

Méthode Asymptotique Numérique adaptative pour la dynamique transitoire non-linéaire

S. Baguet¹, B. Cochelin²

¹ Université de Lyon, CNRS, INSA-Lyon, LaMCoS UMR5259, France, sebastien.baguet@insa-lyon.fr

² LMA, Ecole Centrale de Marseille, France, bruno.cochelin@ec-marseille.fr

Résumé — Cet article décrit le couplage de la Méthode Asymptotique Numérique (MAN) avec un schéma d'intégration temporelle permettant la dissipation numérique des hautes fréquences tout en conservant les moments linéaires et angulaires. Différentes stratégies sont présentées afin d'optimiser l'efficacité de la méthode proposée, dont l'adaptation de l'ordre des séries de la MAN à chaque pas de temps. L'algorithme obtenu est appliqué à des structures discrétisées par éléments-finis en non linéaire géométrique.

Mots clés — Méthode Asymptotique Numérique, élastodynamique non linéaire, algorithme transitoire adaptatif, éléments finis.

1 Introduction

De nombreux schémas d'intégration temporelle pour la dynamique non linéaire ont été développés depuis les travaux de Newmark. Les plus récents permettent d'introduire de la dissipation numérique pour contrôler les hautes fréquences susceptibles de provoquer des oscillations non physiques tout en conservant les moments linéaires et angulaires [1]. On se propose ici de coupler ces schémas à la Méthode Asymptotique Numérique et de développer un algorithme adaptatif permettant de résoudre de manière efficace et robuste des problèmes d'élastodynamique non linéaires.

2 Description de la méthode

2.1 Méthode Asymptotique Numérique pour l'élastodynamique non linéaire

Après discrétisation spatiale par éléments finis, l'utilisation de la *Generalized Energy-Momentum Method* [1] conduit aux équations du mouvement écrites au point milieu généralisé

$$M\ddot{u}_{n+1-\alpha_m} + C\dot{u}_{n+1-\alpha_f} + \int_{\Omega} B(u_{n+1-\alpha_f})S_{n+1-\alpha_f+\xi}d\Omega = F(t_{n+1-\alpha_f}) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} S_{n+1-\alpha_f+\xi} &= (1 - \alpha_f + \xi)S(u_{n+1}) + (\alpha_f - \xi)S(u_n) \\ \ddot{u}_{n+1-\alpha_m} &= (1 - \alpha_m)\ddot{u}_{n+1} + \alpha_m\ddot{u}_n & \dot{u}_{n+1-\alpha_f} &= (1 - \alpha_f)\dot{u}_{n+1} + \alpha_f\dot{u}_n \\ u_{n+1-\alpha_f} &= (1 - \alpha_f)u_{n+1} + \alpha_fu_n & t_{n+1-\alpha_f} &= (1 - \alpha_f)t_{n+1} + \alpha_ft_n \end{aligned} \quad (2)$$

où les coefficients α_m , α_f et ξ permettent de régler le taux de dissipation numérique de l'algorithme. Les inconnues \ddot{u}_{n+1} et \dot{u}_{n+1} sont éliminées à l'aide des approximations classiques de Newmark, ce qui conduit à un système non linéaire dont les inconnues sont les déplacements u_{n+1} . On pose alors

$$u_{n+1} = u_n + \Delta u \quad S_{n+1} = S_n + \Delta S \quad (3)$$

et on remplace les équations (2) et (3) dans les équations du mouvement (1). On utilise ensuite une technique d'homotopie [2, 3] en introduisant un paramètre $\varepsilon \in [0, 1]$ qui permet de passer d'un problème linéaire pour $\varepsilon = 0$ au problème non linéaire considéré pour $\varepsilon = 1$. On cherche ensuite les incréments de déplacement et de contrainte sous la forme d'une série entière fonction du paramètre ε

$$\Delta u = \Delta u_1 + \varepsilon\Delta u_2 + \varepsilon^2\Delta u_3 + \dots + \varepsilon^{p-1}\Delta u_p \quad \Delta S = \Delta S_1 + \varepsilon\Delta S_2 + \varepsilon^2\Delta S_3 + \dots + \varepsilon^{p-1}\Delta S_p \quad (4)$$

En injectant ces développements en série dans les équations obtenues par homotopie, on transforme le problème non linéaire en une succession de problèmes linéaires possédant tous la même matrice tangente, dépendant les uns des autres de manière récursive, et dont la résolution fournit les coefficients des séries pour le pas de temps considéré [4].

2.2 Algorithme adaptatif

Pour des problèmes faiblement non linéaires, il est possible d'adapter l'algorithme pour conserver la même matrice tangente pendant plusieurs pas de temps afin de réduire le coût de calcul [3]. Pour les problèmes fortement non linéaires, il est plus judicieux d'actualiser la matrice tangente à chaque pas de temps et d'adapter l'ordre p des séries (4) au cours du temps. Ainsi, on calcule plus ou moins de termes selon la difficulté du problème à chaque instant.

3 Application

On s'intéresse au mouvement dans l'espace d'une réglette mince. Sous l'effet de l'impulsion présentée dans la Figure 1, la réglette subit des déformations complexes combinées à un mouvement de translation et de rotation. La réglette est discrétisée à l'aide de 30 éléments finis de coque (Reissner-Midlin) quadratiques à 8 nœuds permettant les grands déplacements et les grandes rotations, ainsi que la dilatation de l'épaisseur [1]. Les calculs sont menés avec $\alpha_m = 0.46$, $\alpha_f = 0.487$, $\gamma = 0.526$, $\beta = 0.263$ et $\xi = 0$, de façon à introduire une légère dissipation numérique. Les résultats présentés dans la Figure 2 mettent en évidence cette dissipation de l'énergie totale, ainsi que l'adaptation de l'ordre des séries au cours du temps.

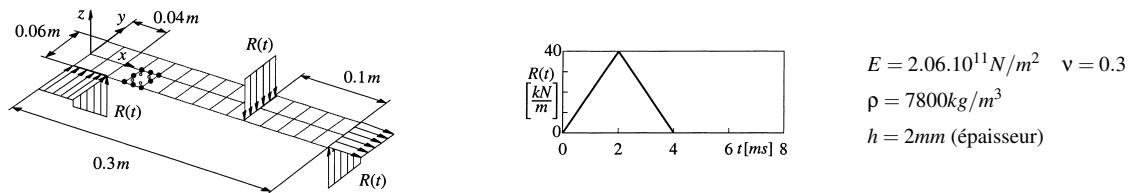


FIG. 1 – Réglette - géométrie, chargement, matériau.

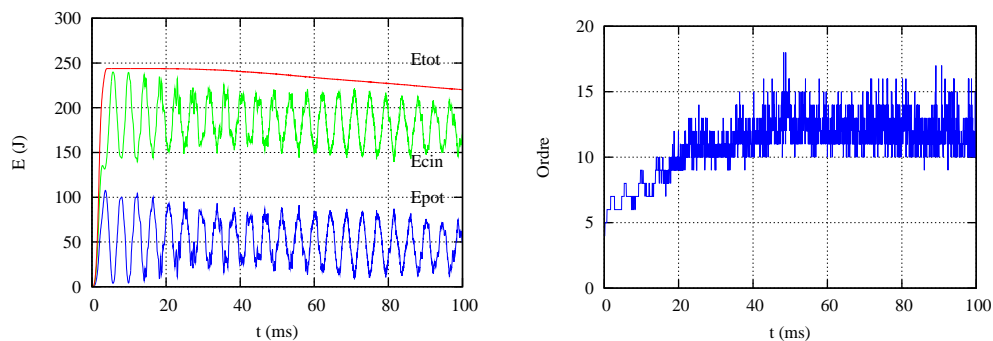


FIG. 2 – Réglette - Évolution de l'énergie et adaptation de l'ordre de la MAN au cours du temps.

Références

- [1] D. Kuhl, E. Ramm. *Generalized Energy-Momentum Method for non-linear adaptive shell dynamics*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 178, 343-366, 1999.
- [2] B. Cochelin, C. Compain. *An asymptotic numerical method for nonlinear transient dynamics*, Revue Européenne des Eléments Finis 3, 113-128, 2000.
- [3] M. Jamal, B. Braikat, S. Boutmir, N. Damil, M. Potier-Ferry. *A high order implicit algorithm for solving instationary non-linear problems*, Computational Mechanics 28, 375-380, 2002.
- [4] B. Cochelin, N. Damil, M. Potier-Ferry. *Méthode Asymptotique Numérique*, Collection methodes numeriques, Hermes Sciences, 2007.