



**HAL**  
open science

# Détermination des paramètres de matériaux anisotropes et hyperélastiques : Application au tissu du disque intervertébral

Nizar Harb, Nadia Labed, Matthieu Domaszewski, François Peyraut

► **To cite this version:**

Nizar Harb, Nadia Labed, Matthieu Domaszewski, François Peyraut. Détermination des paramètres de matériaux anisotropes et hyperélastiques : Application au tissu du disque intervertébral. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592829

**HAL Id: hal-00592829**

**<https://hal.science/hal-00592829v1>**

Submitted on 3 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Détermination des paramètres de matériaux anisotropes et hyperélastiques : Application au tissu du disque intervertébral

N. Harb<sup>1</sup>, N. Labeled<sup>1</sup>, M. Domaszewski<sup>1</sup>, F. Peyraut<sup>1</sup>

<sup>1</sup> M3M, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard, France  
{nizar.harb, nadia.labeled, matthieu.domaszewski, francois.peyraut}@utbm.fr

**Résumé** — Les lois de comportement des tissus biologiques souples présentent un nombre élevé de paramètres matériau à identifier. Dans cet article, on expose une nouvelle méthode d'identification de paramètres matériau qui couple les algorithmes génétiques avec un calcul analytique. Cette méthode permet de réduire l'espace de recherche de solution en fonction du nombre de termes additifs formant la densité d'énergie de déformation. Comme illustration, on considère l'identification des sept paramètres matériau du modèle de Peng et al. (*Trans. ASME., J. Appl. Mech.*, 2006). Les paramètres de la fonction objectif correspondant au problème d'identification, se réduisent à deux au lieu de sept initialement.

**Mots clés** — biomécanique, tissu fibrillaire, identification inverse, algorithme génétique, hyper-élasticité anisotrope.

## 1 Introduction

En extension, les tissus biologiques souples possèdent un comportement élastique non linéaire. Il est modélisé par des lois de comportement hyperélastique. Le tissu biologique étant anisotrope, sa loi de comportement contient plusieurs paramètres matériau à déterminer. Classiquement, on les identifie en posant le problème inverse : un test expérimental engendre des points de mesure, il revient à déterminer la valeur de ces paramètres matériau pour lesquels la loi de comportement coïncide avec la courbe de mesure. Le problème inverse est souvent formulé comme un problème de moindres carrés non linéaires. La minimisation des sommes des carrés des résidus entre la valeur mesurée et la valeur estimée (calculée) permet de trouver les paramètres du problème, les paramètres matériau. Dans cet article, on présente une méthode numérique [1] pour résoudre le problème d'estimation des moindres carrés des paramètres non linéaires. Cette méthode, dite GAO Genetic algorithms & Analytical Optimization, permet de réduire l'espace de recherche de solution du problème. En effet, la loi de comportement du disque intervertébral dépend de sept paramètres matériau. En mettant en évidence cinq termes additifs dans la fonction objectif, l'espace de recherche de sa solution se réduit avec GAO à une dimension deux au lieu de sept. En conséquence, l'espace de recherche est réduit de cinq dimensions.

## 2 Le disque intervertébral

Le disque intervertébral est constitué par le *nucleus pulposus* (NP), la partie centrale gélatineuse du disque et par l'*annulus fibrosus* (AF) entourant le NP. L'AF est à son tour divisée en deux zones : l'anneau extérieur et l'anneau intérieur [2]. L'anneau extérieur est caractérisé par une grande densité de fibres réparties en faisceaux contrairement à l'anneau interne qui perd cette caractéristique au fur et à mesure qu'on se rapproche du NP. Le gonflement du NP le transforme en une entité incompressible distribuant les forces de compression radiale à travers

l'AF. Les fibres de collagène regroupées en faisceaux parallèles et inclinées d'environ  $\alpha = 60^\circ$  [3] par rapport à la direction axiale du disque (Fig. 1) s'étirent afin d'absorber les charges compressives radiales du NP. De plus, en flexion ou en torsion de la colonne vertébrale, les fibres de l'anneau extérieur sont étirées limitant ainsi la formation de déchirures à travers les ligaments entre deux vertèbres [4]. En conséquence, le rapport de magnitude entre les modules d'élasticité suivant la direction circonférentielle de l'AF et ceux de la direction radiale ou axiale est d'environ deux [5, 6].

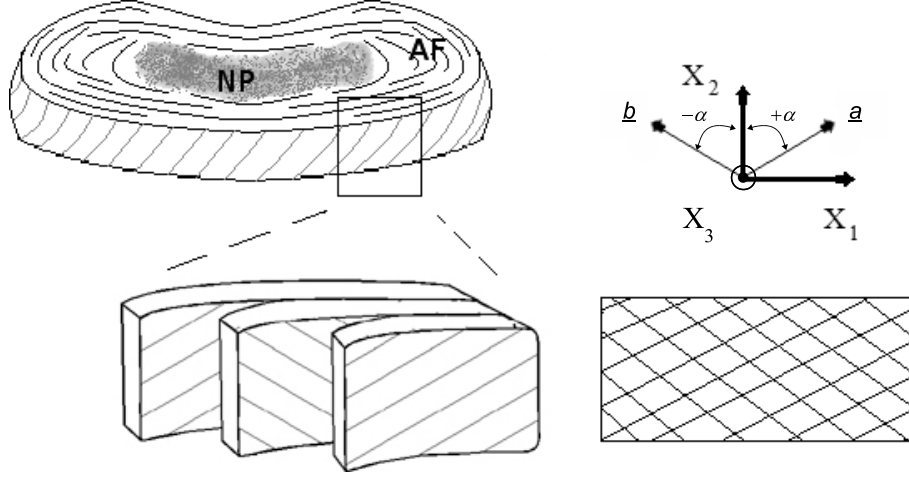


FIGURE 1 – Disque intervertébral. NP : nucleus pulposus résistant à la compression et entouré par l'annulus fibrosus AF formé par des lamelles avec des directions de fibres alternées. Le modèle du matériau est équivalent à deux lamelles homogénéisées en un composite à fibres croisées  $\alpha = \pm 60^\circ$  de directions  $\underline{a}$  et  $\underline{b}$  suivant  $X_2$ .  $X_1$  est la direction circonférentielle et  $X_2$  est la direction axiale orthogonale au plan du disque intervertébral ;  $X_3$  est la direction radiale.

## 2.1 Hyperélasticité

Afin de modéliser le comportement hyperélastique de l'AF, on lui associe une densité d'énergie de déformation élastique  $W$ . Elle est formée de deux parties :

- isotrope, qui prend en compte la réponse aux basses pressions de la substance de base (en majorité de l'élastine) entourant les fibres et appelée *matrice*.
- anisotrope, qui prend en compte la direction privilégiée des fibres et leurs comportements résistant à la traction en hautes pressions.

Elle est fonction des invariants du tenseur de Cauchy-Green droit  $\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{F}}^T \underline{\underline{F}}$ , où  $\underline{\underline{F}}$  est le tenseur des gradients de déformations et  $(\bullet)^T$  est l'opérateur de transposition, et fonction des invariants mixtes associés aux vecteurs unitaires des directions privilégiées des fibres [7] :  $\underline{a}$  et  $\underline{b}$ . Dans la configuration déformée du tissu, on note  $\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{F}} \underline{\underline{F}}^T$  le tenseur de Cauchy-Green gauche et respectivement  $\underline{d}_1 = \underline{\underline{F}} \underline{a}$ ,  $\underline{d}_2 = \underline{\underline{F}} \underline{b}$  les images des vecteurs unitaires  $\underline{a}$  et  $\underline{b}$ .

$$I_1 = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{I}}, \quad I_2 = \frac{1}{2}[(\underline{\underline{C}} : \underline{\underline{I}})^2 - (\underline{\underline{C}}^2 : \underline{\underline{I}})], \quad I_3 = \det(\underline{\underline{C}}), \quad I_4 = \underline{a} \underline{\underline{C}} \underline{a}, \quad I_5 = \underline{a} \underline{\underline{C}}^2 \underline{a},$$

$$I_6 = \underline{b} \underline{\underline{C}} \underline{b}, \quad I_7 = \underline{b} \underline{\underline{C}}^2 \underline{b}$$

Les invariants mixtes  $I_4, \dots, I_7$  sont une mesure de la dilatation des fibres.

On sait que l'interaction entre les fibres et la matrice est considérable [5, 8–12]. Ainsi la densité d'énergie de déformation du tissu intervertébral humain,  $W$ , présentée par Peng et al. [13] compte trois densités additives : celle de la matrice isotrope  $W^M$ , des fibres de collagène  $W^F$  et de l'interaction de ces deux dernières  $W^{FM}$ . Comme les fibres de l'AF humain sont constituée par le même type de collagène, alors celles suivant  $\underline{a}$  et  $\underline{b}$  appartiennent à la même famille. Ainsi Peng

et al. [13] propose de répartir uniformément  $W^{FM}$  et  $W^F$  suivant  $\underline{a}$  et  $\underline{b}$  :

$$W = W^M + \frac{1}{2} (W_a^F + W_b^F) + \frac{1}{2} (W_a^{FM} + W_b^{FM})$$

$W^M$  est fonction de deux paramètres matériau dans le cas de la compressibilité :  $C_{10}$  du modèle *néo-hookéen* et  $D_1$  le module de compressibilité.  $W^F$  est une forme polynomiale fonction de  $I_{4|6} = (\lambda^F)^2$  où  $\lambda^F$  représente la dilatation des fibres suivant  $\underline{a}$  ou  $\underline{b}$ .  $W^F$  contribue à  $W$  quand  $I_{4|6} \geq 1$ , sinon  $W^F$  est négligeable. Elle est définie à partir de deux paramètres matériau  $C_2$  et  $C_3$ . La dépendance entre le cisaillement et la dilatation des fibres, définit  $W^{FM}$  comme fonction de  $I_{4|6}$ .  $W^{FM}$  possède une limite supérieure définie par le paramètre matériau  $\gamma$  et dépend aussi de deux autres paramètres matériau :  $\beta$  et  $\lambda^*$ . Ainsi, la loi de comportement [13] englobe sept paramètres matériau à déterminer dans le cas de la compressibilité :  $C_{10}$ ,  $D_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $\gamma$  exprimés en MPa et  $\beta$ ,  $\lambda^*$  sans unité.

Le tenseur des contraintes de Cauchy est défini par :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{2}{J} \frac{\partial W}{\partial I_i} \left( \underline{\underline{F}} \frac{\partial I_i}{\partial \underline{\underline{C}}} \underline{\underline{F}}^T \right) \quad (1)$$

avec  $J = \det(\underline{\underline{F}})$  et  $i = 1, 2, \dots, 7$ . Le développement de (1) permet d'écrire :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{2}{J} \left\{ w_1 \underline{\underline{B}} + w_2 (I_1 \underline{\underline{B}} - \underline{\underline{B}}^2) + w_3 I_3 \underline{\underline{I}} + \frac{1}{2} (w_4 \underline{\underline{d}}_1 \otimes \underline{\underline{d}}_1 + w_6 \underline{\underline{d}}_2 \otimes \underline{\underline{d}}_2) + \frac{1}{2} \left[ w_5 (\underline{\underline{B}} \underline{\underline{d}}_1 \otimes \underline{\underline{d}}_1 + \underline{\underline{d}}_1 \otimes \underline{\underline{B}} \underline{\underline{d}}_1) + w_7 (\underline{\underline{B}} \underline{\underline{d}}_2 \otimes \underline{\underline{d}}_2 + \underline{\underline{d}}_2 \otimes \underline{\underline{B}} \underline{\underline{d}}_2) \right] \right\} \quad (2)$$

avec  $w_i = \partial W / \partial I_i$  et  $\otimes$  indiquant le produit tensoriel.  $\partial I_i / \partial \underline{\underline{C}}$  est détaillée dans Harb et al. [1]. Comme les fibres dans les directions  $\underline{a}$  et  $\underline{b}$  appartiennent à la même famille, on obtient :  $I_4 = I_6$  et  $I_5 = I_7$ . Ainsi, on a :  $w_4 = w_6$  et  $w_5 = w_7$ . En remplaçant les  $w_i$  par leurs expressions dans (2), on écrit le tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  sous la forme d'un vecteur  $\underline{\underline{\sigma}}$  contenant les six composantes du tenseur symétrique comme :

$$\underline{\underline{\sigma}} = f(\underline{\underline{\theta}}_{nl}) \underline{\underline{\theta}}_l \quad (3)$$

où  $C_{10}$ ,  $D_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $\gamma$  sont contenus dans  $\underline{\underline{\theta}}_l$  et  $\beta$ ,  $\lambda^*$  dans  $\underline{\underline{\theta}}_{nl}$ . De (3), on déduit que  $\underline{\underline{\sigma}}$  est linéaire par rapport à  $\underline{\underline{\theta}}_l$  et non linéaire par rapport à  $\underline{\underline{\theta}}_{nl}$ . Donc le problème d'identification inverse des paramètres matériau est non linéaire.

Classiquement, la distinction entre paramètres linéaires et paramètres non linéaires n'est pas employée. En effet, un  $\underline{\underline{\theta}}$  est défini par l'ensemble des paramètres du problème d'identification i.e.  $\dim(\underline{\underline{\theta}}) = \dim(\underline{\underline{\theta}}_l) + \dim(\underline{\underline{\theta}}_{nl})$ .

### 3 La méthode GAO

Pour un problème de moindres carrés non linéaire, les valeurs des variables indépendantes et dépendantes sont fournies par un test expérimental. En biomécanique, elles correspondent, respectivement, aux dilatations  $\lambda_m$  et aux contraintes  $S_m$  [14, chap. 8]. Le test de déformation uniaxiale a été utilisé [13] afin de générer les points de mesure ;  $\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{diag}}[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]$ , l'indice représente la direction principale. La résolution du problème aux frontières libres permet l'obtention des points de mesure : pour un  $\lambda_1$  qui est imposé, on cherche  $\{\lambda_2; \lambda_3\}$  pour lequel les contraintes dans les directions principales 2 et 3 sont nulles. La même procédure s'applique pour un  $\lambda_2$  imposé.

Le problème d'identification des paramètres est formulé comme un problème de moindres carrés non linéaire. On minimise la somme des carrés des résidus  $SS(\underline{\underline{\theta}})$  équivalente à la norme euclidienne des résidus entre une mesure  $\underline{\underline{S}}_m$  et une fonction mathématique vectorielle estimée  $\underline{\underline{S}}_n(\underline{\underline{\theta}})$  :

$$\begin{aligned} \text{minimiser : } \quad SS(\underline{\underline{\theta}}) &= \|\underline{\underline{S}}_m - \underline{\underline{S}}_n(\underline{\underline{\theta}})\|^2 \\ \text{tel que } \quad \underline{\underline{\hat{\theta}}} &= \underset{\underline{\underline{\theta}}}{\text{argmin}} SS(\underline{\underline{\theta}}) \end{aligned} \quad (4)$$

La méthode *GAO* (Genetic algorithms & Analytical Optimization) repose sur l'hypothèse que, pour un point  $i$  parmi  $m$  points de mesure,  $S_n$  s'écrit comme (3) :  $S_n = \underline{f}(\underline{\theta}_{nl})\underline{\theta}_l$ . Pour les  $m$  points de mesure, on définit  $\underline{N} = \sum_{i=1}^m \underline{f}(\underline{\theta}_{nl})$ . En substituant  $S_n$  dans (4) on trouve :

$$SS(\underline{\theta}) = SS(\underline{\theta}_{nl}, \underline{\theta}_l) = \|\underline{S}_m - \underline{N}(\underline{\theta}_{nl})\underline{\theta}_l\|^2 = \underline{\theta}_l^T \underline{N}^T \underline{N} \underline{\theta}_l - 2 \underline{S}_m^T \underline{N} \underline{\theta}_l + \|\underline{S}_m\|^2 \quad (5)$$

$\underline{\theta}_{nl}$  et  $\underline{\theta}_l$  définissent respectivement deux ensembles de recherche de solution pour (4) :  $\mathcal{X}$  et  $\mathcal{Y}$ . Ainsi le minimiseur de  $SS(\underline{\theta})$ ,  $\hat{\underline{\theta}}$ , existe dans l'ensemble réunion  $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ . D'où l'utilité du théorème suivant :

$$\begin{aligned} \inf_{(\underline{\theta}_{nl}, \underline{\theta}_l) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}} SS(\underline{\theta}_{nl}, \underline{\theta}_l) &= \inf_{\underline{\theta}_{nl} \in \mathcal{X}} \left( \inf_{\underline{\theta}_l \in \mathcal{Y}} SS(\underline{\theta}_{nl}, \underline{\theta}_l) \right) \\ &= \inf_{\underline{\theta}_l \in \mathcal{Y}} \left( \inf_{\underline{\theta}_{nl} \in \mathcal{X}} SS(\underline{\theta}_{nl}, \underline{\theta}_l) \right) \end{aligned} \quad (6)$$

La première égalité de (6) indique que quand  $\underline{\theta}_{nl}$  parcourt  $\mathcal{X}$  alors :

$$\exists \underline{\theta}_l \in \mathcal{Y}, \quad \inf_{(\underline{\theta}_{nl}, \underline{\theta}_l) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}} SS(\underline{\theta}_{nl}, \underline{\theta}_l) \leq SS(\underline{\theta}_{nl}, \underline{\theta}_l)$$

Il faut noter que si  $\hat{\underline{\theta}}_{nl}$  est obtenu alors on trouve  $\hat{\underline{\theta}}_l$  en résolvant les équations normales de (5) :

$$\underline{\theta}_l = \left( \underline{N}^T \underline{N} \right)^{-1} \underline{N}^T \underline{S}_m \quad (7)$$

On en déduit que la résolution du problème d'identification inverse ne dépend que de  $\underline{\theta}_{nl}$ . Ainsi l'espace de recherche de la solution du problème de moindres carrés non linéaires (4) possède une dimension égale à  $\dim(\underline{\theta}_{nl})$  au lieu de  $\dim(\underline{\theta})$ . En conséquence, les limitations sur la fonction objectif suivent la réduction de l'espace de recherche.

La stratégie de recherche de  $\underline{\theta}_{nl}$  qui est retenue [1], est celle des algorithmes génétiques (AG) définies par Holland [15] sur la base de : la sélection proportionnée et le croisement comme l'opérateur de recherche primordiale.

La population initiale qui est équivalente à une matrice de  $n$  vecteurs  $\underline{\theta}_{nl}$  différents, possède une dimension qui est maintenue constante au cours des itérations. En combinant les AG avec (7) (cette combinaison est référée par *GAO*), on associe à chaque individu  $\underline{\theta}_{nl}$  de la population un  $\underline{\theta}_l$  correspondant. Puis, pour chaque individu  $\underline{\theta}_{nl}$  de la population, la fonction objectif  $SS(\underline{\theta}_{nl}, \underline{\theta}_l)$  est évaluée, définissant un indice de performance pour chacun. La sélection des individus (des parents) qui vont créer par croisement une nouvelle population, appelée descendance, est proportionnellement basée sur leur indice de performance.

## 4 Résultats et discussions

On emploie *GAO* afin d'identifier les sept paramètres définies dans (3). L'espace de recherche de solution est défini par  $\dim(\underline{\theta}_{nl}) = 2$  avec  $\beta, \lambda^*$  les paramètres non linéaires définissant  $\underline{\theta}_{nl}$  et  $C_{10}, D_1, C_2, C_3, \gamma$  les paramètres linéaires calculés en fonction de  $\underline{\theta}_{nl}$  suivant (7). MATLAB<sup>®</sup> présente l'outil *Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox* avec lequel on a combiné *GAO*.

La population de départ est de  $n = 800$  individus. La méthode de croisement est heuristique. Le critère de convergence est toujours défini comme la tolérance sur la fonction objectif indépendamment des critères d'arrêt des AG. Parmi ces critères d'arrêt on peut citer celui de la moyenne des performances d'une population pour une génération donnée. La Figure 2 montre son évolution au cours des générations. Elle reflète la moyenne des distances entre les individus, en d'autres termes, la diversité d'une population. Une tolérance sur son taux de variation au cours des itérations définit ce critère d'arrêt. Il doit être plus restrictif que le critère de convergence afin de pouvoir repérer la convergence prématurée de l'algorithme.

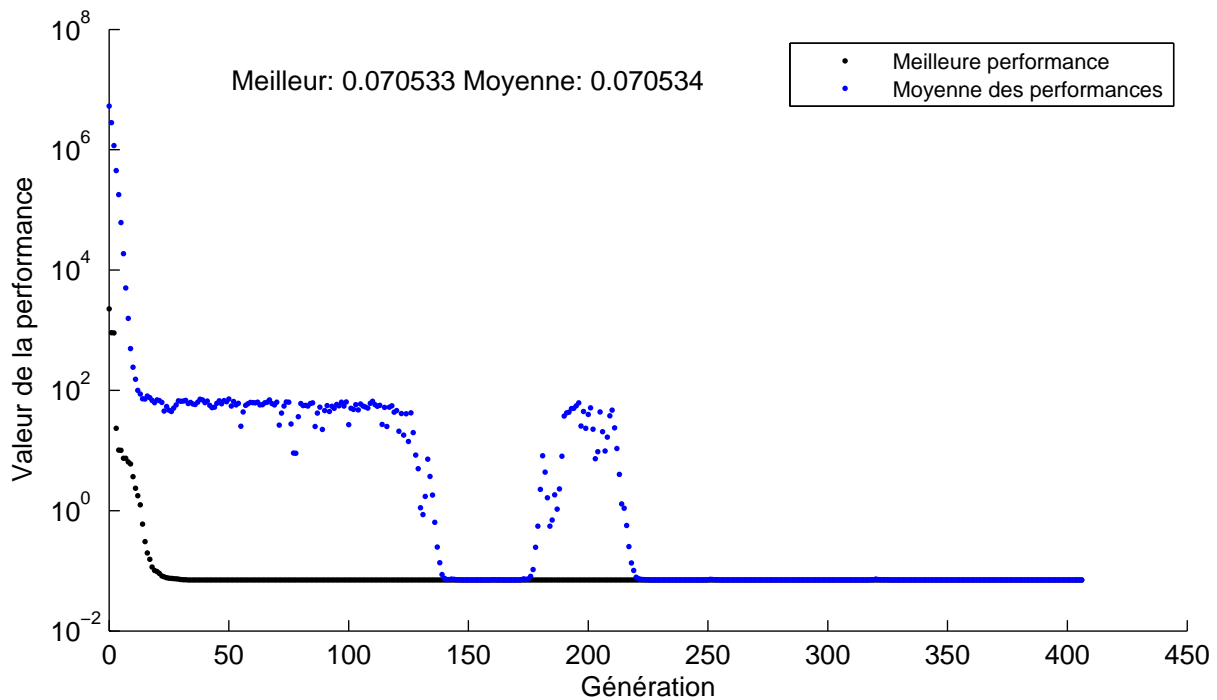


FIGURE 2 – Courbes des évolutions de la performance du meilleur individu et de la moyenne des performances pour une population au cours des générations.

En partant des points de mesure générés par la résolution du problème aux frontières libres du test de déformation uniaxiale, l'identification avec GAO a été réalisée. Les paramètres matériau trouvés sont identiques aux résultats de Peng et al. [13]. La première ligne du Tableau 1 rassemble les résultats obtenus par Peng et al. [13].

TABLE 1 – valeurs des paramètres matériau.

	$\beta$	$\lambda^*$	$C_{10}$	$\gamma$	$D_1$	$C_2$	$C_3$
[13]	1,250E+02	1,020	3,400E-02	1,200E+01	1,970E-01	4,500E-01	8,260E+01
GAO	1,250E+02	1,020	3,400E-02	1,200E+01	1,970E-01	4,500E-01	8,260E+01
min1a	1,387E+02	1,458	6,502E-02	1,764E+00	1,000E+04	7,385E-01	9,318E+01
min1b	8,615E+01	1,765	6,502E-02	1,212E+02	1,000E+04	7,385E-01	9,318E+01
min2a	3,919E+01	1,138	1,000E-04	1,169E+01	4,293E-02	9,175E-01	8,583E+01
min2b	3,833E+01	1,155	1,000E-04	1,984E+01	4,290E-02	9,172E-01	8,595E+01

Pour comparer la performance de GAO, une identification avec les AG sur les sept paramètres - référée par AG7 - définissant un espace de recherche de dimension sept a été réalisée. En effet, le temps de calcul est de 8s avec GAO mais de 235s avec AG7, presque 30 fois celui de GAO. Notre méthode converge vers le minimum global alors que pour AG7 le minimum global n'est pas toujours atteint. En effet, deux minima locaux ont été repérés avec AG7. La valeur de la fonction objectif pour ces deux minimum est de :  $7,053E^{-02}$  pour les jeux de paramètres de min1a ou min1b et  $2,394E^{-02}$  pour ceux de min2a ou min2b. Le Tableau 1 indique les valeurs de ces paramètres. Les minima locaux sont détectés de la façon suivante :

La Figure 2 montre une perte de diversité entre la génération 200 et la génération 250. Puis, au cours de  $i$  itérations, le taux de variation de la moyenne de la population est resté inférieur au critère d'arrêt. En même temps, la valeur du meilleur individu de la population est restée invariable. Vu que la diversité au cours des premières générations était élevée, on a pu considérer une éventuelle présence d'un minimum local dans cette zone du domaine. Un calcul déterministe

employant l'algorithme de Marquardt [16] initialisé par un point très proche de ce minimum, converge vers la même valeur de la fonction objectif que celle du meilleur individu observé dans la Figure 2 correspondant aux valeurs de paramètres min1a du Tableau 1.

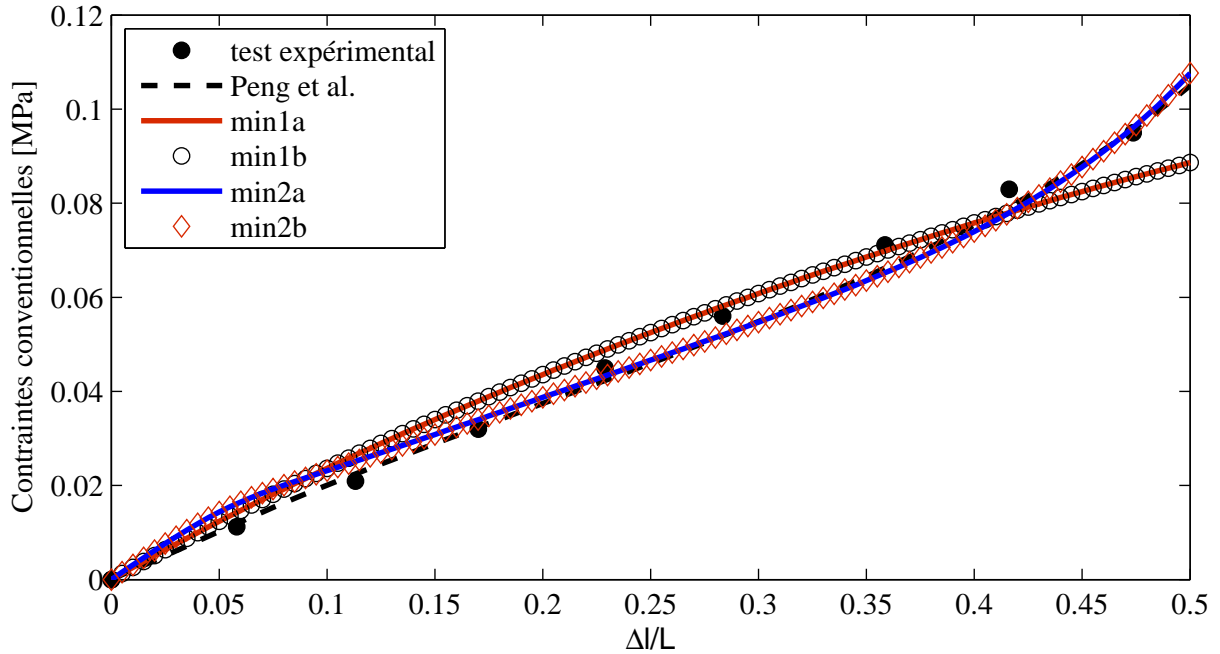


FIGURE 3 – extension axiale.

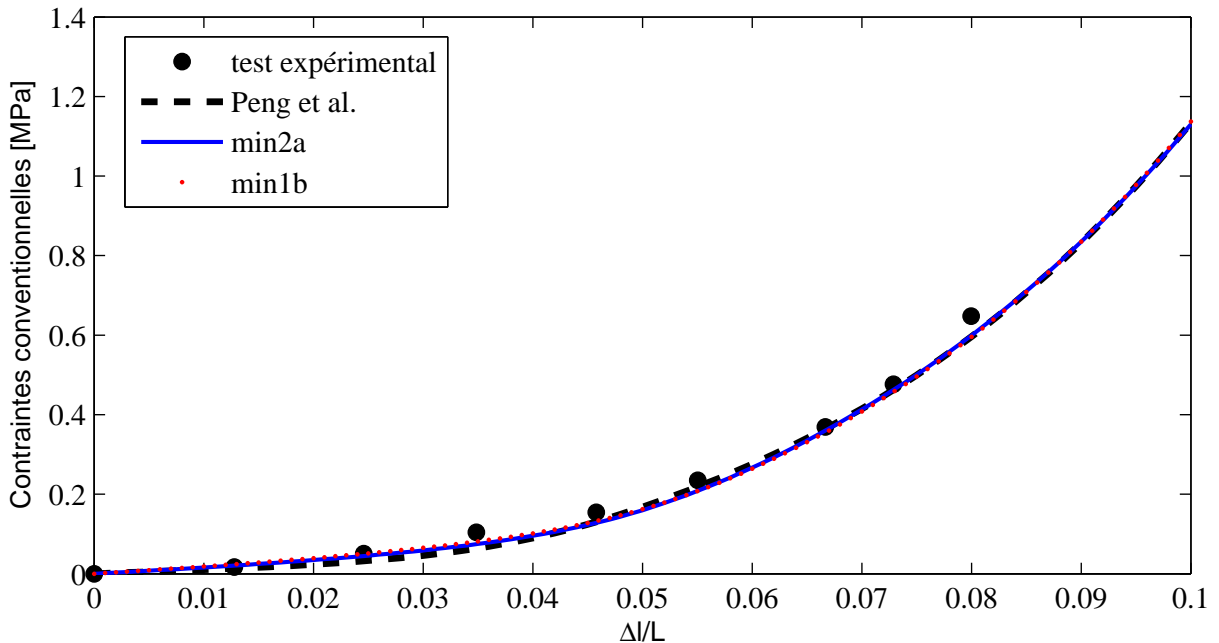


FIGURE 4 – extension circonférentielle.

Les courbes de contraintes-déformations du test de déformation uniaxiale, Figure 3 et Figure 4, montrent que ces résultats sont suffisants afin d'indiquer qu'autour de min1a ou min1b et qu'autour de min2a ou min2b, la fonction objectif est insensible aux variations des paramètres matériau  $\beta$ ,  $\lambda^*$  et  $\gamma$ . Ces paramètres sont ceux de la densité d'énergie de cisaillement  $W^{FM}$ . D'après les valeurs des paramètres du Tableau 1, on remarque que :

- pour min1a ou min1b la valeur de la fonction objectif est de  $7,053E^{-02}$ . Les paramètres matériau de  $W^{FM}$  ne gardent pas les mêmes valeurs contrairement à  $C_{10}$ ,  $D_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ .

- pour min2a ou min2b la valeur de la fonction objectif est de  $2,394E^{-02}$ . Les paramètres matériau de  $W^{FM}$  ne gardent pas les mêmes valeurs contrairement à  $C_{10}$ ,  $D_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ .
- d'après Peng et al. [13]  $\lambda^*$  peut représenter, ou représente, le point de transition qui marque le passage d'une énergie de déformation «  $W_{isotrope}$  » à une énergie de déformation «  $W_{anisotrope}$  ».
- D'après Holzapfel [17], ce point de transition est calculé à partir d'une courbe dilatations-dilatations.

On en déduit que :

- l'expression de  $W^{FM}$  est à reconsidérer.
- la définition du point de transition n'est pas précise car, pour une courbe dilatations-dilatations en tirant suivant la direction axiale et pour une autre en tirant suivant la direction circonférentielle, sa valeur n'est pas identique.

Il reste à indiquer que la résolution de ce problème d'identification inverse avec une méthode déterministe est d'une grande difficulté, ce qui justifie le choix de notre méthode. Ceci a aussi été remarqué par Peng et al. [13] qui qualifie l'identification simultanée des 7 paramètres comme presque impossible.

## 5 Conclusion

Dans cet article on a démontré l'efficacité de la méthode GAO dans la résolution des problèmes d'identification inverse. Même en la comparant aux algorithmes génétiques, qui sont connus pour leur robustesse, GAO est plus performante. Sa capacité à réduire l'espace de recherche de solution permet de gagner un temps de calcul relativement considérable tout en convergeant vers le minimum global. Avec GAO on a pu diminuer l'espace de recherche de solution de solution ( de sept à cinq) pour une loi de comportement proposée par Peng et al. [13]. De plus, on a pu remarquer l'existence de plusieurs jeux de paramètres matériau possibles pour cette loi. Une réflexion sur sa forme mathématique s'impose donc.

## Références

- [1] N. Harb, N. Labed, M. Domaszewski, F. Peyraut. *A new parameter identification method of soft biological tissue combining genetic algorithm with analytical optimization*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 208 – 215, 2011.
- [2] S. Bruehlmannand, J. Rattner, J. Matyas, N. Duncan. *Regional variations in the cellular matrix of the annulus fibrosus of the intervertebral disc*, Journal of Anatomy, 159 – 171, 2002.
- [3] N. Nerurkar, D. Elliott, R. Mauck. *Mechanical design criteria for intervertebral disc tissue engineering*, Journal of Biomechanics, 1017 – 1030, 2010.
- [4] D. Hukins, J. Meakin. *Relationship between structure and mechanical function of the tissues of the intervertebral joint*, American Zoologist, 42 – 52, 2000.
- [5] D. Elliott, L. Setton. *Anisotropic and inhomogeneous tensile behavior of the human annulus fibrosus : Experimental measurement and material model predictions*, Journal of Biomechanical Engineering, 256 – 263, 2001.
- [6] D. Skaggs, M. Weidenbaum, J. Iatridis, A. Ratcliffe, V. Mow. *Regional variation in tensile properties and biochemical composition of the human lumbar annulus fibrosus*, Spine, 1310–1319, 1994.



- [7] R. Ogden. *Anisotropy and Nonlinear Elasticity in Arterial Wall Mechanics*, Number 508 in CISM International Centre for Mechanical Sciences, Springer, 179 – 258, 2009.
- [8] H-C. Wu, R-F. Yao. *Mechanical behavior of the human annulus fibrosus*, Journal of Biomechanics, 1 – 7, 1976.
- [9] S. Klisch, J. Lotz. *Application of a fiber-reinforced continuum theory to multiple deformations of the annulus fibrosus*, Journal of Biomechanics, 1027 – 1036, 1999.
- [10] D. Wagner, J. Lotz. *Theoretical model and experimental results for the nonlinear elastic behavior of human annulus fibrosus*, Journal of Orthopaedic Research, 901 – 910, 2004.
- [11] H. Guerin, D. Elliott. *Quantifying the contributions of structure to annulus fibrosus mechanical function using a nonlinear, anisotropic, hyperelastic model*, Journal of Orthopaedic Research, 508 – 516, 2007.
- [12] G. O’Connell, H. Guerin, D. Elliott. *Theoretical and uniaxial experimental evaluation of human annulus fibrosus degeneration*, Journal of Biomechanical Engineering, 111007–1110013, 2009.
- [13] X. Peng, Z. Guo, B. Moran. *An anisotropic hyperelastic constitutive model with fiber-matrix shear interaction for the human annulus fibrosus*, Journal of Applied Mechanics, 815 – 824, 2006.
- [14] Y. Fung. *Biomechanics : mechanical properties of living tissues*, Springer-Verlag, 1993.
- [15] J. Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, 1975.
- [16] D. Marquardt. *An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters*, SIAM Journal on Applied Mathematics, 431 – 441, 1963.
- [17] G. Holzapfel. *Determination of material models for arterial walls from uniaxial extension tests and histological structure*, Journal of Theoretical Biology, 290 – 302, 2006.