



HAL
open science

Modèle réduit en dynamique stochastique d'une structure ayant de nombreux modes locaux en basse fréquence

A. Arnoux, Anas Batou, Christian Soize, L. Gagliardini

► **To cite this version:**

A. Arnoux, Anas Batou, Christian Soize, L. Gagliardini. Modèle réduit en dynamique stochastique d'une structure ayant de nombreux modes locaux en basse fréquence. 10ème Colloque National en Calcul des Structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592831

HAL Id: hal-00592831

<https://hal.science/hal-00592831>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modèle réduit en dynamique stochastique d'une structure ayant de nombreux modes locaux en basse fréquence

A. Arnoux^{1 2}, A. Batou¹, C. Soize¹, L. Gagliardini²

¹ Laboratoire Modélisation et Simulation Multi-Echelle, Université Paris-Est, MSME UMR 8208 CNRS, France, adrien.arnoux@univ-paris-est.fr

² PSA Peugeot Citroën, Direction Technique et Industrielle, Centre Technique de Velizy A, France.

Résumé — Cet article s'intéresse aux structures présentant en basses fréquences, non seulement les modes élastiques globaux classiques mais aussi de nombreux modes élastiques locaux qui ne peuvent pas être facilement triés. Pour ce type de structure, une nouvelle approche a été récemment proposée pour construire un modèle réduit en dynamique stochastique des structures. Cette construction nécessite de décomposer le domaine en sous-domaines. Nous proposons ici de les construire en utilisant la Fast Marching Method. Nous appliquons cette méthode sur un modèle de véhicule automobile.

Mots clés — vibro-acoustique, modèle réduit, Fast Marching Method.

1 Introduction

Cette recherche est effectuée dans le cadre de l'analyse vibro-acoustique des véhicules automobiles. Un véhicule automobile est constitué de pièces rigides et de composants flexibles. En basses fréquences, ce type de structure est caractérisé par le fait qu'il présente, non seulement les modes élastiques globaux classiques, mais aussi de nombreux modes élastiques locaux dans la même bande de basse fréquence. Le problème est que dans une telle structure complexe et hétérogène, les modes élastiques globaux ne peuvent pas être clairement séparés des modes élastiques locaux parce qu'il y a beaucoup de petites contributions des déformations locales dans les déformations des modes élastiques globaux et inversement. Comme il y a des modes élastiques locaux dans la bande des basses fréquences, une partie de l'énergie mécanique est transférée des modes élastiques globaux vers les modes élastiques locaux qui stockent cette énergie et donc induit un amortissement apparent aux résonances associées aux modes élastiques globaux. Afin de construire un modèle réduit en basse fréquence, qui permet une bonne approximation des déplacements globaux et puis, si nécessaire, de prendre en compte les effets des déplacements locaux dans la réponse totale, une nouvelle approche [1] a récemment été proposée. Cette méthode, qui permet de calculer une base des déplacements globaux et une base des déplacements locaux par la résolution séparée de deux problèmes aux valeurs propres, nécessite de décomposer le modèle de calcul en sous-domaines dont les tailles sont contrôlées. Dans cet article, nous proposons d'utiliser la Fast Marching Method pour la construction de ces sous-domaines. Néanmoins, afin d'expliquer pourquoi une telle construction doit être effectuée, nous rappelons, dans une première partie, la méthode pour construire le modèle réduit. Puis, nous présentons la Fast Marching Method (voir [2]) qui permet de propager un front sur un maillage complexe d'un modèle numérique. Nous présentons deux applications, l'une relative à un système dynamique simple et une autre concernant un véhicule automobile.

2 Description de la méthode

Dans cette section, nous résumons la méthode introduite dans [1]. Cette méthode permet de construire une base des déplacements globaux et une base des déplacements locaux en résolvant séparément deux problèmes aux valeurs propres. Il convient de noter que ces deux bases ne sont pas constituées des modes élastiques. La méthode est basée sur la construction d'un opérateur de projection pour réduire l'énergie cinétique, en revanche l'énergie élastique reste exacte. Cette méthode est appliquée à la structure du système vibroacoustique considéré.

2.1 Modèle réduit de référence

Nous nous intéressons aux fonctions de réponse en fréquence d'une structure vibroacoustique amortie occupant un domaine borné Ω , dans la bande de fréquence $\mathcal{B} = [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ avec $0 < \omega_{\min}$. Soit $\mathbb{U}(\omega)$, le vecteur complexe de la structure du modèle vibroacoustique à m DDL construit par la méthode des Éléments Finis (EF). Soit $[\mathbb{M}]$ et $[\mathbb{K}]$ les matrices de masse et de raideur qui sont symétriques définies positives. Les valeurs propres λ (carr des pulsations propres) et les modes élastiques φ dans \mathbb{R}^m de la structure sont les solutions du problème aux valeurs propres généralisé suivant,

$$[\mathbb{K}] \varphi = \lambda [\mathbb{M}] \varphi. \quad (1)$$

L'approximation $\mathbb{U}_n(\omega)$ à l'ordre n de $\mathbb{U}(\omega)$ s'écrit

$$\mathbb{U}_n(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n q_{\alpha}(\omega) \varphi_{\alpha} = [\Phi] \mathbf{q}(\omega), \quad (2)$$

avec $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_n)$, le vecteur complexe des n coordonnées généralisées et où $[\Phi] = [\varphi_1 \dots \varphi_n]$ est la matrice ($m \times n$) réelle des modes élastiques associée aux n premières valeurs propres.

2.2 Décomposition de la matrice de masse

Dans cette section, nous présentons une décomposition de la matrice de masse qui sera utile pour la construction d'une base des déplacements globaux. Les détails de la méthode sont présentés dans [1].

2.2.1 Décomposition du domaine Ω

Le domaine Ω est décomposé en n_J sous-domaines Ω_j^{ε} tels que, pour j et k dans $\{1, \dots, n_J\}$,

$$\Omega = \bigcup_{j=1}^{n_J} \Omega_j^{\varepsilon}, \quad \Omega_j^{\varepsilon} \cap \Omega_k^{\varepsilon} = \emptyset. \quad (3)$$

Le paramètre ε est la longueur caractéristique des sous-domaines. Le choix de ε est liée à la plus petite "longueur d'onde" des éléments de la base des déplacements globaux que nous voulons construire. La construction des sous-domaines est présentée dans le paragraphe 3.

2.2.2 L'opérateur de projection

Soit $\mathbf{u} \mapsto h_{\varepsilon}^r(\mathbf{u})$ l'opérateur linéaire défini par

$$\{h_{\varepsilon}^r(\mathbf{u})\}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n_J} \Omega_j^{\varepsilon}(\mathbf{x}) \frac{1}{m_j} \int_{\Omega_j^{\varepsilon}} \rho(\mathbf{x}) \mathbf{u}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (4)$$

avec $\mathbf{x} \mapsto \Omega_j^{\varepsilon}(\mathbf{x}) = 1$ si \mathbf{x} est dans Ω_j^{ε} et égal à 0 sinon. La masse locale m_j est définie, pour tout j dans $\{1, \dots, n_J\}$, par $m_j = \int_{\Omega_j^{\varepsilon}} \rho(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$, où $\mathbf{x} \mapsto \rho(\mathbf{x})$ est la masse volumique. Soit $\mathbf{u} \mapsto h_{\varepsilon}^c(\mathbf{u})$ l'opérateur linéaire défini par

$$h_{\varepsilon}^c(\mathbf{u}) = \mathbf{u} - h_{\varepsilon}^r(\mathbf{u}). \quad (5)$$

La fonction $h_{\varepsilon}^r(\mathbf{u})$ sera également désignée par \mathbf{u}^r et la fonction $h_{\varepsilon}^c(\mathbf{u})$ par \mathbf{u}^c . Nous avons alors $\mathbf{u} = h_{\varepsilon}^r(\mathbf{u}) + h_{\varepsilon}^c(\mathbf{u})$ c'est-à-dire, $\mathbf{u} = \mathbf{u}^r + \mathbf{u}^c$. Soit $[\mathbf{H}_{\varepsilon}^r]$ la matrice ($m \times m$) relative à la discrétisation EF de l'opérateur de projection h_{ε}^r défini par Eq. (4). Par conséquent, la discrétisation par éléments finis \mathbb{U} de \mathbf{u} peut être écrite comme $\mathbb{U} = \mathbb{U}^r + \mathbb{U}^c$, dans laquelle

$$\mathbb{U}^r = [\mathbf{H}_{\varepsilon}^r] \mathbb{U} \quad \text{et} \quad \mathbb{U}^c = [\mathbf{H}_{\varepsilon}^c] \mathbb{U} = \mathbb{U} - \mathbb{U}^r, \quad ,$$

ce qui montre que $[\mathbf{H}_{\varepsilon}^c] = [\mathbf{I}_m] - [\mathbf{H}_{\varepsilon}^r]$. Puis, la matrice ($m \times m$) de masse réduite $[\mathbb{M}^r]$ et la matrice ($m \times m$) de masse complémentaire $[\mathbb{M}^c]$ sont respectivement définies par

$$[\mathbb{M}^r] = [\mathbf{H}_{\varepsilon}^r]^T [\mathbb{M}] [\mathbf{H}_{\varepsilon}^r] \quad \text{et} \quad [\mathbb{M}^c] = [\mathbf{H}_{\varepsilon}^c]^T [\mathbb{M}] [\mathbf{H}_{\varepsilon}^c] \quad .$$

En utilisant les propriétés de l'opérateur de projection défini par l'Eq. (4), il est démontré dans [1] que

$$[\mathbb{M}^c] = [\mathbb{M}] - [\mathbb{M}^r] \quad .$$

2.3 Les bases des déplacements globaux et locaux

Comme proposé dans [1], deux méthodes sont proposées pour calculer la base des déplacements globaux et la base des déplacements locaux qui seront utilisées pour réduire l'équation matricielle.

2.3.1 Méthode directe

Dans cette méthode, la base des déplacements globaux et la base des déplacements locaux sont directement calculées en utilisant la décomposition de la matrice de masse $[\mathbb{M}]$. Les vecteurs propres des déplacements globaux ϕ^g dans \mathbb{R}^m sont solutions du problème aux valeurs propres généralisé suivant

$$[\mathbb{K}]\phi^g = \lambda^g [\mathbb{M}^r]\phi^g. \quad (6)$$

Ce problème aux valeurs propres généralisé admet une suite croissante de $3n_J$ valeurs propres positives $0 < \lambda_1^g \leq \dots \leq \lambda_{3n_J}^g$, associées à la famille finie des vecteurs algébriquement indépendants $\{\phi_1^g, \dots, \phi_{3n_J}^g\}$. La famille $\{\phi_1^g, \dots, \phi_{3n_J}^g\}$ est définie comme la famille des vecteurs propres des déplacements globaux et ces vecteurs ne font en général pas partie de la famille des modes élastiques. Les vecteurs propres des déplacements locaux ϕ^ℓ dans \mathbb{R}^m sont solutions du problème aux valeurs propres généralisées

$$[\mathbb{K}]\phi^\ell = \lambda^\ell [\mathbb{M}^c]\phi^\ell. \quad (7)$$

Ce problème aux valeurs propres généralisé admet une suite croissante de valeurs propres positives $0 < \lambda_1^\ell \leq \dots \leq \lambda_{m-3n_J}^\ell$, associée à la famille finie des vecteurs $\{\phi_1^\ell, \dots, \phi_{m-3n_J}^\ell\}$. La famille $\{\phi_1^\ell, \dots, \phi_{m-3n_J}^\ell\}$ est définie comme la famille des vecteurs propres des déplacements locaux et ces vecteurs ne font en général pas partie de la famille des modes élastiques. Les matrices $[\mathbb{M}^r]$ et $[\mathbb{M}^c]$ sont symétriques et positives mais ne sont pas définies positives (matrices semi-définies positives). Les rangs des matrices $[\mathbb{M}^r]$ et $[\mathbb{M}^c]$ sont $3n_J$ et $m - 3n_J$ respectivement.

2.3.2 La méthode de double projection

Cette méthode est moins intrusive à l'égard des logiciels commerciaux et moins coûteuse en temps de calcul que la méthode directe. Les problèmes aux valeurs propres généralisés définis par les Eq. (6) et Eq. (7) sont réécrits, pour n suffisamment grand,

$$[\tilde{\mathbb{K}}]\tilde{\phi}^g = \lambda^g [\tilde{\mathbb{M}}^r]\tilde{\phi}^g \quad \text{et} \quad [\tilde{\mathbb{K}}]\tilde{\phi}^\ell = \lambda^\ell [\tilde{\mathbb{M}}^c]\tilde{\phi}^\ell, \quad (8)$$

où $[\tilde{\mathbb{M}}^r] = [\Phi_\varepsilon^r]^T [\mathbb{M}] [\Phi_\varepsilon^r]$, $[\tilde{\mathbb{M}}^c] = [\Phi_\varepsilon^c]^T [\mathbb{M}] [\Phi_\varepsilon^c]$ et $[\tilde{\mathbb{K}}] = [\Phi]^T [\mathbb{K}] [\Phi]$, où les matrices $(m \times n)$ réelles $[\Phi_\varepsilon^r]$ et $[\Phi_\varepsilon^c]$ sont telles que $[\Phi_\varepsilon^r] = [H_\varepsilon^r] [\Phi]$ et $[\Phi_\varepsilon^c] = [H_\varepsilon^c] [\Phi] = [\Phi] - [\Phi_\varepsilon^r]$.

2.4 Modèle réduit moyen

Il est démontré dans [1] que la famille $\{\phi_1^g, \dots, \phi_{3n_J}^g, \phi_1^\ell, \dots, \phi_{m-3n_J}^\ell\}$ est une base de \mathbb{R}^m . Le modèle réduit moyen est obtenu par la projection de $\mathbb{U}(\omega)$ sur la famille $\{\phi_1^g, \dots, \phi_{n_g}^g, \phi_1^\ell, \dots, \phi_{n_\ell}^\ell\}$ de vecteurs réels constitués des n_g premiers vecteurs propres des déplacements globaux, tel que $n_g \leq 3n_J$, et des n_ℓ premiers vecteurs propres des déplacements locaux, tel que $n_\ell \leq m - 3n_J$. Il convient de noter que, si la méthode de double projection est utilisée, alors nous devons avoir $n_g \leq n$ et $n_\ell \leq n$ avec $n_t = n_g + n_\ell \leq n$. Alors, l'approximation $\mathbb{U}_{n_g, n_\ell}(\omega)$ de $\mathbb{U}(\omega)$ à l'ordre (n_g, n_ℓ) s'écrit

$$\mathbb{U}_{n_g, n_\ell}(\omega) = \sum_{\alpha=1}^{n_g} q_\alpha^g(\omega) \phi_\alpha^g + \sum_{\beta=1}^{n_\ell} q_\beta^\ell(\omega) \phi_\beta^\ell. \quad (9)$$

Cette décomposition est alors utilisée pour construire les matrices de masse, de raideur et d'amortissement généralisées. Cette projection fait apparatre des blocs matriciels relatifs aux déplacements globaux, des blocs matriciels relatifs aux déplacements locaux et enfin, des blocs relatifs au couplage entre les deux types de déplacement. Contrairement aux déplacement globaux, les déplacements locaux sont très sensibles aux incertitudes de paramètres du modèle et aux incertitudes liées aux erreurs de modélisation. Ces incertitudes sont alors prises en compte par l'approche probabiliste non paramétrique consistant à remplacer les matrices du bloc relatif aux déplacements locaux par des matrices aléatoires (voir [1]).

3 Construction des sous-domaines

Pour un modèle numérique d'une structure aussi complexe qu'un véhicule automobile, la décomposition du domaine n'est pas facile à réaliser parce que la géométrie est très complexe. La méthode que nous proposons pour cette décomposition est basée sur le "Fast Marching Method" (FMM) présentée dans [2] qui explique comment propager un front (la notion de front sera définie ci-dessous) sur une géométrie à partir d'un point de départ. Dans cette section, la FMM est résumée et ensuite nous expliquons comment construire des sous-domaines en utilisant la FMM.

3.1 Présentation de la Fast Marching Method (FMM)

Soit \mathbf{x} le point générique de \mathbb{R}^3 appartenant à la géométrie complexe Ω . Soit \mathbf{x}_0 , un point fixe appartenant à Ω . Soit $U(\mathbf{x})$ une distance géodésique adaptée à la géométrie, entre \mathbf{x} et \mathbf{x}_0 . Il est noter que pour un domaine volumique 3D "simple", cette distance géodésique serait la distance euclidienne $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|$ où $\|\cdot\|$ est la norme euclidienne. Le front associé à \mathbf{x}_0 est défini comme le sous-ensemble de tous les \mathbf{x} tel que $U(\mathbf{x})$ a une valeur fixe. La FMM [2] permet de propager un front du point de départ \mathbf{x}_0 . Nous devons alors calculer $U(\mathbf{x})$ vérifiant l'équation Eikonale non linéaire suivante :

$$\|\nabla U(\mathbf{x})\| = F(\mathbf{x}) \quad , \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad , \quad (10)$$

où ∇ est le gradient par rapport à \mathbf{x} , et $F(\mathbf{x})$ est une fonction arbitraire à valeur positive et pour laquelle la condition aux limites est décrite par $U(\mathbf{x}) = 0$ sur Γ_0 qui est, soit une courbe, soit une surface, contenant \mathbf{x}_0 . L'équation (10) est discrétisée en utilisant un schéma numérique adapté (voir [2]). Pour le cas particulier d'un maillage EF rectangulaire régulier pour lequel la taille de maille est h et pour lequel les noeuds sont \mathbf{x}_{ij} , $U_{ij} = U(\mathbf{x}_{ij})$ est solution de l'équation

$$\{\max(U_{ij} - U_{i-1,j}, U_{ij} - U_{i+1,j}, 0)\}^2 + \{\max(U_{ij} - U_{i,j-1}, U_{ij} - U_{i,j+1}, 0)\}^2 = h^2 F_{ij}^2. \quad (11)$$

L'Eq. (11) permet de faire propager un front à partir d'un point de départ. L'utilisation du mot *Fast* dans FMM est due au fait que les noeuds associés aux U_{ij} calculs par l'Eq. (11) appartiennent à un petit domaine qui est appelé la "Narrow Band" (Bande étroite).

Dans la FMM, l'algorithme introduit trois groupes de noeuds :

- (1) les noeuds *alive* pour lesquels la valeur de U_{ij} est fixée et ne change pas,
- (2) les noeuds *trial* pour lesquels la valeur de U_{ij} est donnée mais doit être mise à jour jusqu'à ce qu'ils deviennent *alive* et ces noeuds constituent la Narrow Band (NB),
- (3) les noeuds *far* qui n'ont pas été atteints par le front et, par conséquent sont tels que $U_{ij} = +\infty$.

Le front est propagé en utilisant l'algorithme suivant :

Initialisation

- Choisir un noeud de départ \mathbf{x}_0 , réécrit sous la forme $\mathbf{x}_{0,0}$, qui est *alive* et soit $U_{0,0} = U(\mathbf{x}_{0,0}) = 0$.
- Les 4 noeuds voisins de $\mathbf{x}_{0,0}$ deviennent des noeuds *trial* et la valeur associée de U est hF_{ij} .
- Tous les autres noeuds sont des noeuds *far* avec la valeur associée de U égale à l'infinie.

Boucle

- Recherche parmi les noeuds *trial* du noeud \mathbf{x}_{ij} avec la plus petite valeur de U .
- Supprimer \mathbf{x}_{ij} des noeuds *trial* et ajouter \mathbf{x}_{ij} aux noeuds *alive*.
- Pour chaque noeuds voisin de \mathbf{x}_{ij} , il y a deux cas possibles :
 - si le noeud voisin est un noeud *far*, ajouter le aux noeuds *trial* et sa valeur de U est $U_{ij} + hF_{ij}$.
 - si le noeud voisin est un noeud *trial*, sa valeur de U est mise à jour en résolvant l'Eq. (11).

La boucle est répétée tant que tous les noeuds ne sont pas *alive*.

3.2 Extension au maillage triangulaire

Pour les maillages triangulaires, l'algorithme décrit ci-dessus est inchangé, mais l'Eq. (11) doit être adaptée. Nous considérons le cas représenté sur la Fig. 1 pour laquelle la valeur $U_c = U(\mathbf{x}_c)$ du noeud \mathbf{x}_c doit être mis à jour en utilisant la valeur $U_a = U(\mathbf{x}_a)$ du noeud \mathbf{x}_a et la valeur $U_b = U(\mathbf{x}_b)$ du noeud \mathbf{x}_b , qui sont des noeuds *alive*. Nous avons alors à résoudre l'équation suivante [2]

$$(\mathbf{a}^T [Q] \mathbf{a}) U_c^2 + (2\mathbf{a}^T [Q] \mathbf{b}) U_c + (\mathbf{b}^T [Q] \mathbf{b}) = F_c^2 \quad , \quad (12)$$

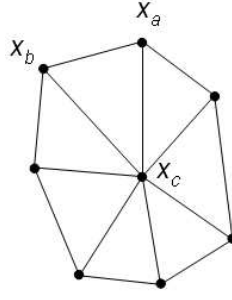


FIGURE 1 – Maillage triangulaire (avec des angles aigus) autour du noeud \mathbf{x}_c .

où $\mathbf{a} = (1, 1)$, $\mathbf{b} = (-U_a, -U_b)$ et où la matrice $[Q]$ est telle que $[Q] = [P][P]^T$ où la matrice $[P]$ est définie par

$$[P] = \begin{bmatrix} x_c - x_a & x_c - x_b \\ y_c - y_a & y_c - y_b \\ z_c - z_a & z_c - z_b \end{bmatrix}, \quad (13)$$

dans laquelle (x_a, y_a, z_a) , (x_b, y_b, z_b) et (x_c, y_c, z_c) sont les coordonnées des noeuds \mathbf{x}_a , \mathbf{x}_b et \mathbf{x}_c . On peut montrer [2] que l'Eq. (12) admet deux solutions positives si l'angle $\widehat{\mathbf{x}_a \mathbf{x}_c \mathbf{x}_b}$ est aigu. Si le maillage contient des angles obtus, alors la méthode doit être adaptée en utilisant les variantes présentées dans [3].

3.3 Construction des sous-domaines

Les sous-domaines Ω_j^ε de Ω sont construits en utilisant la FMM. Cette construction est réalisée en deux étapes. La première consiste à trouver les centres des sous-domaines. La seconde étape consiste à générer les sous-domaines en utilisant ces centres comme points de départ.

(i) *Calcul des centres des sous-domaines*

L'algorithme est le suivant :

Initialisation

- Choisir une valeur pour le paramètre ε .
- Choisir un premier centre $\mathbf{x}_{0,0}^1$.

Boucle

- Prendre $\mathbf{x}_{0,0}^j$ comme point de départ de la FMM. Propager le front.
- Stopper le front quand la valeur de U du dernier noeud *alive* est supérieure à ε .
- Le centre suivant $\mathbf{x}_{0,0}^{j+1}$ est le dernier noeud *alive*. Tous les noeuds *alive* deviennent inéligible pour être des centres.

Cet algorithme permet de construire une répartition homogène des centres des sous-domaines.

(ii) *Calcul des sous-domaines*

Pour construire les sous-domaines Ω_j^ε en utilisant les centres $\mathbf{x}_{0,0}^j$, nous propageons simultanément un front partant de chaque centre jusqu'à ce que tous les noeuds deviennent des noeuds *alive* par rapport à un front. Les frontières des sous-domaines correspondent alors aux lignes d'intersection des fronts.

4 Application

Dans ce paragraphe, nous présentons deux applications de la méthodologie présentée dans les sections précédentes. La première est une structure simple qui a déjà été présentée dans [1] et la seconde est relative à un véritable modèle de véhicule automobile.

4.1 Première application

Le système est composé de 12 panneaux souples et une structure rigide (voir Fig. 2). Pour les parties souples, tous les panneaux sont de forme rectangulaire de $4 m \times 4 m$, homogène, isotrope, avec une épaisseur constante $0.002 m$, la masse volumique est égale à $7.8 kg/m^3$ et le coefficient de Poisson est égale à 0.29 . En outre, le module d'Young est différent pour tous les panneaux. La structure rigide est

homogène, isotrope, avec une épaisseur constante de 0.17 m et une masse volumique de 9.8 kg/m^3 , un coefficient de Poisson de 0.29 et un module d'Young de $2.1 \times 10^{12}\text{ N/m}^2$. La bande de fréquence d'analyse est $B =]0, 11]\text{ Hz}$. Le modèle EF de la structure a $13\,014$ DDL.

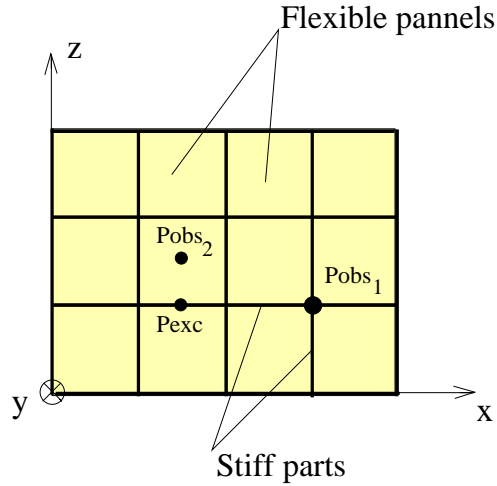


FIGURE 2 – Schéma de la structure

4.1.1 Décomposition du domaine

La FMM présentée dans le paragraphe 3 est appliquée au maillage de la structure avec $\varepsilon = 3.5\text{ m}$. Les centres des sous-domaines ainsi que les sous-domaines sont représentés la Fig. 3.

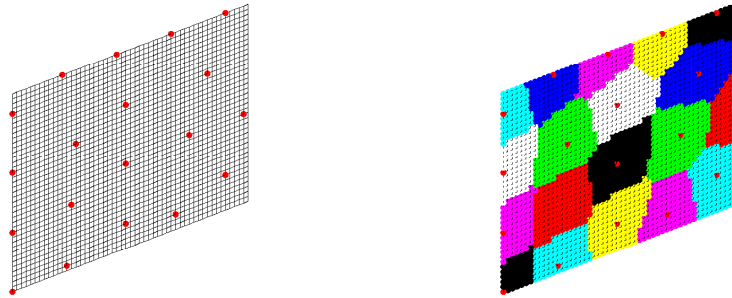


FIGURE 3 – Centres des sous-domaines (à gauche) et sous-domaines (à droite)

4.1.2 Les modes élastiques, les vecteurs propres des déplacements locaux et globaux

Dans un premier temps, les modes élastiques sont calculés avec le modèle EF. Il y a 86 fréquences propres dans la bande B et $n = 120$ fréquences propres dans la bande de fréquence $]0, 13.2]\text{ Hz}$. Le premier mode élastique ϕ_1 et le second mode élastique ϕ_2 sont représentés dans la Fig. 4. On peut voir que ϕ_1 est un mode élastique local alors que ϕ_2 est un mode élastique global avec un déplacement local important. Dans une deuxième étape, les vecteurs propres locaux et globaux des déplacements sont construits en utilisant la méthode de double projection. Dans la bande de fréquence $]0, 13.2]\text{ Hz}$, il existe $n_g = 8$ vecteurs propres des déplacements globaux et $n_\ell = 112$ vecteurs propres des déplacements locaux. Les deux premiers vecteurs propres des déplacements globaux ϕ_1^g, ϕ_2^g et les deux premiers vecteurs propres des déplacements locaux ϕ_1^l et ϕ_2^l sont présentés dans la Fig. 5.

4.2 Fonction de réponse en fréquence

Pour tout $\omega \in B$, la structure est soumise à une charge ponctuelle extérieure égale à 1 N appliquée au nœud Pexc dont les coordonnées sont $(10, 0, 7)$ et situé dans la partie rigide. La matrice d'amortissement

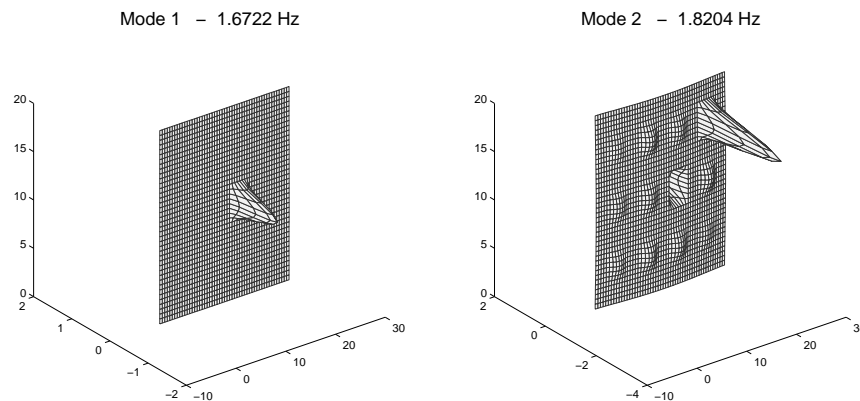


FIGURE 4 – Premier mode elastic (à droite) et second mode élastique (à gauche)

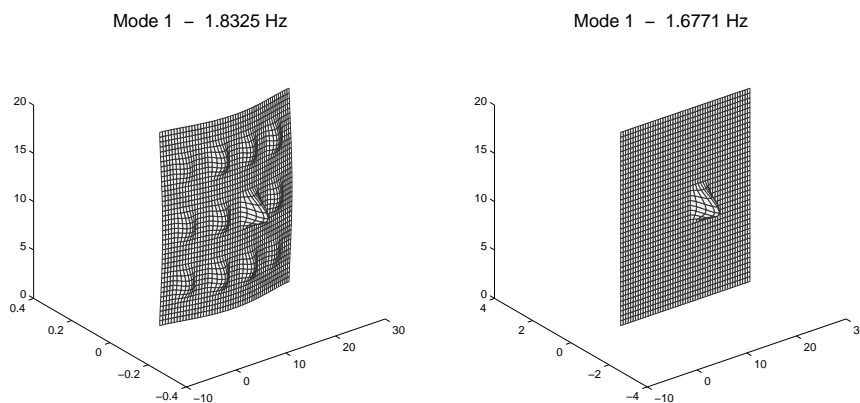


FIGURE 5 – Premier vecteur propre des déplacements globaux (à gauche) et premier vecteur propre des déplacements locaux (à droite)

moyenne est construite en utilisant un modèle de Rayleigh correspondant à un taux d'amortissement $\xi = 0,04$ pour $f_1 = 1,6 \text{ Hz}$ et pour $f_{120} = 13,2 \text{ Hz}$. La réponse est calculée pour deux points d'observation, le point Pobs_1 situé dans la partie raide au niveau du noeud $(19,0,7)$ et le point Pobs_2 situé dans la partie souple au niveau du noeud $(10,0,10)$ (voir Fig. 2). La réponse est calculée pour différentes projections associées avec les différentes bases : pour les modes élastiques ($n = 120$), pour les vecteurs propres des déplacements globaux ($n_g = 8$ et $n_\ell = 0$), pour les vecteurs propres des déplacements locaux ($n_g = 0$ et $n_\ell = 112$) et enfin, pour les vecteurs propres des déplacements locaux et globaux ($n_g = 8$ et $n_\ell = 112$). Les modules en échelle logarithmique des réponses sont représentés sur la Fig. 6. On peut constater que les réponses calculées à l'aide des vecteurs propres des déplacements globaux et locaux sont exactement les mêmes que la réponse calculée en utilisant les modes élastiques. Pour le point Pobs_1 situé sur la partie raide, la contribution des vecteurs propres des déplacements globaux est prépondérante dans la bande des très basse fréquence, mais la contribution des vecteurs propres des déplacements locaux devient non négligeable en plus haute fréquence. Pour le point Pobs_2 situé sur la partie flexible, la contribution des vecteurs propres des déplacements locaux est importante, sauf pour la première résonance correspondant au premier vecteurs propres des déplacements globaux (car les plaques flexibles suivent la partie rigide dans son déplacement).

4.3 Application de la FMM sur un modèle complexe d'un véhicule automobile

La FMM est réalisée en utilisant le modèle numérique EF de la structure d'un véhicule automobile. Un tel modèle a 250 000 nœuds et contient des éléments volumiques, surfaciques et des éléments de poutre (voir Fig.7(a)). Les sous-domaines obtenus en utilisant la FMM sont représentés sur la Fig. 7(b).

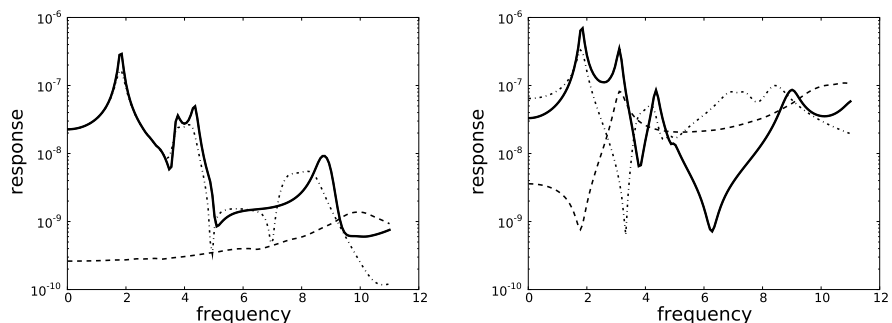


FIGURE 6 – Modules en échelle logarithmique des fonctions de réponse de $Pobs_1$ (à gauche) et $Pobs_2$ (à droite). Comparaisons entre différentes bases de projection : modes élastiques (trait épais), vecteurs propres des déplacements globaux seulement (trait mixte), vecteurs propres des déplacements locaux seulement (trait en pointillé), vecteurs propres des déplacements globaux et locaux (trait mince continu superposé au trait épais)

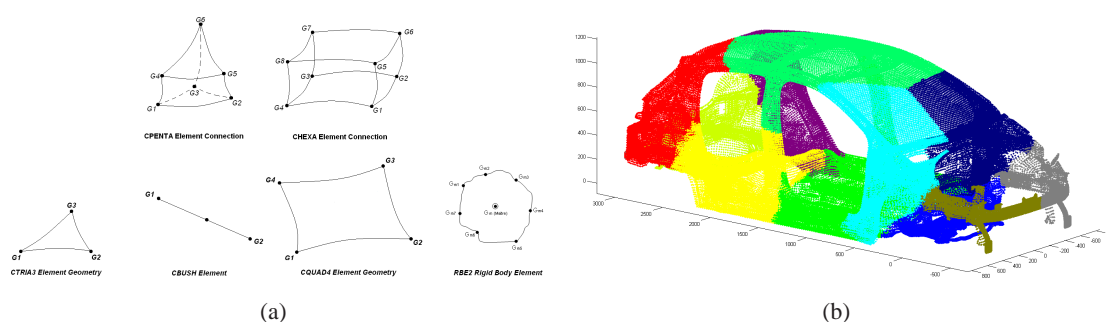


FIGURE 7 – (a) Schéma des différents types d'éléments finis, (b) 12 sous-domaines (un par couleur) correspondant à 12 points de départ pour une voiture avec $\varepsilon = 1.2 m$

5 Conclusion

Dans cet travail, nous avons présenté l'utilisation de la Fast Marching Method adaptée à une géométrie complexe afin de construire les sous-domaines du modèle numérique qui sont nécessaires la mise en œuvre d'une nouvelle méthodologie permettant de construire un modèle dynamique réduit dans le domaine des basses fréquences lorsqu'il y a, dans ce domaine des basses fréquences, à la fois des modes globaux et des modes locaux qui ne peuvent pas être facilement séparés par les méthodes usuelles.

Références

- [1] C. Soize, A. Batou. *Stochastic reduced-order model in low frequency dynamics in presence of numerous local elastic modes*, Journal of Applied Mechanics, accepté en juin 2010.
- [2] J.A. Sethian. *A Fast Marching Level Set Method for Monotonically Advancing Fronts*, Proc. Nat. Acad. Sci., 93, 4, 1996.
- [3] J.A. Sethian, R.Kimmel. *Computing Geodesic Paths on Manifolds*, Proc. Natl. Acad. Sci., 95(15) :8431-8435, 1998.