CSMA 2011
10e Colloque National en Calcul des Structures
9-13 Mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

Identification de fissures dans des milieux homogènes ou bimatériaux par sensibilité topologique élastodynamique temporelle

C. Bellis, M. Bonnet

Laboratoire de Mécanique des Solides (UMR CNRS 7649), Ecole Polytechnique, France, {bellis,bonnet}@lms.polytechnique.fr

Contexte et motivations. L'identification de fissures contenues dans un solide élastique, en utilisant une excitation dynamique transitoire et des mesures à la frontière du domaine, est un *problème inverse* classique qui intervient dans de nombreuses applications comme le contrôle non destructif ou l'imagerie sismique. Depuis une vingtaine d'années, les méthodes mathématiques dédiée à ce type de problèmes de propagation d'ondes, ont été marquées par l'émergence d'approches *qualitatives* et *non itératives* [1] centrées sur le développement de fonctions indicatrices des défauts (en tant que perturbations géométriques et/ou matérielles du milieu de référence). Ce type d'approches est particulièrement pertinent dans des configurations tridimensionnelles, pour lesquelles les méthodes d'optimisation globales et les algorithmes fondés sur la minimisation d'une fonction coût $\mathbb{J}(\Gamma)$, quantifiant l'écart entre une quantité mesurée et son équivalant dans une configuration de défaut test Γ, entraînent des coûts numériques importants dus à l'évaluation répétée du problème élastodynamique direct.

Dans le travail présenté, la construction de fonctions indicatrices de défauts s'appuie sur le concept de *Sensibilité Topologique* qui repose sur la quantification de la perturbation induite à la fonction coût lors de l'apparition d'un défaut $\Gamma_{\varepsilon,\mathbf{z}}$, de taille infinitésimale ε, en un point $\mathbf{z}$ du milieu de référence. La notion de Sensibilité Topologique émerge alors naturellement de l'analyse asymptotique (en termes de taille limite infiniment petite du défaut test) de la fonction coût, qui prend la forme générale

$$\mathbb{J}(\Gamma_{\varepsilon,\mathbf{z}}) = \mathbb{J}(\emptyset) + \mathbb{T}(\mathbf{z}) f(\varepsilon) + o(f(\varepsilon))$$

où $f(\varepsilon)$, vérifiant $\lim_{\varepsilon\to 0} f(\varepsilon) = 0$, quantifie le comportement asymptotique de $\mathbb{J}(\Gamma_{\varepsilon,\mathbf{z}})$ dans la limite $\varepsilon \to 0$ d'une fissure infinitésimale, et $\mathbb{T}(\mathbf{z})$ est par définition le champ de *sensibilité topologique* de $\mathbb{J}$.

Les valeurs extrémales négatives de $\mathbb{T}(\mathbf{z})$ correspondent aux lieux où l'apparition d'un défaut de taille infinitésimale induirait une décroissance maximale de $\mathbb{J}$, associée à la minimisation de l'écart par rapport aux mesures. Pour cette raison, la fonction de sensibilité topologique $\mathbb{T}(\mathbf{z})$ est utilisée de façon heuristique comme fonction indicatrice pour des défaut de tailles *finies* [2].

Communication proposée. Sur la base d'études antérieures de la méthode dans le domaine temporel [3] et pour différents types de défauts [4, 5], et faisant suite à la communication [6] abordant l'identification de cavités, cette présentation porte sur la formulation et le calcul de la fonction de Sensibilité Topologique dans le cas de l'apparition d'une fissure de taille infinitésimale, modélisée par une surface libre $\Gamma_{\varepsilon,\mathbf{z}}$, dans un solide élastique homogène et isotrope ou à l'interface entre deux corps de cette nature. Une étude asymptotique nouvelle de la fonction coût, employant une forme générique *a priori* de la fissure infinitésimale considérée et aboutissant au comportement asymptotique $f(\varepsilon) = \varepsilon^3$, sera présentée pour les deux situations considérées (fissure en milieu localement homogène ou à l'interface d'un bi-matériau). Des simulations numériques élastodynamiques tridimensionnelles portant sur les cas homogène ainsi que des fissures à l'interface de bi-matériaux, dont les résultats seront présentés, montrent que cette formulation permet une identification simple et fiable des emplacements et (dans le cas homogène) des orientations locales des fissures inconnues (Figs. 1 et 2).

La mise en œuvre, dans un code élément finis conventionnel (Cast3m [7]) d'une version numériquement efficiente de la méthode, fondée sur l'évaluation d'un champ adjoint, illustrera ses capacités et sa simplicité d'utilisation. Les résultats numériques montreront que la notion de Sensibilité Topologique constitue un outil prometteur, de mise en œuvre pratique simple, pour une identification qualitative et numériquement rapide de fissures.

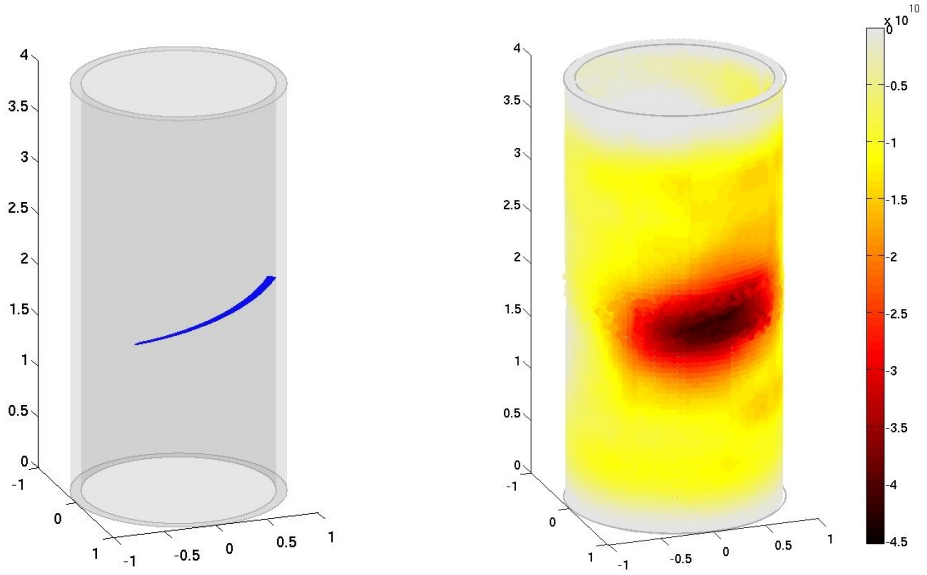

FIG. 1 – Gauche : Cylindre mince contenant une fissure inconnue (en bleu). Droite : Valeurs négatives du champ de dérivée topologique.

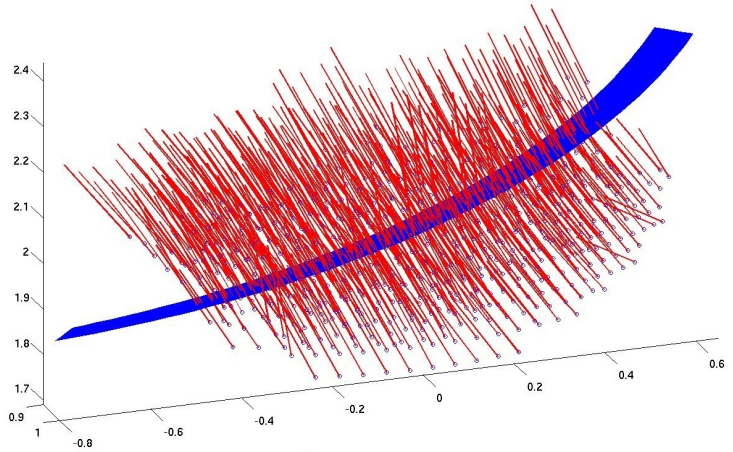

FIG. 2 – Orientations locales reconstituées et fissure originale (en bleu).

Références

[1] F. Cakoni and D. Colton. *Qualitative methods in inverse scattering theory*. Springer-Verlag, 2006.

[2] M. Bonnet and B. B. Guzina. Sounding of finite solid bodies by way of topological derivative. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 61 :2344–2373, 2004.

[3] M. Bonnet. Topological sensitivity for 3D elastodynamic and acoustic inverse scattering in the time domain. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 195 :5239–5254, 2006.

[4] S. Garreau, P. Guillaume, and M. Masmoudi. The topological asymptotic for PDE systems : the elasticity case. *SIAM J. Contr. Opt.*, 39 :1756–1778, 2001.

[5] I. Chikichev and B. B. Guzina. Generalized topological derivative for the Navier equation and inverse scattering in the time domain. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 197 :4467–4484, 2008.

[6] C. Bellis and M. Bonnet. Identification non itérative de défauts par la méthode de sensibilité topologique en élastodynamique temporelle. *Neuvième Colloque National en Calcul des Structures, volume 2* (coordonné par M. Raous, P. Pasquet, and C. Rey), pp. 225–230, LMT Cachan, 2009.

[7] http ://www-cast3m.cea.fr/