

Détermination des paramètres de matériaux anisotropes et hyperélastiques : Application au tissu du disque intervertébral

N. Harb¹, N. Labed¹, M. Domaszewski¹, F. Peyraut¹

¹ M3M, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard, France
{nizar.harb, nadia.labed, matthieu.domaszewski, francois.peyraut}@utbm.fr

Mots clés — biomécanique, tissu fibrillaire, identification inverse, algorithme génétique, hyperélasticité anisotrope.

Résumé — Les tissus biologiques souples comme les ligaments, les tendons, la cornée de l'œil, les cartilages, les disques intervertébraux et les artères... contiennent une masse importante de collagène et d'élastine [1, 2]. Le collagène est arrangé suivant des directions privilégiées dans le tissu le rendant anisotrope alors que la substance de base couvrant le collagène, l'élastine et ses inter-connections, est isotrope. Pour un tissu qui subit des forces de traction, le collagène se montre résistant aux hautes pressions tandis que l'élastine est responsable de la réponse élastique du tissu aux faibles pressions. La représentation mécanique constitutive et continue de cette réponse à la traction est caractérisée par une énergie de déformation W qui est fonction du gradient de la déformation \mathbf{F} et des vecteurs \mathbf{a}_i associés aux directions privilégiées des fibres de collagène [3]. W contient un ensemble de paramètres de matériaux (PM) à déterminer à partir d'un test expérimental. Le problème aux frontières libres permet de déterminer ces PM. La procédure d'identification la plus répandue des PM relie les courbes expérimentales aux informations histologiques et utilise une méthode d'optimisation de type gradient [4–6]. Une nouvelle méthode d'identification des PM est proposée dans [7]. Elle permet de réduire la dimension du problème d'identification des PM en combinant une approche métaheuristique par algorithme génétique (AG) avec des calculs purement analytiques. Dans cet article, nous allons adapter cette méthode au cas d'un disque intervertébral sollicité en traction uniaxiale. Le modèle proposé par Peng et al.[5] sera considéré.

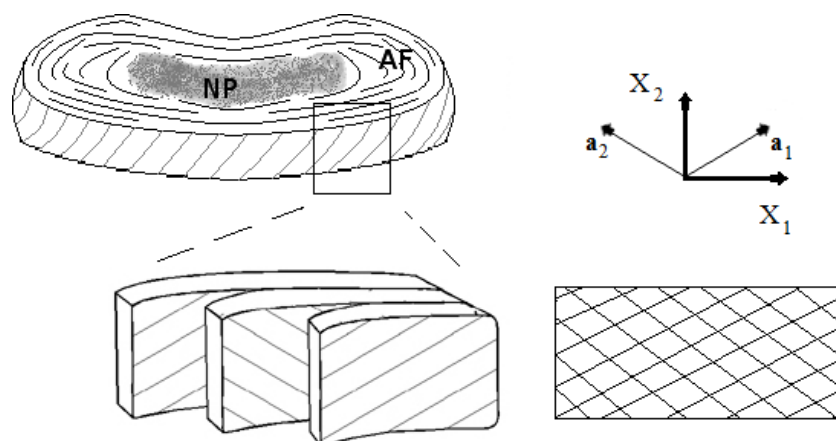


FIGURE 1 – Disque intervertébral. NP : nucleus pulposus résistant à la compression et entouré par l'annulus fibrosus AF formé par des lamelles avec des directions de fibres alternées. Le modèle du matériau est équivalent à deux lamelles homogénéisées en un composite à fibres croisées $\pm 60^\circ$ de directions \mathbf{a}_1 et \mathbf{a}_2 suivant X_2 . X_1 est la direction circonférentielle et X_2 est la direction axiale perpendiculaire au plan du disque intervertébral.

La forte présence du collagène et son organisation en faisceaux dans les couches de l'annulus fibrosus (AF) (voir FIGURE 1) induit une anisotropie. Les fibres étant hautement extensibles, la réponse passive du tissu (collagène et élastine) devient hyperélastique anisotrope. Peng et al.[5] propose une densité d'énergie W s'écrivant sous la forme d'une somme de trois énergies de déformation : celle des fibres de collagènes représentant l'anisotropie de la structure, celle de la matrice (matière isotrope) supportant les fibres et celle de l'interaction entre la matrice et les fibres. Le modèle comporte sept paramètres matériau à identifier. La méthode d'identification proposée permet un calcul simultané des PM en réduisant à deux le nombre de variables d'optimisation de l'AG. Le calcul des cinq autres paramètres est intégré d'une manière analytique au sein de l'AG. On peut en effet montrer que la fonction objectif f , écart entre les contraintes numériques \mathbf{S}_n et les contraintes mesurées \mathbf{S}_m , s'exprime quadratiquement en fonction de cinq paramètres matériau noté ici \mathbf{x} :

$$f = \|\mathbf{S}_n - \mathbf{S}_m\|^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{N}^T \mathbf{N} \mathbf{x} - 2\mathbf{N}^T \mathbf{S}_m \mathbf{x} + \|\mathbf{S}_m\|^2 \quad (1)$$

où \mathbf{N} est une matrice formée à partir des valeurs mesurées des déformations et qui dépend des deux autres PM noté ici \mathbf{y} . La minimisation de f par rapport à \mathbf{x} , \mathbf{y} étant fixé, est donc triviale et a été intégrée dans l'AG. En utilisant l'algorithme génétique de la boîte *Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox-Matlab*[®], les sept PM sont obtenus avec une erreur inférieure à 10^{-15} et un temps de calcul égal à 10 s. Les temps de calcul sont donc très courts, pour une excellente précision, et le problème du choix de l'initialisation ne se pose pas comme pour les méthodes d'optimisation basées sur le gradient. Il faut enfin noter que la méthode d'identification proposée est générale et peut facilement s'adapter à n'importe quel type de lois hyperélastiques superposant plusieurs énergies de déformation.

Références

- [1] J.D. Humphrey. *Need for a Continuum Biochemomechanical Theory of Soft Tissue and Cellular Growth and Remodeling*. pages 1–82. Number 508 in CISM International Centre for Mechanical Sciences. Springer, Wien, New york, 2009.
- [2] C. Bouvet. *Interactions cellule-matrice associées au remodelage et au vieillissement vasculaires*. thèse, Université d'Angers, 2007.
- [3] R.W. Ogden. *Anisotropy and Nonlinear Elasticity in Arterial Wall Mechanics*. pages 179–258. Number 508 in CISM International Centre for Mechanical Sciences. Springer, Wien, New york, 2009.
- [4] G. A. Holzapfel. *Determination of material models for arterial walls from uniaxial extension tests and histological structure*. *Journal of Theoretical Biology*, 238(2) :290 – 302, 2006.
- [5] X. Q. Peng, Z. Y. Guo, B. Moran. *An anisotropic hyperelastic constitutive model with fiber-matrix shear interaction for the human annulus fibrosus*. *Journal of Applied Mechanics*, 73(5) :815–824, 2006.
- [6] D.M. Elliott, L.A. Setton. *Anisotropic and inhomogeneous tensile behavior of the human anulus fibrosus : Experimental measurement and material model predictions*. *Journal of Biomechanical Engineering*, 123(3) :256–263, 2001.
- [7] N. Harb, N. Labed, M. Domaszewski, F. Peyraut. *A new parameter identification method of soft biological tissue combining genetic algorithm with analytical optimization*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. doi :10.1016/j.cma.2010.08.005 , 2010.