{K} = \sum_n \frac{1}{k} = \frac{n}{k}, \quad (7)$$

Ainsi, lorsque l'on trace l'influence de la raideur microscopique  $k$  sur la raideur apparente  $K$ , on obtient bien une relation linéaire entre  $K$  et  $k$  (cf figure 4a).

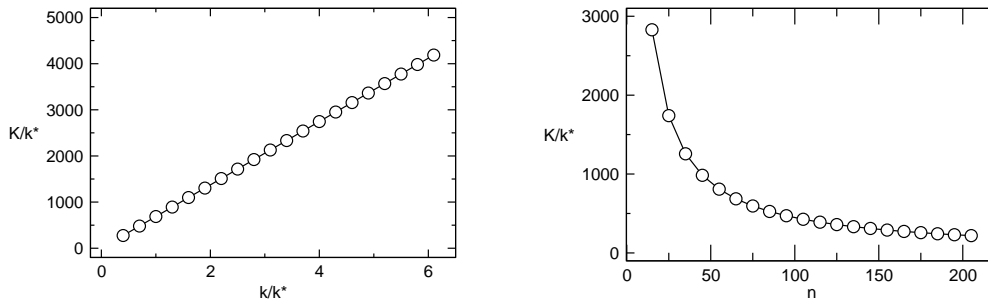


FIG. 4 – Relation de proportionnalité entre la raideur apparente  $K$  et (a) la raideur microscopique  $k$  et (b) l'inverse du nombre de billes constituant le fil  $n$

D'une manière équivalente, on confirme que l'on a bien une relation linéaire entre la raideur apparente  $K$  et  $1/n$ , où  $n$  est le nombre de billes constituant le fil (cf figure 4b). Il est à noter que dans les différents test effectués, la masse des sphères ne semblent pas avoir d'influence sur la raideur ; le système (en mode stationnaire) réagit comme s'il n'y avait pas de masses.

Nous avons souligné précédemment l'importance de la distance inter-billes dans la modélisation des fils. Ceci est confirmé par la figure 5 montrant la relation entre la raideur apparente  $K$  et la distance inter-billes  $g_0$ .

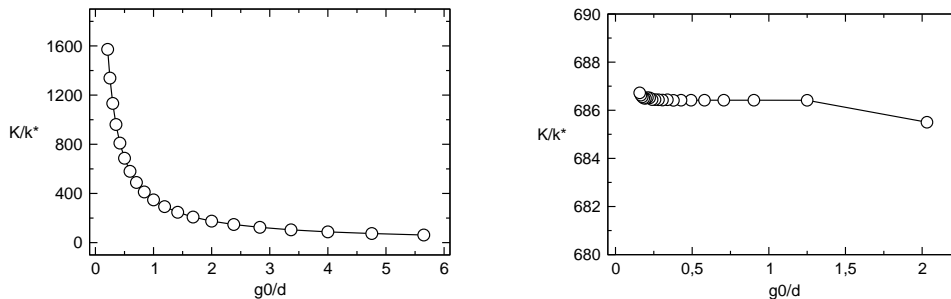


FIG. 5 – Influence de la distance inter-bille sur la raideur apparente  $K$  pour (a)  $L_0$  variable ou (b)  $L_0$  constant

On voit ainsi apparaître une relation en  $1/g_0$ . Il est donc facile d'imaginer que  $n$  et  $g_0$  sont couplés, et il se trouve qu'on peut expliquer cela en considérant le module de Young du matériau (on y revient dans le paragraphe suivant). Si l'on modifie  $n$  ou  $g_0$ , on modifie inévitablement la longueur initiale du fil  $L_0 \simeq ng_0$ . Il est donc intéressant de voir l'influence de  $g_0$  en gardant  $L_0$  constante,  $n$  variant en conséquence. On

voit sur la figure 5b que la raideur apparente ne dépend alors plus de la distance inter-billes lorsque  $L_0$  est constante.

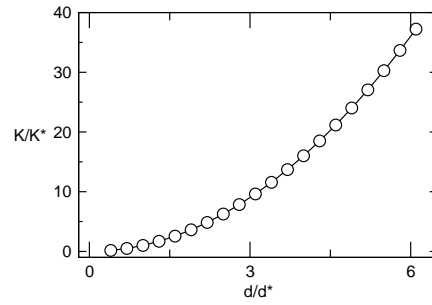


FIG. 6 – Influence du diamètre des billes sur la raideur apparente  $K$

L'épaisseur du fil sera prise en compte par le diamètre des billes. Si l'on trace l'influence du diamètre des billes sur la raideur apparente (cf. figure 6), on trouve une relation en  $d^2$ . Cela s'explique par le fait que lorsqu'on augmente le diamètre des billes (i.e. qu'on augmente la surface du fil), cela revient à rajouter d'autres ressorts en parallèle. Or, pour un système de ressorts en parallèle, la raideur totale est la somme des raideurs. Ainsi la raideur apparente doit bien être proportionnelle à la surface (à  $R^2$ ).

La raideur  $k$  dont on parle ici est la valeur de la raideur microscopique qu'on introduit dans le code de calcul, et qui tient compte de la variation éventuelle des rayons des billes. On va donc prendre comme expression  $k = k_0 R^2$ . Or, en s'intéressant au module de Young équivalent, donné par la formule  $E = KL_0/A$ , où  $A$  est la surface des fils ( $A = \pi R^2$ ), on aboutit à une propriété qui sera dépendant linéairement de la raideur microscopique et indépendant des dimensions de notre fil. Cette propriété sera d'ailleurs très utile pour comparer les influences relatives des différents paramètres sur les propriétés mécaniques de nos fils.

Par ailleurs, c'est ce module de Young équivalent que l'on récupère lorsqu'on fait des essais mécaniques ; on est donc capable de déterminer la valeur de  $k_0$ .

### 3.2 Fils pluri-filamentaires

Les fils utilisés dans l'élaboration de structures tissées ne sont jamais des fils mono-filamentaires ; ils sont composés de plusieurs filaments parallèles qui sont en général torsadés ensemble. Les propriétés en traction de ces fils pluri-filamentaires vont donc être sensiblement différents des propriétés d'un simple filament (voir section 3.1).

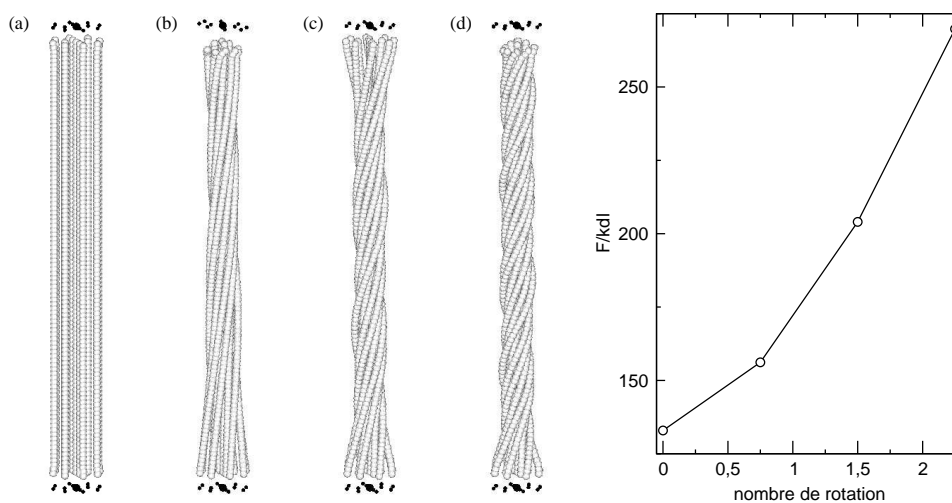


FIG. 7 – Essais de traction effectués sur des fils composés de 13 filaments plus ou moins torsadés

Dans le but de quantifier l'influence de ce nouveau paramètre, à savoir la torsion (mesurée en nombre de tour effectués autour du filament central), sur les propriétés de l'ensemble, des essais de traction sont effectués sur des fils composés de 13 filaments plus ou moins torsadés. La figure 7 présente le profil

des différents fils utilisés obtenus après avoir effectué 0 (cf. figure 7a), 3 (cf. figure 7b), 6 (cf. figure 7c) et 9 (cf. figure 7d) quarts de tour ainsi que l'évolution de la résistance à la traction adimensionnée (par le produit raideur microscopique  $\times$  allongement). Celle-ci évolue en loi de puissance en fonction du nombre de tours, confirmant le fait que plus le fil va se trouver torsadé, plus la résistance va être grande.

### 3.3 Structures tissées

Les tissus sont de nature et de structures très diverses. Les tissus techniques ont en général des enchevêtrements de fils très complexes. Afin de comprendre l'influence du tissage sur la tenue en service de nos structures tissées, nous nous intéressons ici à une structure simple, le satin de 4 (cf. figure 8). Dans la direction X, un fil passe 3 fois au-dessus et une fois en-dessous des fils perpendiculaires tandis que dans la direction Y, le fil passe 3 fois en-dessous et une fois au-dessus. On obtient ainsi un tissu ayant deux faces différentes dont l'une est principalement orientée selon X et l'autre selon Y.

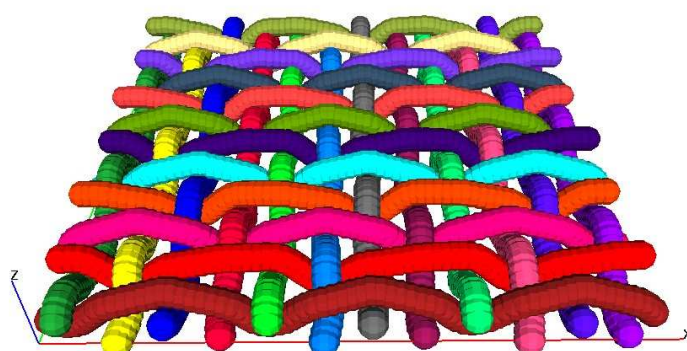


FIG. 8 – Modèle de satin de 4

Un volume élémentaire de satin de 4 est utilisé pour un effet de frottement et mis en contact avec une surface rugueuse rigide. Afin d'évaluer l'influence de la direction de frottement sur la réponse du tissu, nous avons étudié dans un premier temps la distance maximale parcourue par les billes en fonction de la vitesse et de la direction de frottement (cf. figure 9).

Cette distance maximale dépend de la vitesse, mais aussi de la direction de frottement. Cela s'explique par le fait que lorsqu'on frotte un fil selon sa direction principale (suivant X), les billes ont plus de facilité à se déplacer que si on le frotte perpendiculairement. Dans sa direction principale, les interactions élastiques sont sollicitées en majorité, dans des mouvements de type "reptation" suivant la direction principale du fil auquel elles appartiennent. En revanche, dans la direction perpendiculaire, les déplacements sont limités par la présence des autres fils (pour lesquels on considère les contacts entre billes).

## 4 Conclusion

Nous présentons dans ces travaux une méthodologie pour construire un tissu par éléments discrets afin d'effectuer des essais de frottement et par conséquent la compréhension du fonctionnement des structures tissées n'est pas au cœur des présents travaux. Toutefois, on peut déjà établir le lien entre quelques propriétés mécaniques et les valeurs des paramètres numériques à introduire dans notre modèle, ce qui nous assurera d'avoir une bonne représentativité.

Les tests de frottement présentés en guise de conclusion sont donc maintenant à étendre afin de revenir sur des considérations plus mécaniques et prendre en compte également l'usure des fils et leur effet auto-lubrifiant.

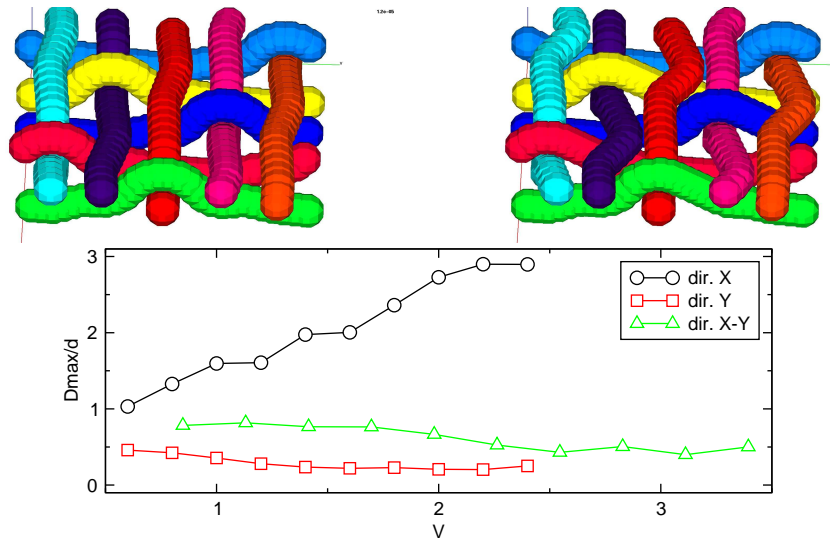


FIG. 9 – Distance maximale parcourue par les billes en fonction de la vitesse et de la direction de frottement

## Références

- [1] B. Ben Boubaker, B. Haussy, J.F. Ganghoffer. *Discrete models of woven structures. Macroscopic approach*, Composites Part B : Engineering 38(4), 498-505, 2007.
- [2] Y. Berthier. *Experimental evidence for friction and wear modelling*, Wear 139, 77-92, 1990.
- [3] P. Boisse, M. Borr, K. Buet, A. Cherouat. *Finite element simulations of textile composite forming including the biaxial fabric behaviour*, Composites Part B : Engineering 28(4), 453-464, 1997.
- [4] P. Boisse, N. Hamila, P. Badel, E. Vidal-Salle. *Simulations éléments-finis de la déformation de textiles aux échelles macro et mésoscopique*, Mécanique & Industries 10(1), 15-19, 2009.
- [5] F. Dubois, M. Jean. *LMGC90 une plateforme de développement dédiée à la modélisation des problèmes d'interaction*, Actes du sixième colloque national en calcul des structures 1, 111-118, 2003
- [6] D. Durville. *Finite Element Simulation of the Mechanical Behaviour of Textile Composites at the Mesoscopic Scale of Individual Fibers*, Computational Methods in Applied Sciences 8, 15-34, 2008.
- [7] M. Jean. *The non smooth contact dynamics method*, Compt. Methods Appl. Math. Engrg. 177, 235-257, 1999.
- [8] R. Laniel, O. Mouraille, S. Pagano, F. Dubois, P. Alart. *Numerical modelling of reinforced geomaterials by wires using the non smooth contact dynamics*, Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics 27, 289-296, 2006.
- [9] R. Laniel, P. Alart, S. Pagano. *Discrete element investigations of wire-reinforced geomaterial in a three-dimensional modeling*, Computational Mechanics 42(1), 67-76, 2008.
- [10] J. J. Moreau. *Some numerical methods in multibody dynamics : application to granular materials*, Eur. J. Mech. A Solids 13, 93-114, 1994.
- [11] M. Renouf, F. Dubois, P. Alart. *Numerical investigations of fault propagation and forced-fold using a non smooth discrete element method*, Rev. Eur. Method. Num. 15, 549-570, 2006.