

## Identification à partir de mesures de champs Application de l'erreur en relation de comportement modifiée

M. Ben Azzouna<sup>1</sup>, P. Feissel<sup>1</sup>, P. Villon<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire Roberval, UTC, Compiègne, France, {mouldi.ben-azzouna,pierre.feissel,pierre.villon}@utc.fr

Les essais mécaniques s'appuient de plus en plus sur les mesures de champs de déplacements par corrélation d'images numériques [1]. Ces mesures permettent d'envisager l'exploitation d'essais hétérogènes, du fait du chargement et/ou du matériau, difficiles à exploiter avec des mesures classiques (jauges extensométriques). Il est alors nécessaire de développer des méthodes d'identification adaptées à la richesse des mesures et s'appuyant sur des approches inverses. [2] présente les grandes familles de méthodes (l'écart à l'équilibre, l'écart à la réciprocity, la méthode des champs virtuels...) déjà utilisées pour les mesures de champs. Parmi les stratégies d'identification, l'*erreur en relation de comportement* s'avère être une approche robuste vis-à-vis des perturbations de mesure. Elle a été proposée dans [3], et par la suite adaptée aux mesures de champs dans [4, 8], et plus récemment dans [5]. On se propose ici l'*erreur en relation de comportement modifiée* pour aborder le problème d'identification de paramètres  $\Theta$  d'un comportement élastique hétérogène.

L'éprouvette est modélisée par un domaine  $\Omega$  régi par les équations suivantes : l'équation d'équilibre, la loi de comportement, la compatibilité cinématique, et de possibles conditions aux limites (FIG. 1). On se limitera dans un premier temps au cas où les conditions aux limites ne sont pas connues. Les mesures sont les déplacements, issus de la mesure de champs, sur un domaine  $\Omega_m$  inclus dans  $\Omega$ .

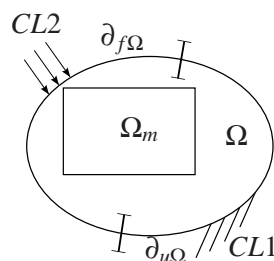


FIG. 1 – Domaine  $\Omega$

L'approche par *erreur en relation de comportement modifiée* se fait en deux temps, détaillés ci-dessous. Dans un premier temps, pour un jeu de paramètres  $\Theta$  fixé, des champs mécaniques de contraintes et de déplacements sont construits à partir des données théoriques et expérimentales dont on dispose. Puis une fonction coût des paramètres matériau est construite à partir de ces champs. Sa minimisation mène à l'identification des paramètres mécaniques.

1. *Le problème de base* : Les champs mécaniques tiennent compte de l'ensemble de l'information. Ils ne peuvent vérifier l'ensemble des équations exactement. Ces dernières sont donc séparées en deux groupes :
  - (a) *Des équations fiables* : l'équilibre mécanique et la compatibilité cinématique.
  - (b) *Des équations non fiables* :
    - La relation de comportement, puisque on cherche justement à identifier le comportement.
    - Les mesures, car elles contiennent du bruit.

Les équations fiables sont vérifiées de façon exacte, et permettent de définir les espaces d'admissibilité des contraintes et des déplacements (*SetC*), tandis que les équations non fiables seront

vérifiées au mieux. Cela conduit à la formulation suivante, à paramètres  $\Theta$  fixés :  
 Trouver  $(\underline{u}, \underline{v})$ , sous les contraintes des équations fiables, en minimisant :

$$j(\underline{u}', \underline{v}') = \underbrace{\frac{1}{2} \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}}(\underline{v}' - \underline{u}') : \underline{\underline{\epsilon}}(\underline{v}' - \underline{u}') d\Omega}_{j_1} + \underbrace{\frac{\alpha}{2} \int_{\Omega_m} (\underline{u}' - \underline{\tilde{u}})^2 d\Omega_m}_{j_2} \quad (1)$$

$$(\underline{u}(\Theta), \underline{v}(\Theta)) = \arg \min_{(\underline{u}', \underline{v}') \in C \times S} j(\underline{u}', \underline{v}')$$

*Remarque* : Pour écrire (Eq. 1), on peut montrer comme en vibration [7] qu'il existe un champ  $\underline{v}$  tel que  $\underline{\underline{\sigma}} = \mathbb{K} \underline{\underline{\epsilon}}(\underline{v})$ , où  $\mathbb{K}$  est l'opérateur de Hooke.

La fonction coût  $j$  comporte un premier terme  $j_1$  relatif à l'erreur en relation de comportement proprement dite, et un second terme  $j_2$  qui correspond à l'erreur de mesure. Sa minimisation conduit à la résolution d'un système linéaire permettant d'obtenir les champs mécaniques recherchés.

2. *Le problème d'identification* : On passe dans un deuxième temps à l'identification des paramètres  $\Theta$  à partir des champs identifiés précédemment et grâce à la minimisation d'une fonction coût  $\mathcal{G}$  :

$$\Theta = \arg \min_{\Theta'} \mathcal{G}(\Theta')$$

$$\text{avec } \mathcal{G}(\Theta') = j(\underline{u}(\Theta'), \underline{v}(\Theta')) \text{ ou } \mathcal{G}(\Theta') = j_1(\underline{u}(\Theta'), \underline{v}(\Theta')) \quad (\text{cf Eq. 1})$$

Ainsi, on peut mener l'identification par la minimisation de la fonction  $j$  ou encore de  $j_1$ , qui seront à comparer dans la suite. La minimisation de la seule fonctionnelle  $j_1$ , relative à l'erreur en relation de comportement, peut être avantageuse car elle est très peu sensible aux bruits de mesures [6], vu que les mesures de champs apparaissent plutôt dans le terme  $j_2$ . On adopte un algorithme de descente alternée et on s'appuie sur la densité d'erreur pour se donner une estimation de l'exactitude des paramètres identifiés [7].

La méthode est d'abord testée à travers une simulation d'un essai de traction sur une plaque avec une inclusion, où l'on cherche à identifier les paramètres de l'inclusion. Par ailleurs, la méthode sera appliquée à des essais en élasticité hétérogène, tels qu'un essai de traction sur un composite.

Un point important de la méthode est sa robustesse vis-à-vis du bruit. Une attention particulière sera alors portée à cet aspect.

## Références

- [1] F. Hild, S. Roux. *Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties - a review*, Strain, Vol 42, Pages 69-80, 2006.
- [2] S. Avril, M. Bonnet, A-S. Bretelle, M. Grédiac, F. Hild, P; Ienny, F. Latourte, D. Lemosse, S. Pagano, E. Pagnacco, F. Pierron. *Identification from measurements of mechanical fields*, Exp Mech, 48 :381–402 2008.
- [3] P. Ladevèze, M. Reynier, N. Maya. *Error on the constitutive relation in dynamics*, H.D. BUI M. T. . A., Ed., Inverse problems in Engineering, 251-256, 1994.
- [4] S. Calloch, D. Dureisseix, F. Hild. *Identification de modèles de comportement de matériaux solides : utilisation d'essais et de calculs*, Technologies et Formations 100, 36-41, 2002.
- [5] E. Florentin, G. Lubineau. *Identification of the parameters of an elastic material model using the constitutive equation gap method*, Comput Mech, 46 :521-531, 2010.
- [6] P. Feissel, O. Allix. *Modified constitutive relation error identification strategy for transient dynamics with corrupted data : The elastic case*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 196, 1968–1983, 2007.
- [7] A. deraemaeker, P. Ladevèze, T. Romeuf. *Model validation in the presence of uncertain experimental data*, Engineering Computations, 21(8) :808–833, 2004.
- [8] F. Latourte. *Identification Des Paramètres d'une loi élastoplastique de Prager et calcul de champs de contrainte dans des matériaux hétérogènes*, Thèse de doctorat, Université de Montpellier 2, 2007.