

Propagation de level sets pour l'avancée de fissures en mode mixte

D. Colombo¹, P. Massin²

¹ *School of Mechanical, Aerospace and Manufacturing Engineering, The University of Manchester, Manchester, U.K., daniele.colombo@manchester.ac.uk*

² *LaMSID, UMR EDF-CNRS-CEA 2832, France, patrick.massin@edf.fr*

Résumé — Dans le cadre de la méthode X-FEM, l'avantage de pouvoir représenter la fissure indépendamment du maillage repose sur l'utilisation de courbes de niveau. La simulation de la propagation est liée à la réactualisation de ces courbes de niveau, suite à la résolution d'équations différentielles d'évolution. Nous proposons ici d'analyser ces équations afin de proposer des méthodes de propagation rapides et robustes.

Mots clefs — X-FEM, level set, propagation.

1 Introduction

Dans la dernière décennie, la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) [1][2] couplée avec une représentation de la fissure par des courbes de niveaux [3][4], s'est révélée être un outil intéressant pour la simulation de propagations de fissure, même si des outils optimisés de remaillage font encore la course en tête au niveau performance tels que ZENCRACK ou Z-set co-développé par l'Ecole des Mines de Paris, MW Numerics et l'Onera par exemple. L'aspect le plus intéressant de la méthode X-FEM est la possibilité d'introduire la fissure indépendamment du maillage initial de la structure dans laquelle elle se développe. La fissure n'a donc a priori pas besoin d'être maillée, ou du moins pas en lien avec le maillage de la structure. La discontinuité au niveau du champ de déplacement due à la présence de la fissure et la singularité des champs de contrainte en pointe de fissure sont pris en compte par l'enrichissement du modèle élément fini dans le voisinage de la fissure [2]. La fissure et le front de fissure sont repérés via l'utilisation de deux familles de courbes de niveaux, orthogonales entre elles. La propagation de fissure peut être prise en compte par la modification de ces courbes de niveaux, sans avoir à modifier le maillage de la structure.

Plusieurs techniques ont été proposées pour faire évoluer ces courbes de niveaux : certaines reposent sur la résolutions d'équations différentielles qui décrivent mathématiquement le problème d'évolution des courbes de niveaux [3,4,5,6] alors que d'autres utilisent des équations non différentielles et des évolutions géométriques [7,8]. Une comparaison entre ces différentes méthodes peut être trouvée dans [7].

2 Propagation des courbes de niveau

Les phases de propagation des courbes de niveau sont analysées ici afin de pouvoir réaliser des propagations 3D en modes mixtes, avec déversement du plan de fissuration. Quelles que soient les méthodes utilisées, la méthodologie de propagation décrite dans [3] peut être adoptée comme point de départ du fait de sa généralité. Le processus de réactualisation des courbes de niveaux se décompose en quatre étapes. Dans un premier temps, les courbes de niveau sont réactualisées afin de tenir compte de la propagation de la fissure. Après cette étape, les courbes de niveaux ne sont plus des fonctions distance et elles ne sont plus orthogonales entre elles. Une phase de réinitialisation de chaque famille de courbes de niveau doit être réalisée et ensuite une phase qui les rendent orthogonales entre elles. A chacune de ces étapes, on peut associer une équation différentielle de Hamilton-Jacobi [3].

2.1 Résolution numérique de la phase de réactualisation

La phase de réactualisation décrite dans [3] est analysée en détail et une nouvelle formulation est proposée pour cette phase. Dans un premier temps, la correction apportée par [7] en 2D concernant la correction de la base locale en pointe de fissure est appliquée dans un cadre 3D. Malgré cette

correction, on montre que des instabilités numériques apparaissent lorsque les fronts de fissure changent d'orientation brutalement. Si un schéma d'intégration explicite est alors utilisé pour la résolution des équations d'Hamilton-Jacobi, le pas de temps doit être sévèrement réduit pour satisfaire la condition CFL, ce qui nuit à la performance du calcul. Ce problème peut être évité si un schéma d'intégration implicite est utilisé mais au prix d'une complexité accrue dans le code. Récemment une solution avec une seule itération de résolution, reposant sur l'utilisation de la « fast marching method », a été proposée dans [9] ou [10]. Cependant, comme mentionné dans [9], la solution calculée est sensible à des erreurs près des frontières du solide. Une solution alternative est proposée, sur la base d'une équation polynomiale explicite, qui ne nécessite pas de schéma d'intégration et de résolution itérative. Elle permet d'associer bonnes performances et stabilité de la résolution, tout en ayant un impact informatique faible sur le code.

2.2 Résolution numérique des phases de réinitialisation et de réorthogonalisation

Sur la base du travail de Prabel et al. [11] en 2D, un schéma de différence centrée sur base d'une grille régulière est mis en place. Cela nécessite la mise en place de projections entre la grille et le maillage éléments finis où sont faits les calculs mécaniques. Afin d'améliorer la performance de cette phase, une restriction du domaine de projection est proposée, ainsi qu'une localisation de la zone de calcul des courbes de niveau autour du front de fissure, ce qui améliore à la fois les performances et la stabilité de la solution. Une solution proche proposée par [10] est ici améliorée.

Références

- [1] T. Belytschko, T. Black. *Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.45, Pages 601-620, 1999.
- [2] N. Moës, J. Dolbow and T. Belytschko. *A finite element method for crack growth without remeshing*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.46, Pages 135-150, 1999.
- [3] N. Moës, A. Gravouil, T. Belytschko. *Non planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets – Part I : mechanical model*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.53, Pages 2459-2568, 2002.
- [4] A. Gravouil, N. Moës, T. Belytschko. *Non planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets – Part II : level set update*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.53, Pages 2569-2586, 2002.
- [5] D. Adalsteinsson, J.A. Sethian. *A fast level set method for propagating interfaces*. Journal of Computational Physics, Vol. 118, Pages 269-277, 1995.
- [6] D. Peng, B. Merriman, S. Osher, H. Zhao, M. Kang. *A PDE-based fast local level set method*, Journal of Computational Physics, Vol. 155, Pages 410-438, 1999.
- [7] M. Duflot. *A study of the representation of cracks with level sets*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.70, Pages 1261-1302, 2007.
- [8] G. Ventura, E. Budyn, T. Belytschko. *Vector level sets for description of propagating cracks in finite element*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.58, Pages 1571-1592, 2003.
- [9] N. Sukumar, D.L. Chopp, E.Béchet, N. Moës. *Three-dimensional non-planar crackgrowth by a coupled extended finite element and fast marching method*, Int. J.Numer. Meth. Engng., Vol. 76, Pages 727-748, 2008.
- [10] J. Shi, D. Chopp, J. Lua, N. Sukumar, T. Belytschko. *Abaqus implementation of extended finite element method using a level set representation of three-dimensional fatigue crack growth and life predictions*, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 77, Pages 2840-2863, 2010.
- [11] B. Prabel, A. Combescure, A. Gravouil, S. Marie. *Level set X-FEM non matching meshes : application to dynamic crack propagation in elastic-plastic media*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.78, n°12, Pages 1407-1435, 2009.