



**HAL**  
open science

# Modélisation de la mise en forme et d impact de structures multi-matériaux par éléments finis de type solide-coque

Seddik Shiri, Hakim Naceur, Jean-Marc Roelandt

► **To cite this version:**

Seddik Shiri, Hakim Naceur, Jean-Marc Roelandt. Modélisation de la mise en forme et d impact de structures multi-matériaux par éléments finis de type solide-coque. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592817

**HAL Id: hal-00592817**

**<https://hal.science/hal-00592817v1>**

Submitted on 3 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation de la mise en forme et d'impact de structures multi-matériaux par éléments finis de type solide-coque

S. Shiri<sup>1</sup>, H. Naceur<sup>2</sup>, J-M. Roelandt<sup>1</sup>,

<sup>1</sup> Lab. ROBERVAL, Université de Technologie de Compiègne, France, [seddik.shiri@utc.fr](mailto:seddik.shiri@utc.fr)

<sup>2</sup> LAMIH, Université de Valenciennes, France

---

**Résumé** — L'objectif de ce travail porte sur la modélisation du procédé de mise en forme par emboutissage de tôles multi-matériaux en utilisant des éléments finis de type solide-coque. Les structures ainsi embouties seront soumises à des impacts en tenant compte des états de contraintes initiales (notamment transverse) et des épaisseurs en fin de formage. L'idée de cette communication consiste à montrer l'importance de la contribution de la contrainte transverse et celles de cisaillement et l'avantage qu'offre le type d'éléments développé pour les estimer. Deux applications en emboutissage et d'impact de structures seront présentés pour montrer la faisabilité de la méthodologie.

**Mots clefs** — mise en forme, impact, structures multi-matériau, grandes transformations.

---

## 1 Introduction

Une caractéristique des structures de tôles sandwich dites "nouveaux matériaux" [1-2], est leur faible épaisseur par rapport aux autres dimensions. Ces structures sont souvent minces ou modérément épaisses et peuvent être modélisées par des éléments coques. Les modèles de type coque, reposent sous hypothèses de contraintes planes et par conséquent n'intègrent pas les effets tridimensionnels locaux qu'engendrent le phénomène de cisaillement transversal dû au contraste de rigidités entre les peaux et le cœur du sandwich. Par ailleurs, une modélisation 3D complète avec des éléments finis volumiques occasionne des coûts de calculs prohibitifs ainsi des problèmes de blocages numériques pour les structures minces.

Une alternative réside en l'élaboration d'éléments finis solide-coque [3-4], garantissant ainsi une jonction entre éléments solides 3D et éléments coques classiques. Ces éléments permettent d'allier des caractéristiques d'éléments solides volumiques tels que la description géométrique, les degrés de liberté et la loi de comportement 3D, au modèle mécanique qui fait appel aux théories des coques.

L'objectif de cette étude est le développement d'un élément solide-coque 3D en versions monolithique et multicouche en grandes transformations avec élastoplasticité, dédié pour des applications de mise en forme et crash. Le point commun aux diverses versions de l'élément provient de l'utilisation d'une formulation Lagrangienne Actualisée à chaque Itération (FLAI), tout en considérant les effets de cisaillement transversal (CT) et la contrainte normale dans la direction épaisseur. Ce cadre de travail apporte un moyen intéressant pour modéliser les grandes transformations avec une mise à jour de la géométrie de la structure étudiée, tout en prenant correctement en compte les différents phénomènes à travers l'épaisseur.

Ces éléments utilisent uniquement des degrés de liberté de déplacement aux nœuds et tolèrent l'élancement important. Il s'ensuit que de blocage numérique inhérent aux éléments finis solides lorsqu'une de leurs dimensions est faible peuvent être évités. A cet égard, des modifications et des techniques efficaces qui sont capables d'améliorer les performances de calcul et d'éviter certains blocages numériques, sont utilisés. Une présentation de la formulation de ces éléments sera donnée. Des exemples de formage et d'impact montreront la faisabilité de la méthodologie.

## 2 Formulation EF de l'élément solide-coque 3D

### 2.1. Cinématique du modèle

On considère une coque d'épaisseur variable  $h(\zeta)$ . La géométrie de l'élément solide-coque 3D est définie à partir d'une surface moyenne et d'une direction 'fibre épaisseur', représentée par le vecteur  $\bar{V}_1$  (figure 1).

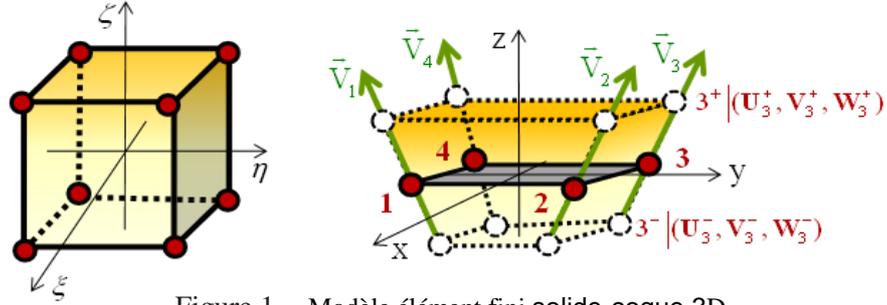


Figure.1. Modèle élément fini solide-coque 3D

Nous rappelons brièvement dans cette section la formulation de l'élément coque-solide à huit nœuds. Les vecteurs position  $X$  et déplacement  $U$  d'un nœud de la surface moyenne sont défini par :

$$X(\xi, \eta, \zeta) = X_0(\xi, \eta) + \zeta X_n(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \left[ \frac{1-\zeta}{2} X_i^- + \frac{1+\zeta}{2} X_i^+ \right] \quad (1)$$

$$U(\xi, \eta, \zeta) = U_0(\xi, \eta) + \zeta U_n(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \left[ \frac{1-\zeta}{2} U_i^- + \frac{1+\zeta}{2} U_i^+ \right] \quad (2)$$

Les  $N_i$  étant les fonctions d'interpolation bilinéaire du quadrangle représentant la surface moyenne.  $X_i^-, U_i^-$  et  $X_i^+, U_i^+$  sont respectivement les vecteurs position et déplacement du  $i$ ème nœud des surfaces inférieure et supérieures de l'hexaèdre.

Pour décrire la déformation en un point matériel, on exprime le tenseur gradient de la déformation dans la base covariante comme :

$$dx_q = F d\xi \quad (3)$$

On définit également une base orthonormée  $Q_\zeta$  pour assurer le passage du repère curviligne au repère global

$$dx = Q_\zeta ds \quad (4)$$

L'élément différentiel du vecteur déplacement d'un point quelconque de la coque exprimé dans la base curviligne sera alors

$$du = L_\zeta d\xi \quad (5)$$

Le passage de la base curviligne à la base cartésienne sera donné par:

$$L = L_\zeta F_\zeta^{-1} \quad (6)$$

avec  $L_\zeta$  et  $L$ , les tenseurs gradients de déplacements exprimés respectivement dans les repères cartésien et paramétrique. Dans la base curviligne déformée, le tenseur gradient de déplacements dans la base curviligne déformée  $L_t$  s'écrit :

$$L_t = Q_\zeta^T L Q_\zeta \quad (7)$$

Pour la mesure de grandes déformations en transformations finies, nous utilisons la décomposition polaire classique du tenseur gradient de déformations

$$F = RU \quad (8)$$

où  $R$  est le tenseur de rotation orthogonal et  $U$  le tenseur de déformations pures droit. Le tenseur de déformations de Cauchy-Green droit  $C$  sera enfin :

$$C = F^T F = U^2 \quad (9)$$

## 2.2. Relations constitutives et formulation variationnelle

Dans cette étude on privilégie la Formulation Lagrangienne Actualisée à chaque Itération (FLAI), qui utilise la dernière configuration  $C^i$  connue prise comme référence de mesure. L'expression du principe des travaux virtuels (PTV) qui exprime l'équilibre de la tôle déformée à l'instant  $t$  est donnée par :

$$W = \int_V (\delta L : S) dv - \int_S \delta \mathbf{u} \mathbf{f} ds = 0 \quad \forall \delta \mathbf{u} \text{ C.A.} \quad (10)$$

avec  $V$  le volume final de la structure,  $S$  le tenseur de contraintes de Cauchy,  $\mathbf{f}$  le vecteur des forces externes,  $\delta \mathbf{u}$  le vecteur des déplacements virtuels. Pour la mesure de contraintes, nous utilisons une loi de comportement élastoplastique, où l'incrément de contraintes objectif est calculé à chaque pas de temps par :

$$\hat{S} = H_{ep} D \quad (11)$$

avec  $H_{ep}$  l'opérateur élasto-plastique tangent calculée en utilisant l'hypothèse de déformations planes.  $\hat{S}$  est le tenseur taux de contraintes de Jaumann, dont l'expression à l'instant  $t$  est :

$$\hat{S} = \dot{S} - WS + SW \quad (12)$$

L'actualisation des contraintes à chaque pas se fait en éliminant les mouvements de corps rigides

$$S^{t+\Delta t} = \Delta R^T S_R^{t+\Delta t} \Delta R \quad (13)$$

avec à chaque incrément de temps  $\Delta F = \Delta R \Delta U$ . Le calcul de l'accroissement de contrainte se fait par algorithme de retour radial qui après intégration donne

$$\Delta \hat{S}_R = H(\Delta E - \Delta E^p) \quad (14)$$

## 2.3. Traitement du blocage numérique

Pour cette version monolithique de notre élément solide-coque 3D, Nous utilisons un schéma de type Gauss complet avec  $2 \times 2 \times 2$  points pour faire l'intégration numérique des différents termes. Néanmoins, en utilisant ce type d'intégration pour approcher la solution de formulation variationnelle, sans aucune modification, l'élément présente des phénomènes indésirables qui peuvent se produire lors de sa mise en œuvre numérique (blocages en cisaillement, en épaisseur et trapézoïdal). Les remèdes proposés contre les blocages numériques des éléments solides-coques sont basés généralement sur des techniques appropriées aux éléments volumiques et coques classiques qui peuvent être revisités et enrichies par de nouvelles améliorations. Pour réduire le blocage en cisaillement nous utilisons la méthode de déformations de substitutions 'ANS'. un enrichissement de la déformation normale transverse par une contribution linéaire en  $z$  est utilisé pour réduire blocage en épaisseur. Le blocage trapézoïdal, quant à lui, peut être réduit en faisant une interpolation bilinéaire (lissage) des contraintes normales transversales.

## 2.4. Modèle solide-coque multicouches 3D

En se basant sur le modèle solide-coque monolithique 3D présenté, un modèle solide-coque 3D monocouche équivalente destiné à l'analyse globale des stratifiés a été développé, Cet élément est formulé en suivant une démarche purement tridimensionnelle qui consiste à intégrer l'empilement des plusieurs couches directement dans un seul élément dans l'épaisseur de la coque (voir figure 2). Cette approche se trouve être similaire à celle communément utilisée pour l'intégration de la plasticité. L'élément est un hexaèdre à huit nœuds ayant chacun trois degrés de liberté de déplacement. Le nombre de ces degrés de liberté ne dépend pas du nombre de couches. Le cisaillement transverse peut être pris en compte à travers l'inclinaison de la section transverse. On suppose que l'adhérence entre les couches soit parfaite, la coque peut présenter une dissymétrie tant géométrique que matérielle dans l'épaisseur.

Pour chaque couche de la coque, tous les opérateurs élémentaires sont reportés à sa surface moyenne pour procéder à l'intégration numérique. En suivant la direction  $\zeta$ , cette opération sera répétée pour chaque couche jusqu'à parcourir toute l'épaisseur de la structure

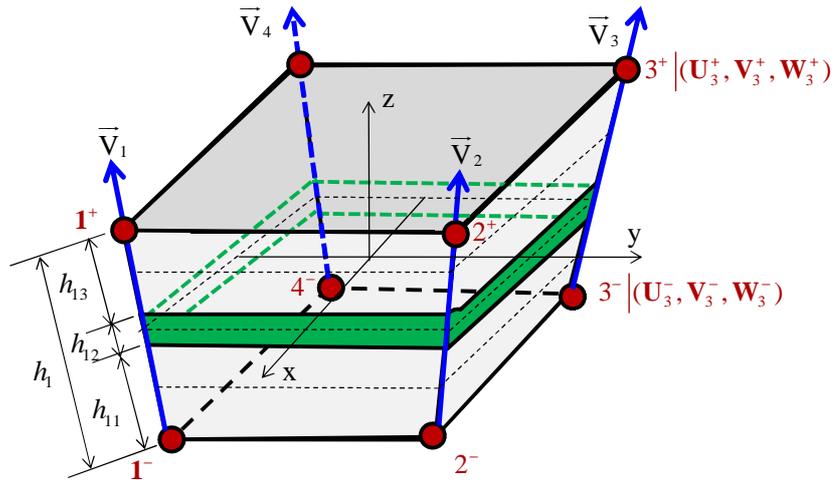


Figure.2. Modèle élément fini solide-coque multicouche

L'implémentation des différents éléments 3D présentés a été réalisée dans le code industriel LS-DYNA via la création et la validation des routines utilisateur (User Defined Element).

### 3 Résultats numériques de cas tests

Les modèle EF de type solide-coque développés ont été appliqués et validés lors de la modélisation en grandes transformations du formage et crash de structures isotrope et multi-matériau.

#### 3.1. Emboutissage d'une tôle sandwich

Ce premier exemple porte sur la simulation d'emboutissage en U d'une pièce en tôle sandwich (Acier/PVC/Acier). La validation des résultats de la simulation numérique sera effectuée par comparaison avec les résultats expérimentaux présentés dans [5]. L'outillage utilisé pour cette opération est composé d'une matrice, d'un poinçon et d'un serre-flan dont les géométries sont illustrées sur la figure 3 suivante. La force appliquée sur le serre-flan est de 1kN.

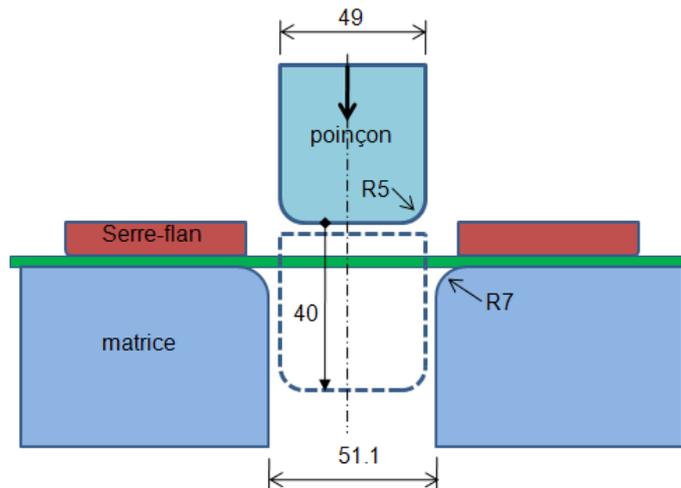


Figure.3. Données et outillage de l'emboutissage

Le flan utilisé au cours de cette opération de mise en forme est une tôle rectangulaire de longueur 195x20 mm<sup>2</sup>. Il s'agit d'une tôle sandwich constituée de deux parements en acier et d'une âme en polymère (PVC). La loi de comportement utilisée pour modéliser le matériau des parements est de type élastoplastique et peut être décrite par l'équation :  $\sigma_y = k\epsilon_p^n$ . La courbe contrainte - déformation vraie du PVC est donnée sur la figure 3.b. Les propriétés matérielles des différentes couches de la tôle

sandwich sont regroupées dans le tableau 1.

Tab. 1 – Données mécaniques de la tôle sandwich

Propriétés		Acier	PVC
Module de Young (GPa )	E	210	1.278
Coefficient de Poisson	$\nu$	0.3	0.33
Contrainte limite d'élasticité (MPa) $\sigma_y$		248.4	32.3
Module d'écroutissage (MPa)	k	630	-
Exposant d'écroutissage	n	0.19	-
Densité (Kg/m3)	$\rho$	78500	1000

Pour des raisons de symétrie, seul la moitié de la tôle est modélisé. Les conditions aux limites de symétrie sont alors imposées. La simulation d'emboutissage est faite avec le code LS-DYNA. Le flan est modélisé en utilisant notre élément solide-coque avec un seul élément multicouche dans l'épaisseur. Un maillage régulier d'éléments hexaédriques de taille élémentaire d'environ 2 mm est utilisé. L'outillage est considéré comme surfaces rigides et modélisé par des éléments de coque. Le modèle de frottement utilisé entre l'outillage et le flan est de type Coulomb. Lors de la mise en forme, une bonne lubrification des outils a été réalisée, donc le coefficient de frottement estimé pour ce calcul est de 0,08. La vitesse de descente du poinçon est de 1 mm/s pour une course de 40 mm.

En fin d'emboutissage et après retrait des outils, la tôle se relâche (retour élastique) et prend une forme similaire à celle donnée sur la figure 4.a qui est due aux contraintes résiduelles d'emboutissage. Le but de cette section est de modéliser les deux phases : celle d'emboutissage et du retour élastique afin d'estimer par notre modèle l'angle d'ouverture  $\Delta\theta$  de la tôle en forme de U mesurée comme le montre la figure 4.a. La phase de retour élastique est modélisée en statique implicite pour éviter les oscillations. Durant le calcul de cette phase, aucune véritable gestion des contacts flan/outils n'est prise en compte et des conditions aux limites de blocage isostatique sont appliquées au flan pour éviter les mouvements de corps rigides. Une épaisseur de 0.22 mm est gardée constante pour chacun des parements, cependant l'épaisseur du cœur du sandwich  $h_c$  varie et prend les valeurs de 0.3, 0.4, 0.5 et 0.8 mm afin d'étudier l'influence de cette variation sur le retour élastique de la tôle en terme d'angle d'ouverture  $\Delta\theta$ . Pour les différentes épaisseurs du cœur utilisées, les mêmes conditions du problème sont gardées. Pour ces différents cas étudiés, la Figure 5.a montre la comparaison entre les valeurs d'angle d'ouverture  $\Delta\theta$  obtenues par la simulation utilisant notre modèle solide-coque multicouche à ceux obtenues expérimentalement et présentées dans [5].

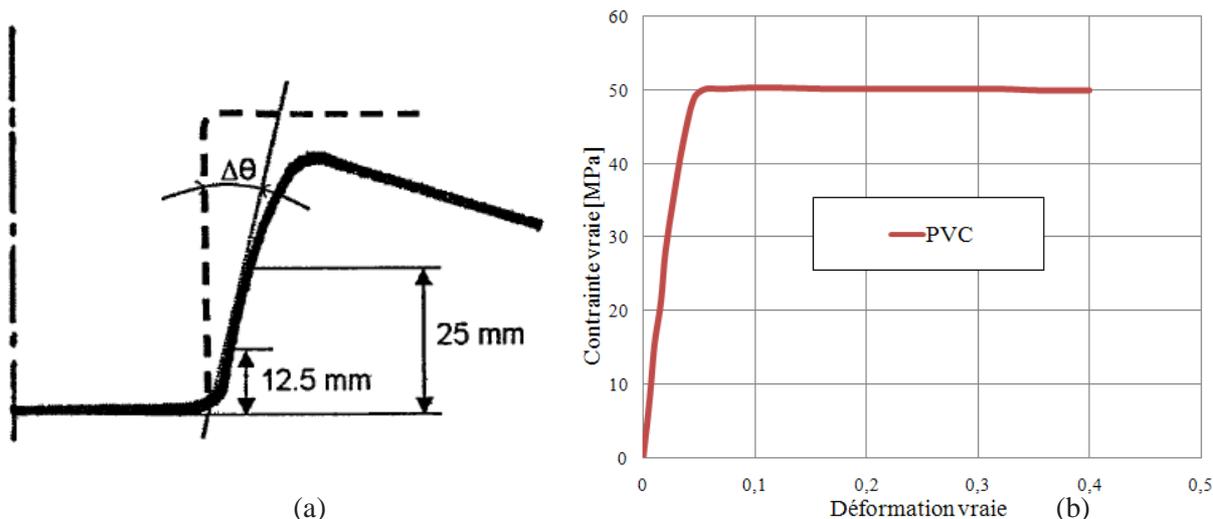


Figure.4. (a) Profil du "U" après retrait d'outils et mesure d'angle d'ouverture du retour élastique. (b) Courbe contrainte vraie - déformation vraie du PVC.

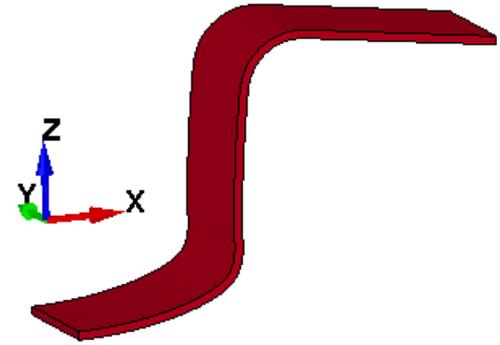
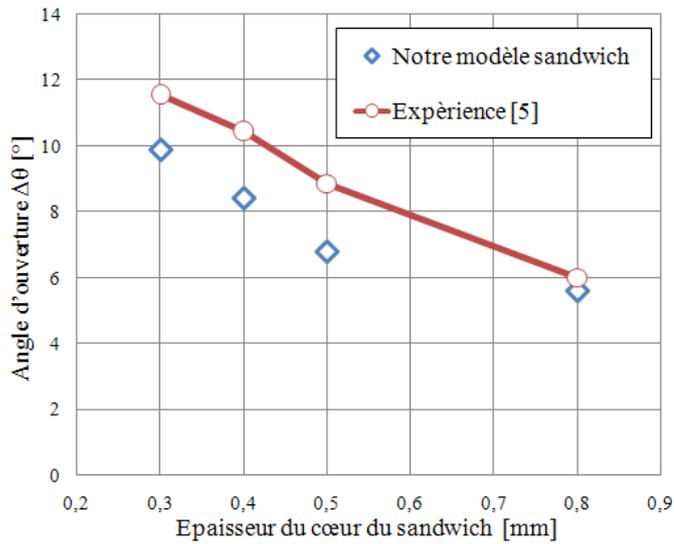


Figure.5. (a) Comparaison entre résultats d'ouverture de la tôle en fonction de l'épaisseur du cœur du sandwich. (b) Embouti après retrait d'outils ( $h_c = 0.4\text{mm}$ ).

La comparaison entre les résultats de simulations et expérimentaux montre que notre modèle prédit bien l'effet du retour élastique et cela implique une bonne estimation de la distribution des contraintes en fin d'emboutissage.

### 3.2. Écrasement d'une structure tubulaire

Un tube rectangulaire symétrique est impacté par un mur rigide de 800 kg propulsé avec une vitesse initiale de  $V_0 = 8.94 \text{ m/s}$  pendant 15 ms. Le comportement du matériau est décrit par le modèle de Swift couplé à celui de Cowper-Symonds généralisé pour tenir compte de la sensibilité à la vitesse de déformation. Ce test est présenté par John D. Reid [6]. Les données géométriques et matérielles du problème sont données dans [7]. En raison de la symétrie du problème, pour diminuer le temps du calcul, seulement un quart du tube est modélisé et les conditions aux limites de symétrie sont alors imposées. Les simulations numériques de crash sont réalisées en utilisant notre modèle solide coque 3D avec une taille de maille de dimensions d'environ  $8 \times 8 \text{ mm}^2$  et un seul élément dans l'épaisseur (467 élément hexaédrique au total pour un quart du tube). Une faible épaisseur de 0.5 mm est utilisée. La réponse de notre modèle solide coque est comparée à celle obtenue par les modèles du code de calcul LS-DYNA en termes d'énergie interne et d'effort normal d'écrasement.

L'encastrement de la structure est simulé en bloquant tous les degrés de libertés de la première rangée de nœuds située du côté opposé à la face impactée. Le coefficient de frottement  $\mu$  de contact de la tôle sur elle-même est de 0.08.

Afin d'obtenir un écrasement stable, c'est-à-dire une formation successive de lobes au cours de l'écrasement, des imperfections géométriques sont introduites. Cela consiste à introduire des déclencheurs géométriques (trous et imperfections) sur les côtés du tube impacté (voir figure 6.a).

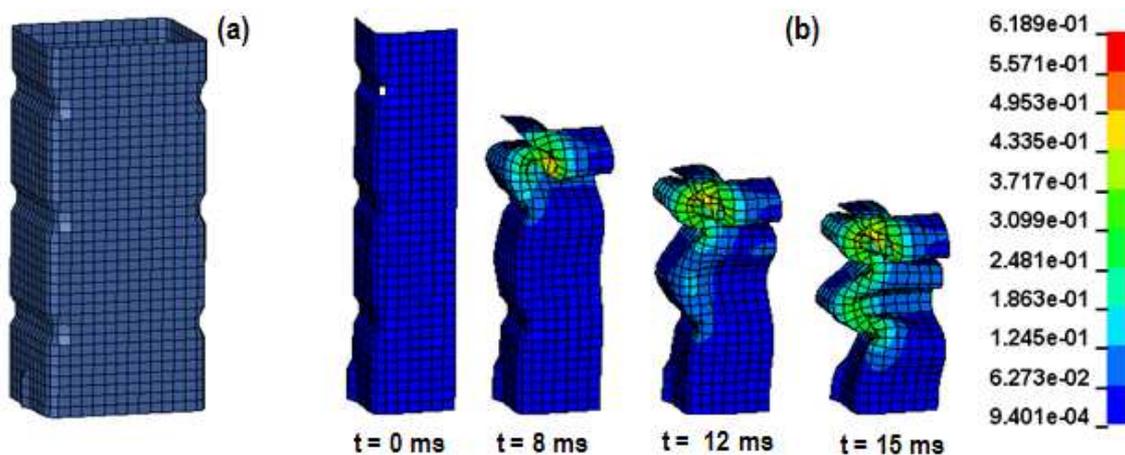


Figure.6. tube rectangulaire complet (maillage et déclencheurs géométriques), (b) Déformation plastique équivalente au cours de l'écrasement (notre modèle solide-coque).

La figure 6.b présente la déformation plastique équivalente au cours de l'écrasement, on peut observer les zones de plastification et l'apparition des lobes du côté de l'impact avec un mode de flambage un peu symétrique.

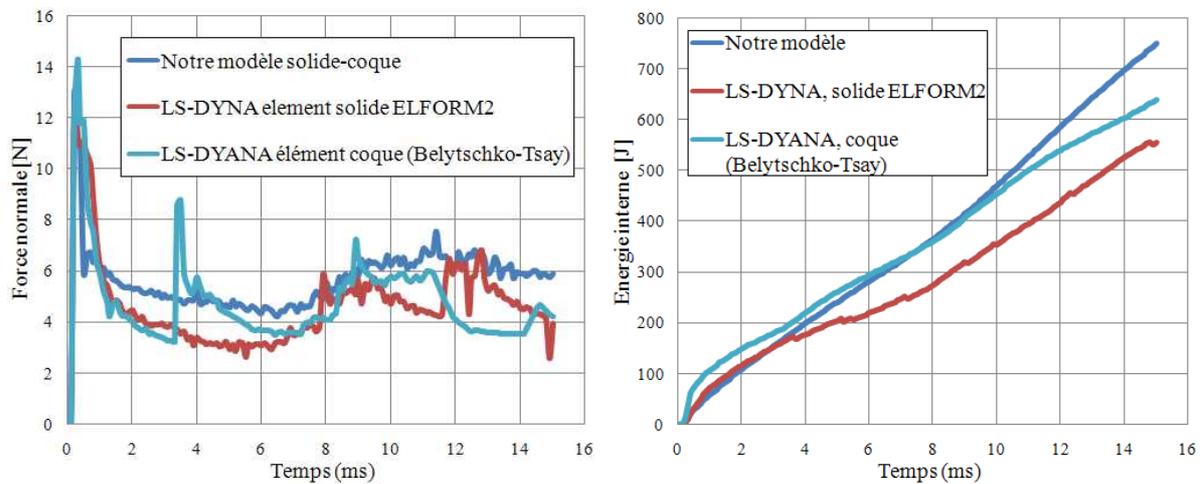


Figure.7. Evolution de la force normale (a) et de l'énergie interne (b) de la structure tubulaire en fonction du temps : comparaison entre la réponse de notre modèle solide-coque et celles obtenues par des modèles du code de calcul LS-DYNA (référence).

Nous remarquons que les résultats des simulations numériques obtenus par notre modèle solide-coque semblent être en meilleur accord général avec ceux de LS-DYNA tant au niveau de l'effort d'écrasement qu'au niveau de l'énergie interne.

## 2. Discussions et conclusions

Dans ce travail un élément fini solide-coque 3D en versions monolithique et multicouche a été formulé et implanté dans le code de calcul LS-DYNA pour des applications en grande transformations tels que la mise en forme par emboutissage et l'impact de tôles. La formulation du modèle consiste à prendre en compte les contraintes de CT ainsi que la contrainte normale nécessaire pour modéliser efficacement le comportement de tôles minces pour des problèmes fortement non linéaires.

Des tests de validation sur des tôles isotropes ou stratifiés, montrent que la version actuelle du modèle solide-coque utilisant un schéma de type Gauss complet se comporte de façon relativement satisfaisante. Cependant, cette méthode peut devenir très coûteuse en temps de calcul surtout quand le nombre de degrés de liberté grandit donc inapplicable à des applications industrielles complexes. D'autres améliorations sont en cours d'étude, elles consistent à l'utilisation d'une intégration réduite dans le plan avec contrôle des modes à énergie nulle (hourglass) qui seront présentés dans de travaux futurs.

## Références

- [1] T. Eisenhour, "*Experimental and numerical investigation of the bending characteristics of laminated steel*", University de Notre Dame Thèse de Doctorat, 2007.
- [2] X. Xiao, C. Hsiung, et Z. Zhao, "*Analysis and modeling of flexural deformation of laminated steel*", International Journal of Mechanical Sciences, vol. 50, pp. 69-82, 2008.
- [3] M. Hannachi, "*Formulation d'éléments finis volumiques adaptés à l'analyse, linéaire et non linéaire, et à l'optimisation de coques isotropes et composites*", UTC, Thèse de Doctorat, 2007.
- [4] M. Schwarze et S. Reese, "*A reduced integration solid-shell finite element based on the EAS and the ANS concept - large deformation problems*", IJNME, DOI: 10.1002/nme.2966, 2010.

- [5] M. Weiss, B. Rolfe, M. Dingle, et P. Hodgson, "*The influence of interlayer thickness and properties on springback of sps- (steel/polymer/steel) laminates*", Steel Grips (Suppl. Metal Forming 2004), 2,445-449, 2004.
- [6] John D. Reid, "*ls-dyna exemple manual*", Livermore Software Technology Corporation (LSTC), March 1998.
- [7] Site internet d'exemple LS-DYNA consulté en 2011: <http://www.dynaexamples.com/intro-by-j.-reid/symtube>.  
M. Weiss, B. Rolfe, M. Dingle, et P. Hodgson, "*The influence of interlayer thickness and properties on springback of sps- (steel/polymer/steel) laminates*", Steel Grips (Suppl. Metal Forming 2004), 2,445-449, 2004.