

Pilotage du chargement en formulation X-FEM: application aux lois cohésives

P. Massin¹, G. Ferté¹, A. Caron^{1,2}, N. Moës^{1,2}

¹ LaMSID CNRS-EDF-CEA France, patrick.massin@edf.fr, axelle.caron@edf.fr, guilhem.ferte@edf.fr

² GeM, CNRS-ECN/ Université de Nantes, France, nicolas.moes@ec-nantes.fr

Résumé — Les lois cohésives permettent de modéliser des forces d'interaction entre deux lèvres d'une fissure. Leur introduction dans la méthode des éléments finis étendue (X-FEM), afin de pouvoir décrire les instabilités existantes lors de la propagation de fissures, nécessite d'adapter pour X-FEM les algorithmes de pilotage du chargement disponibles en FEM. Nous présentons ici les versions X-FEM de trois d'entre eux : les pilotages par DDL imposé, par longueur d'arc et par prédiction élastique. Nous présentons ensuite les résultats obtenus sur un problème de fissuration d'une plaque trouée.

Mots clés — pilotage du chargement, X-FEM, loi cohésive, prédiction élastique.

1 Méthodes de pilotage implémentées en X-FEM

1.1 Pilotage par degré de liberté imposé [1]

Cette méthode consiste à imposer la moyenne de l'incrément du saut de déplacement $\Delta \underline{\delta}$ sur un ensemble de N points d'intersection de la fissure avec les arêtes du maillage, projeté selon une direction \underline{n} spécifiée par l'utilisateur (1).

$$P(\Delta \underline{\delta}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta \underline{\delta}_i \cdot \underline{n} \quad (1)$$

Dans tous les cas, les arêtes intersectées appartenant à cet ensemble sont prises n'ayant deux à deux aucun point en commun. Elles décrivent par défaut l'ensemble de la fissure mais peuvent être restreintes par l'utilisateur.

1.2 Pilotage par longueur d'arc [2]

La seconde méthode, voisine de la première, consiste à contrôler la norme de l'incrément du saut de déplacement, selon les points d'intersection définis précédemment (2).

$$P(\Delta \underline{\delta}) = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N |\Delta \underline{\delta}_i \cdot \underline{n}|^2} \quad (2)$$

L'utilisation de cette méthode nécessite un critère de sélection de la solution, reposant sur la direction de l'incrément de saut par rapport au pas de temps précédent, qu'il a fallu adapter en X-FEM pour décrire correctement les cycles charge-décharge.

1.3 Pilotage par prédiction élastique [3]

La troisième méthode est considérée comme la plus robuste. Elle contrôle le maximum de la prédiction élastique \underline{f}_{el} sur les points de Gauss des mailles intersectées par la fissure, où \underline{f}_{el} est la linéarisation de la fonction seuil \underline{f} (3) associée à la loi cohésive au point $\underline{\delta}^*$ tel que $\underline{f}(\underline{\delta}^*) = \Delta t$.

$$f(\underline{\delta}) = \frac{\|\underline{\delta}\|^{-\kappa}}{\kappa_{REF}} \quad \text{avec} \quad \kappa = \max_{u \in [0, t-\Delta t]} \|\underline{\delta}(u)\| \quad (3)$$

2 Résultats sur un problème de fissuration de plaque

2.1 Problème

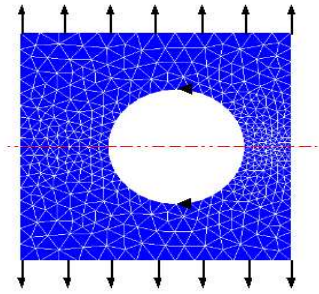


FIG. 1 – Cas test de validation

Après avoir validé l'implémentation en vérifiant que nous retrouvons nos lois cohésives analytiques sur un test de traction-compression uniforme, le problème suivant est étudié : nous considérons une plaque en déformations planes, percée d'un trou circulaire excentré (fig. 1). Des forces linéiques opposées sont appliquées sur chacune des deux extrémités, et les mouvements de corps rigides sont bloqués. Ce problème est difficile numériquement du fait d'instabilités de type décharges locales à la fois en force et en déplacement dues au comportement adoucissant des lois cohésives utilisées.

2.2 Résultats

Nous visualisons la force résultante appliquée sur l'extrémité supérieure de la plaque en fonction du déplacement en haut du cercle. Nous comparons à chaque fois les résultats obtenus par la méthode des éléments finis étendus avec ceux obtenus avec la méthode classique en maillant la fissure avec des éléments de joint d'épaisseur faible (fig. 2 et 3). Les premiers snap-back sont correctement captés par les éléments X-FEM pilotés. Une analyse est en cours actuellement pour comprendre pourquoi le pilotage avec X-FEM ne permet pas d'aller aussi loin qu'avec les formulations FEM.

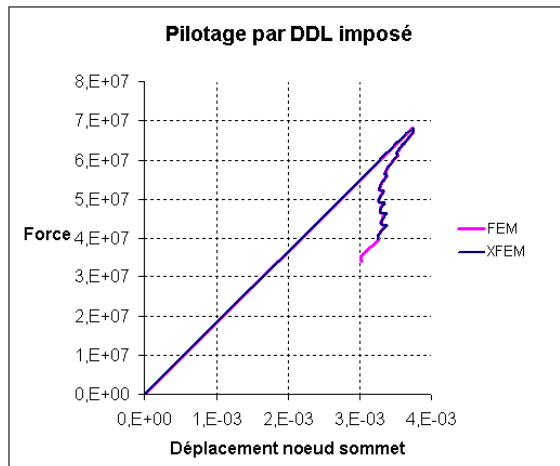


FIG. 2 – Résultat, pilotage par DDL imposé

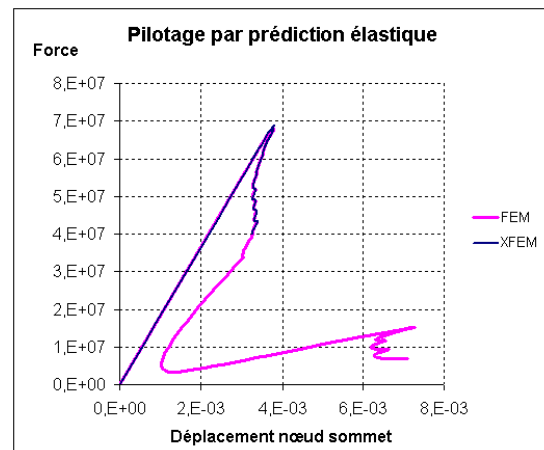


FIG. 3 – Résultat, pilotage par prédiction élastique

Références

- [1] J.L. Batoz, G. Dhatt. *Incremental displacement algorithms for nonlinear problems*. Int. J. Numer. Meth. Engng, Vol. 14, Pages 1262-1267, 1979.
- [2] E. Riks. *The application of Newton's method to the problem of elastic stability*. Journal of Applied Mechanics, Vol.39, Pages 1060-1066, 1972.
- [3] E. Lorentz and P. Badel. *A new path-following constraint for strain-softening finite element simulations*, Int. J. Numer. Meth. Engng, Vol. 60, Pages 499-526, 2004.