

Remaillage adaptatif et contrôle d'erreurs en quantité d'intérêt pour la modélisation numérique de la propagation des ondes élastiques

B. Tie

¹ LMSSMat, Ecole Centrale Paris, Grande Voie des Vignes, 92290 Châtenay-Malabry, France, bing.tie@ecp.fr

Résumé — On présente ici nos résultats récents sur le remaillage adaptatif et le contrôle d'erreurs en quantité d'intérêt pour la modélisation numérique de la propagation des ondes élastiques. La stratégie numérique est développée dans le cadre la méthode de Galerkin espace-temps discontinue en temps. L'estimation *a posteriori* des erreurs pour le problème direct et le problème adjoint est obtenue par la méthode des résidus locaux. Différentes quantités d'intérêt locales en espace-temps sont proposées et utilisées pour des structures industrielles de grande taille.

Mots clefs — Remaillage adaptatif, Erreur en quantité d'intérêt, Propagation des ondes élastiques.

A l'heure actuelle, l'intérêt de l'adaptativité numérique n'est plus à démontrer : Des stratégies adaptatives intelligemment conçues sont des outils extrêmement puissants pour construire des modèles numériques avec une qualité contrôlée et un coût numérique optimisé. Néanmoins, malgré des avancées remarquables dans le domaine de recherche et des besoins grandissants dans l'industrie pour les méthodes adaptatives, les problèmes dynamiques constituent encore un domaine de défi pour la modélisation numérique adaptative. L'objectif de cette contribution est de présenter nos travaux de recherche récents sur la modélisation par éléments finis adaptatifs pour la propagation des ondes élastiques, et plus particulièrement le développement des outils numériques pour le remaillage adaptatif et le contrôle d'erreurs en quantité d'intérêt.

Notre solveur adaptatif est développé dans le cadre variationnel de la méthode de Galerkin espace-temps discontinue en temps ([1]). Ce dernier garantit la stabilité inconditionnelle même si le maillage d'éléments finis évolue continuellement en temps, ce qui présente un intérêt indéniable. En effet, l'interpolation des champs de déplacement et de vitesse entre deux maillages successifs est incluse dans la formulation variationnelle de manière naturelle comme des termes qui introduisent un amortissement numérique. En plus, cet amortissement numérique permet de filtrer des bruits numériques de hautes fréquences, ce qui permet une meilleure précision pour l'intégration en temps et une capture sans oscillations numériques des fronts d'ondes. Ceci constitue évidemment un très grand avantage pour des problèmes industriels que nous traitons et qui impliquent des ondes de chocs initiés par des charges mobiles supersoniques.

Beaucoup de travaux ont été effectués pour le développement des techniques de l'estimation *a posteriori* d'erreurs utilisant la norme globale énergétique classique ou plus récemment utilisant des normes "localisées" en quantité d'intérêt ([2],[3],[4]). Parmi les méthodes classiques pour l'estimation *a posteriori* d'erreurs, une méthode des résidus locaux est considérée et utilisée ici ([5],[6]). Cette méthode est couplée à l'approche classique qui définit un état adjoint pour représenter les erreurs de discrétisation. L'état adjoint est la solution d'un problème adjoint défini en fonction des quantités d'intérêt à contrôler. En élastodynamique, les problèmes adjoints sont en fait des problèmes qui remontent dans le temps, seul le second membre des problèmes adjoints diffère du problème direct initial. Ici, on propose d'estimer les erreurs de discrétisation du problème direct en résolvant des problèmes résiduels locaux sur des patches d'éléments finis, qui sont plus fins que le maillage initial sur lequel les erreurs doivent être évaluées. Cette même technique est appliquée pour estimer les erreurs de discrétisation du problème adjoint. En combinant ces deux estimations, des indicateurs d'erreurs en quantité d'intérêt sont obtenus.

Différentes quantités d'intérêts, globale ou locales, sont considérées ici. Par exemple, on peut définir une quantité d'intérêt à la fois localisée en espace et en temps, et en plus centrée autour d'une fréquence d'intérêt. On s'intéresse aussi à des quantités d'intérêt liées aux certains modes propres d'une structure de petite taille attachée à une grande structure. En effet, comme application industrielle, on veut étudier l'interaction entre la propagation des ondes dans une grande structure composée de coques et le comportement vibratoire d'une petite structure attachée.

Le remaillage adaptatif est effectué au cours du calcul transitoire de manière complètement automatique et est piloté par l'estimation *a posteriori* d'erreurs en quantité d'intérêt. La gestion du schéma adaptatif, qui incluent les deux estimations d'erreurs des problème direct et adjoint, n'est pas triviale et est discutée afin d'optimiser le coût numérique.

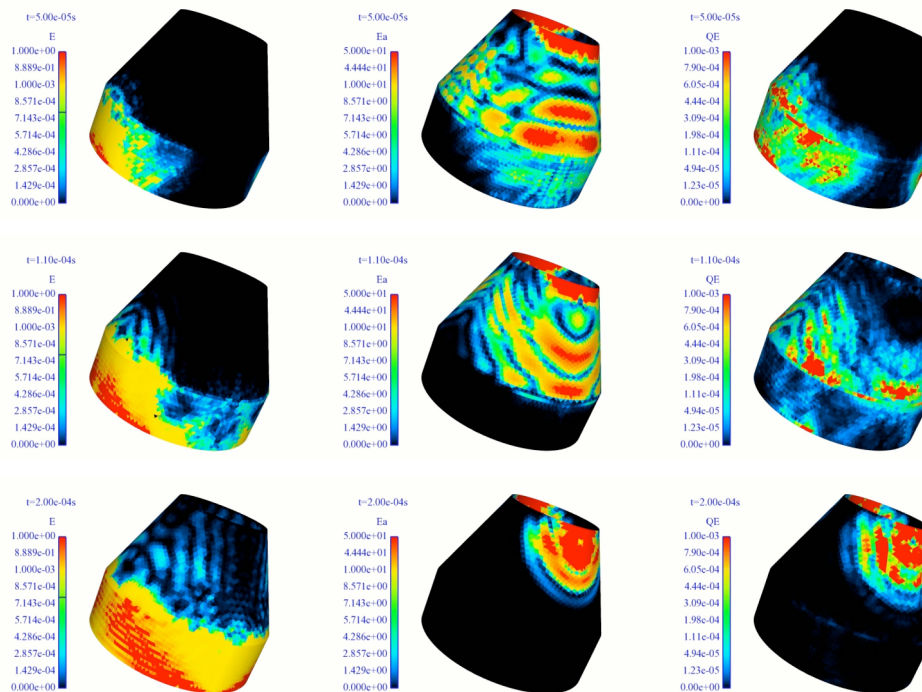


FIG. 1 – Variation dans le temps des cartes d'erreurs dans une structure coque cylindrique soumise à une charge mobile supersonique à sa base. Sont présentés : les indicateurs d'erreurs en norme énergétique globale du problème direct (gauche) et du problème adjoint dont les quantités d'intérêt sont localisées en deux points situés en haut du cône, les indicateurs d'erreurs en quantité d'intérêt en norme locale (droite)

Références

- [1] C. Johnson. *Discontinuous Galerkin finite element methods for second order hyperbolic problems*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., vol. 107, pages 117-129, 1993.
- [2] S. Prudhomme and J.T. Oden. *On goal-oriented error estimation for elliptic problems: application to the control of pointwise errors*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., vol. 176, pages 313-331, 1999.
- [3] P. Ladevèze. *Upper error bounds on calculated outputs of interest for linear and nonlinear structural problems*, C. R. Mecanique vol. 334, pages 399-407, 2006.
- [4] N. Parès, P. Diez and A. Huerta. *Bounds of functional outputs for parabolic problems. Part I: Exact bounds of the discontinuous Galerkin time discretization*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., vol. 197, pages 1641-1660, 2008.
- [5] D. Aubry, D. Lucas and B. Tie. *Adaptive strategy for transient/coupled problems. Applications to thermoelasticity and elastodynamics*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., vol. 176, pages 41-51, 1999.
- [6] B. Tie, D. Aubry and A. Boullard. *Adaptive computation for elastic wave propagation in plate/shell structures under moving loads*, European J. Comput. Mech., vol. 12(6)}, pages 717-736, 2003.