

## Calcul multi échelle des structures hétérogènes viscoélastiques linéaires: une approche simplifiée

A. B. Tran<sup>1,2</sup>, J. Yvonnet<sup>1</sup>, Q.-C. He<sup>1</sup>, C. Toulemonde<sup>2</sup>, J. Sanahuja<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire MSME, UMR 8208 CNRS, Université Paris-Est Marne-la-Vallée, F77454, France, {anh-binh.tran, julien.yvonnet, qi-chang.he}@univ-mlv.fr

<sup>2</sup> Département MMC, EDF R&D, F77818, France, {anh-binh.tran, julien.sanahuja, charles.toulemonde}@edf.fr

**Résumé** — Une nouvelle méthode multi échelle permettant le calcul des structures composées de matériaux hétérogènes, viscoélastiques linéaires, est présentée. Par rapport aux approches proposées jusqu'à présent dans ce cadre, la technique n'utilise pas la transformée de Laplace ni des calculs couplés à deux échelles. L'idée principale est de construire une représentation discrète du tenseur relaxation effectif par une méthode d'interpolation à partir de calculs préliminaires par éléments finis sur un VER. A l'échelle macroscopique, la loi de comportement peut être calculée numériquement par le biais d'un produit de convolution faisant intervenir le tenseur discret interpolé par rapport au temps. La méthode est appliquée à l'étude du fluage de structures en béton.

**Mots clés** — Homogénéisation numérique, viscoélasticité linéaire, méthodes multi échelle.

Nous proposons une méthode multi échelle numérique pour calculer la réponse de structures hétérogènes dont le matériau est constitué de phases viscoélastiques linéaires [1]. Jusqu'à présent, les méthodes proposées se classent en plusieurs catégories : a) les méthodes basées sur la transformée de Laplace, permettant dans l'espace complexe d'appliquer les concepts de l'homogénéisation linéaire [2] ; b) les méthodes couplées à deux échelles de type éléments finis multi niveaux [3] ; c) des approches incrémentales [4]. Afin d'éviter les problèmes liées à la transformée de Laplace numérique inverse et des coûts de calculs dans les différentes approches proposées, nous introduisons une méthode simple, basée sur la construction d'un tenseur de relaxation effectif calculé numériquement. Une première étape consiste à définir un Volume Élémentaire Représentatif (VER) associé à la microstructure, dont la morphologie et le comportement des phases sont connus. On peut montrer que si les phases du matériau sont linéaires viscoélastiques, le matériau homogène équivalent reste viscoélastique linéaire. Sa loi de comportement peut être décrite par un produit de convolution, faisant intervenir un tenseur de relaxation effectif  $\bar{\Gamma}_{ijkl}(t)$ , ou fonction de Green de l'opérateur linéaire en temps reliant les contraintes et les déformations macroscopiques. En appliquant un échelon  $\bar{\epsilon}_{ij}(t) = H(t)\bar{\epsilon}_{ij}^0$  sur les bords du VER,  $H(t)$  étant la fonction de Heaviside, le tenseur de relaxation effectif peut être calculé en plusieurs instants discrets, en résolvant numériquement le problème par des algorithmes implicites classiques [6]. La détermination de  $\bar{\Gamma}_{ijkl}(t)$  n'implique que 3 calculs en temps pour un problème 2D et 6 calculs pour un problème 3D. Pour calculer la réponse d'une structure composée du matériau hétérogène, des algorithmes implicites sont construits en utilisant les valeurs discrètes de  $\bar{\Gamma}_{ijkl}(t)$  dans l'expression du produit de convolution. Une méthode d'interpolation permet de construire une représentation continue de  $\bar{\Gamma}_{ijkl}(t)$ .

Nous appliquons la méthode à l'étude du fluage des structures en béton. Au travers de différents exemples 2D et 3D, nous montrons la précision et la convergence de la méthode. Des comparaisons de temps de calculs et de capacité mémoire sont effectués entre cette approche et une technique de type calculs multi niveaux (FE<sup>2</sup> [5]) (voir figures 1 et 2).

### Références

- [1] A.B. Tran, J. Yvonnet, Q.-C. He, C. Toulemonde, J. Sanahuja, *A simple multiscale numerical method for computing the response of linear viscoelastic heterogenous structures*, in preparation.
- [2] A. Matzenmiller, S. Gerlach, *Micromechanical modeling of viscoelastic composites with compliant fiber-matrix bonding*, Computat. Mater. Sci., 29 (3) :283-300, 2003.

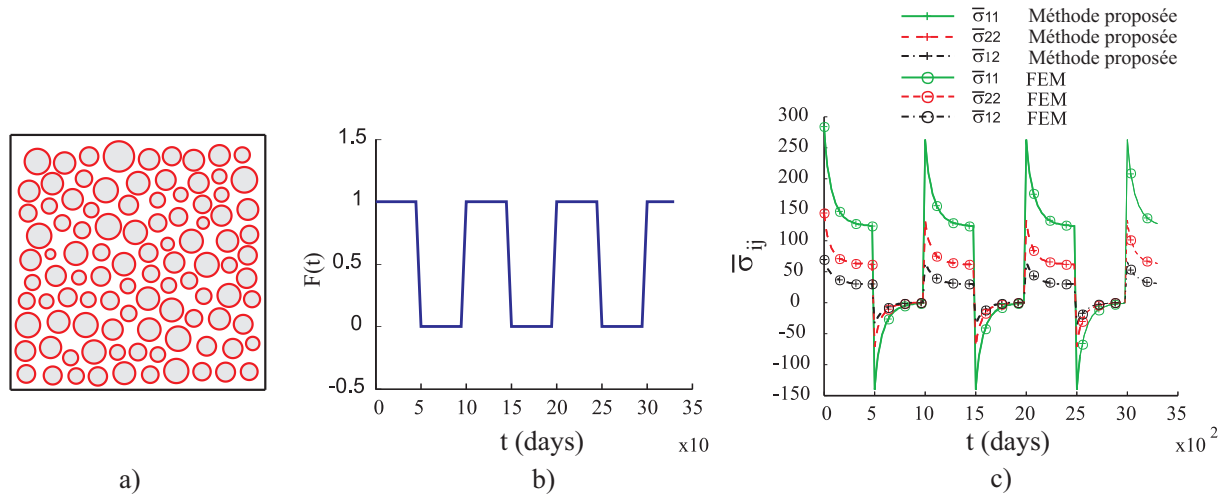


FIG. 1 – a) Modèle de VER 2D (géométrie); b) Fonction dépendante du temps  $F(t)$  telle que  $\bar{\epsilon}_{ij}(t) = F(t)\bar{\epsilon}_{ij}^0$ ; c) Contraintes macroscopiques calculées par l'approche proposée et comparaison avec un calcul EF direct.

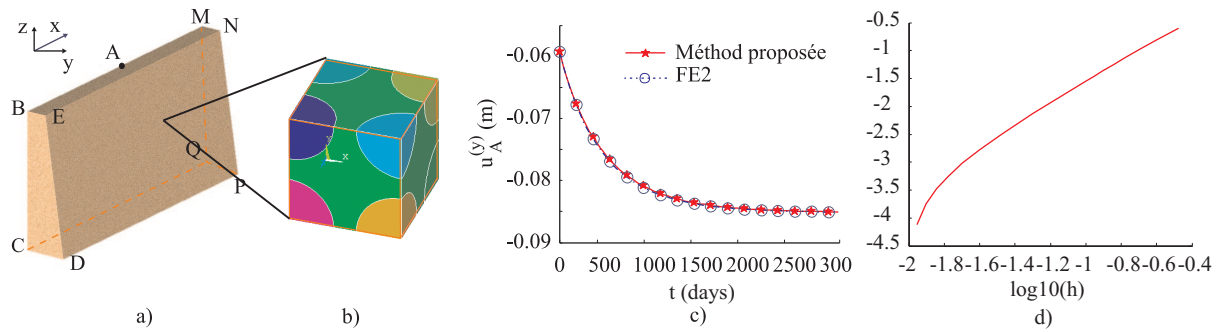


FIG. 2 – a) Modèle de structure de barrage 3D et b) VER associé; c) Déplacement du point A dans la direction y du barrage et validation par une approche FE<sup>2</sup>; d) Convergence pour un problème 2D à deux échelles dont la microstructure est associée au VER de la figure 1 par rapport à la taille du maillage macroscopique (h).

- [3] B. Kurnatowski, A. Matzenmiller, *Finite element analysis of viscoelastic composite structures based on a micromechanical material model*, *Computat. Mater. Sci.*, 43 :957-973, 2008.
- [4] N. Lahellec, P. Suquet, *Effective behavior of linear viscoelastic composites : A time-integration approach*, *Int. J. Solids. Struct.*, 44 :507-529, 2007.
- [5] F. Feyel, *Multiscale FE<sup>2</sup> elastoviscoplastic analysis of composites structures*, *Comput. Mater. Sci.*, 16 :344-354, 1999.
- [6] J.C. Simo, T.J.T Hughes, *Computational Inelasticity*, Springer, 1998.