



HAL
open science

Comparaison de codes externes de couplage basés sur quatre méthodes de décomposition de sous domaines

Anis Batti, Michael Brun, Alain Combescure, Anthony Gravouil

► To cite this version:

Anis Batti, Michael Brun, Alain Combescure, Anthony Gravouil. Comparaison de codes externes de couplage basés sur quatre méthodes de décomposition de sous domaines. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.1-6. hal-00592801

HAL Id: hal-00592801

<https://hal.science/hal-00592801>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Comparaison de codes externes de couplage basés sur quatre méthodes de décomposition de sous-domaines

A. Batti¹, M. Brun², A. Combescure¹,
A. Gravouil¹

¹ LaMCoS, INSA Lyon, France, Anis.Batti@insa-lyon.fr

² LGCIE, INSA Lyon, France, Michael.Brun@insa-lyon.fr

Résumé — Une comparaison de codes externes de couplage de plusieurs codes Eléments Finis Explicites et Implicites basés sur des méthodes monolithiques de décomposition de sous-domaines est proposée. Dans la littérature, ces méthodes sont nommées GC, PH, MGC et GC+. Ces méthodes de décomposition de sous-domaines puis les quatre coupleurs externes associés sont présentés dans le cas multi échelle en temps. Les avantages et inconvénients de ces méthodes utilisées dans le cadre du couplage externe de codes sont discutés. Finalement, un exemple numérique est présenté.

Mots clefs — Décomposition de sous-domaines, Codes externes de couplage, Eléments Finis.

1 Introduction

Afin de simuler le comportement mécanique d'une structure discrétisée en espace selon la méthode EF, il est intéressant de décomposer le maillage complet en plusieurs sous-domaines avec une taille d'élément de maillage appropriée et un pas de temps approprié pour chaque sous-domaine ayant son propre schéma numérique temporel. L'idée de base est de focaliser l'effort de résolution numérique sur des zones connues pour rencontrer des phénomènes non linéaires (zone d'impact par exemple) en utilisant un maillage EF fin ainsi qu'un petit pas de temps. Pour cette partie de la structure, une formulation en temps explicite est évidemment requise, alors que pour les autres parties, un maillage grossier est suffisant ainsi qu'un pas de temps relativement grand et que une utilisation d'une formulation temporelle implicite.

Le principal objectif est d'augmenter l'efficacité numérique sans altérer la qualité de la réponse dynamique de la structure.

De nombreuses méthodes existent pour décomposer la structure globale en sous-domaines. Deux classes de méthodes sont disponibles. La première classe nommée méthodes de partitionnement qui est la plus populaire (car non intrusif) a été utilisée intensivement pour l'interaction fluide structure. Les dernières versions (Piperno [1]) proposent des schémas qui donnent d'excellentes propriétés de conservation énergétique à l'interface. Une synthèse intéressante des résultats les plus récents peuvent être trouvés dans Fahrat [2]. La seconde classe est appelée les résolutions monolithiques [3]. La méthode GC appartient à cette classe de méthodes et a été proposé par Gravouil et Combescure pour des schémas temporels de Newmark en dynamique linéaire [4] et, ensuite, étendu à la dynamique non linéaire [5], à la dynamique non linéaire explicite [6], au couplage modal de sous-domaines [7] ou à des techniques de raffinement spatiotemporelles automatiques [8]. Il a été démontré que la méthode GC produit une certaine dissipation d'énergie à l'interface entre les sous-domaines dans le cas de pas de temps incompatibles. Prakash et Hjelmstad [9] ont proposé un algorithme plus complexe (méthode PH) sans dissipation à l'interface. Puis, Mahjoubi, Gravouil et Combescure [10, 11] ont proposé une méthode générale (méthode MGC) qui assure que l'énergie dissipée reste égale à zéro durant le temps de calcul pour tous les intégrateurs temporels. Cette méthode est capable de coupler les schémas temporels de Simo, Krenk, Verlet, HHT et de Newmark avec des pas de temps différents. La méthode GC a été améliorée et la méthode ainsi obtenue s'appelle la méthode GC+ qui conserve l'énergie d'interface comme le font les méthodes PH et MGC.

Dans la première section de cet article, les algorithmes des quatre méthodes de décomposition de sous-domaines GC, PH, MGC et GC+ seront présentés. Puis, nous expliquerons comment chacune des quatre méthodes de décomposition de sous-domaines, permettent de construire un coupleur externe de codes. Dans la troisième section, les avantages et inconvénients des quatre coupleurs externes de codes obtenus seront comparés. Finalement, quelques exemples numériques montreront l'efficacité de ces coupleurs.

2 Quatre méthodes de décomposition de sous-domaines (GC, PH, MGC et GC+)

Tout d'abord, les équations principales d'une méthode de décomposition de sous-domaines sont présentées dans le cas mono échelle en temps. Ensuite, une brève description des quatre méthodes GC, PH, MGC et GC+ est donnée dans le cas de deux sous-domaines avec des échelles temporelles différentes.

2.1 Principe général d'une méthode de décomposition de sous-domaines

Le problème complet en dynamique transitoire est le problème suivant :

$$Ma = F_{ext} - F_{int} \quad (1)$$

Le principe de base d'une méthode de décomposition de sous-domaines est de diviser la solution en deux parties: la solution *free* et la solution *link*. La solution *free* correspond au comportement d'un sous-domaine seul sans considérer ses liaisons avec les autres sous-domaines. La solution *link* correspond au comportement d'un sous-domaine lié aux autres. L'équation d'équilibre en dynamique de chaque sous-domaine k s'écrit:

$$M_k a^k = F_{ext}^k - F_{int}^k + F_{link}^k \quad \forall k \in \{1, s\} \quad (2)$$

Le problème initial peut être décomposé en deux parties avec un terme *free* et un terme *link* et peut ainsi être réécrit sous la forme d'un système découplé :

$$\begin{aligned} M_k a_{free}^k &= F_{ext}^k - F_{int}^k \\ M_k a_{link}^k &= F_{link}^k \quad \forall k \in \{1, s\} \\ a_{complete}^k &= a_{link}^k + a_{free}^k \end{aligned} \quad (3)$$

La méthode peut être résumée par l'algorithme suivant avec s sous-domaines et un pas de temps constant Δt :

a) Résolution du problème *free* de chaque sous-domaine k assumant un comportement linéaire:

$$(M_k + \beta_k \Delta t_k^2 K_k) a_{free}^k = F_{ext}^k - K_k ({}^p u^k) \quad (4)$$

b) Résolution du problème global d'interface afin d'obtenir les multiplicateurs de Lagrange Λ :

$$H \Lambda = B \quad (5)$$

où H est la matrice de masse condensée à l'interface

$$H = \sum_{k=1}^s \gamma_k \Delta t_k L^k (M_k + \beta_k \Delta t_k^2 K_k)^{-1} L^{kT} \quad (6)$$

et B est le vecteur déduit à partir de la solution *free*

$$B = -\sum_{k=1}^s L^k v_{free}^k \quad (7)$$

et L sont les matrices de liaison associées aux déplacements contraints (contraintes cinématiques à l'interface pour effectuer un collage des vitesses entre les sous-domaines).

c) Résolution du problème link de chaque sous-domaine k :

$$(M_k + \beta_k \Delta t_k^2 K_k) a_{link}^k = L^{kT} A \quad (8)$$

d) Obtention de la solution complète en additionnant la solution *free* et la partie link

$$\begin{aligned} a^k &= a_{free}^k + a_{link}^k \\ v^k &= v_{free}^k + \gamma_k \Delta t_k v_{link}^k \\ u^k &= u_{free}^k + \beta_k \Delta t_k^2 u_{link}^k \end{aligned} \quad (9)$$

Il s'agit de l'algorithme général d'une méthode de décomposition de sous-domaines dans le cas où un pas de temps identique est appliqué à tous les sous-domaines de la structure.

2.2 Très brève description des méthodes GC, PH, MGC et GC+

La méthode GC est la méthode de décomposition de sous-domaines historique. La méthode PH est une méthode GC modifiée pour résoudre le problème de condensation à l'interface seulement une fois durant un macro pas de temps. La méthode MGC est une méthode générale qui résout l'équation d'équilibre au temps $t_{n+\gamma}$ et non pas au temps t_{n+1} comme les trois autres méthodes. La méthode GC+ est une méthode PH modifiée pour résoudre les problèmes *free* et *link* des codes couplés en parallèle.

3 Quatre coupleurs externes de codes basés sur les méthodes GC, PH, MGC et GC+.

Les tâches effectuées par le coupleur et par les codes couplés modélisant chacun un sous-domaine de la structure globale sont présentées et les différentes communications nécessaires entre le coupleur et les codes éléments finis de chaque sous-domaine sont détaillées: premièrement, dans le cas de la méthode GC, et puis, pour les trois autres méthodes (PH, MGC et GC+).

3.1 Coupleur de codes externe basé sur la méthode GC

La résolution numérique du sous-domaine A est prise en charge par le code implicite Castem [12] alors que le code explicite Europlexus [13] simule le comportement mécanique du sous-domaine B. Les tâches effectuées par les codes couplés Europlexus et Castem sont de résoudre leurs problèmes *free* respectifs, de transmettre les forces libres obtenues à la fin de chaque pas de temps au coupleur externe et ensuite de résoudre leurs problèmes *link* après avoir lu les forces de liaison à l'interface envoyées par le coupleur. De plus, les tâches réalisées par le coupleur externe de codes sont de lire les forces libres envoyées par les codes couplés, de résoudre le problème de condensation à l'interface pour obtenir les multiplicateurs de Lagrange et ensuite déterminer les forces de liaison et finalement envoyer aux codes couplés leurs forces de liaison respectives. Le coupleur externe de codes a aussi la tâche d'imposer un temps de synchronisation pour que le plus souvent possible, la résolution des sous-domaines modélisés par des codes couplés se fasse à un même instant. Les communications réalisées entre le coupleur et les codes couplés sont assurées par des fichiers pipe. Un pipeline consiste en une chaîne d'éléments arrangés de telle façon que la sortie de chaque élément est l'entrée du suivant. Son

nom provient d'une analogie avec un tuyau. Les intérêts des pipes sont les suivants: cet outil de communication est très rapide et n'utilise pas d'espace mémoire.

3.2 Coupleurs de codes externes basés sur les méthodes PH, MGC & GC+

La différence principale entre la méthode GC et les trois autres méthodes est que le problème de condensation est résolu seulement à la fin du macro pas de temps pour les méthodes PH, MGC & GC+. Dans la méthode GC, il n'y a qu'une seule boucle pour les résolutions des problèmes *free*, condensés et *link*. Pour les méthodes PH, MGC & GC+, il y a une boucle temporelle pour la résolution du problème *free*, puis le problème condensé est résolu suivi par une boucle pour la résolution *link* et finalement par une boucle de réactualisations. C'est pourquoi le code Europlexus simulant le sous-domaine B avec des micros pas de temps doit réaliser quelques sauvegardes et quelques réinitialisations de variables entre les différentes boucles temporelles effectuées par le logiciel.

3.3 Schémas des quatre coupleurs de codes externes

Dans la Figure 1, les différentes communications requises entre le coupleur de codes et les codes éléments finis sont présentées.

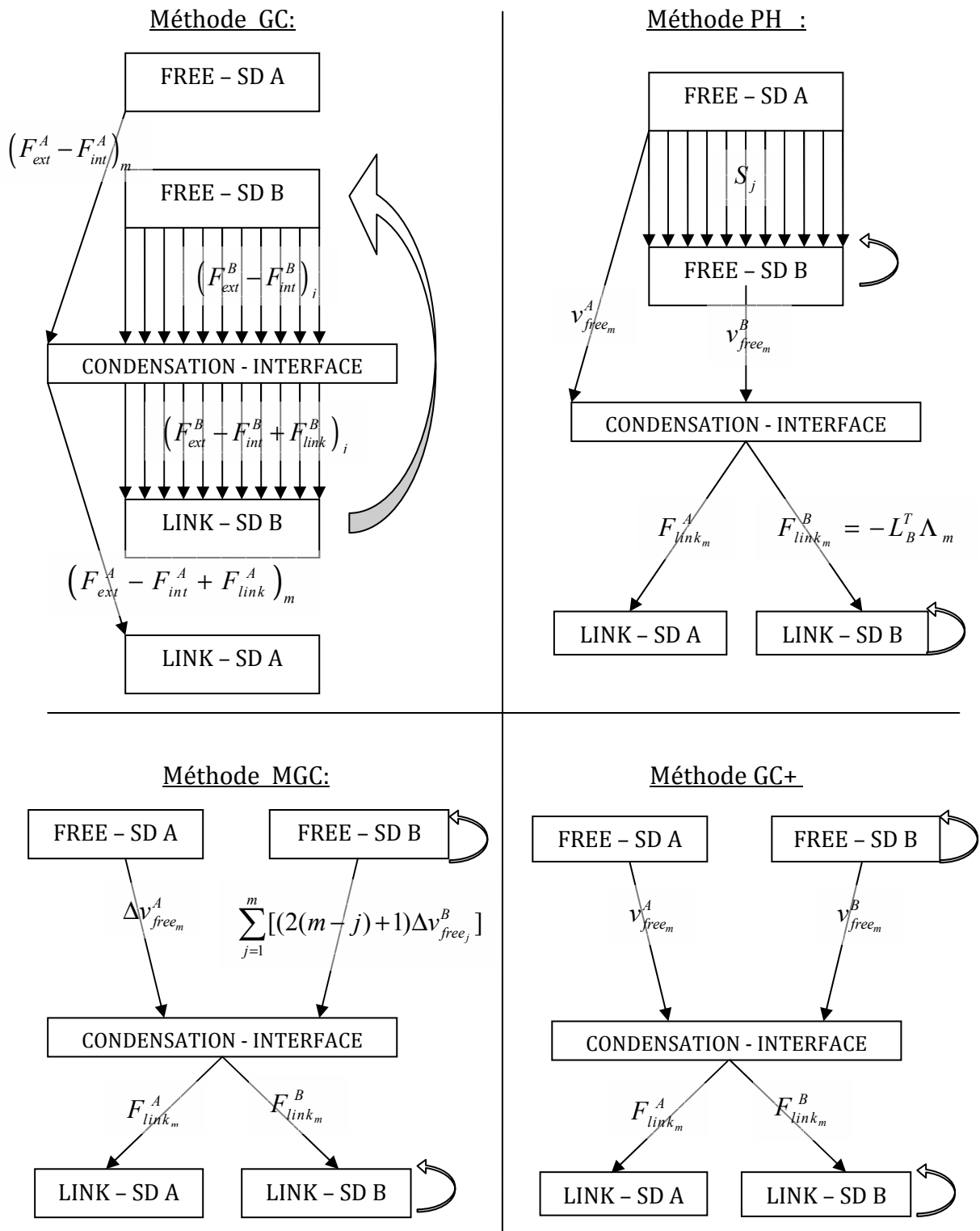


FIG. 1 – Schémas des communications entre les codes implicite et explicite et le coupleur pour les 4 méthodes

4 Comparaison des quatre méthodes GC, PH, MGC et GC+

D'après la Figure 1, il paraît évident que la méthode historique (méthode GC) est la méthode qui présente le plus d'inconvénients. Le principal désavantage est que le problème de condensation à

l'interface est résolu à chaque micro pas de temps explicite. Ainsi, de nombreuses communications sont alors requises entre le coupleur de codes et les codes couplés. Il y a de l'énergie dissipée à l'interface.

Ensuite, Prakash et al. (Méthode PH) ont modifié la méthode GC afin de l'améliorer en terme de dissipation d'énergie. La dépendance des résolutions des problèmes *free* reste un gros inconvénient que les méthodes suivantes ont évité.

Plus tard, une nouvelle méthode (méthode MGC) a été proposée par Mahjoubi, Gravouil et Combescure. Cette méthode est capable de coupler les schémas numériques en temps de Simo, Krenk, Verlet, HHT et Newmark et présente ainsi le grand avantage d'être générale. De plus, le nouvel avantage qu'offre la méthode MGC est la totale indépendance des résolutions des problèmes *free* et *link*. L'inconvénient de cette méthode est cependant d'être complexe.

Une nouvelle méthode de décomposition de domaines est maintenant proposée! Elle s'appelle GC+. C'est une méthode GC améliorée. Un avantage de cette méthode est d'être bien moins complexe que la méthode MGC mais a un inconvénient en comparaison de la méthode MGC: a priori, la méthode GC+ est limitée à coupler seulement des schémas numériques de Newmark.

5 Exemple numérique

L'exemple d'application est décrit dans la Figure 2. Une force évolutive est appliquée à l'extrémité de la poutre et l'autre extrémité est encastree. Les solutions obtenues avec les codes couplés implicite et explicite simulant les sous-domaines avec un rapport de pas de temps de 50 ($\Delta T_A = 5.0 \cdot 10^{-6} s$) ($\Delta T_B = 1.0 \cdot 10^{-7} s$) sont comparés pour les quatre coupleurs. Le maillage du sous-domaine gauche contient 50 éléments quadrilatéraux, alors que le sous-domaine droit est maillé avec 200 éléments quadrilatéraux et avec 15 éléments fins triangulaires le long de l'interface.

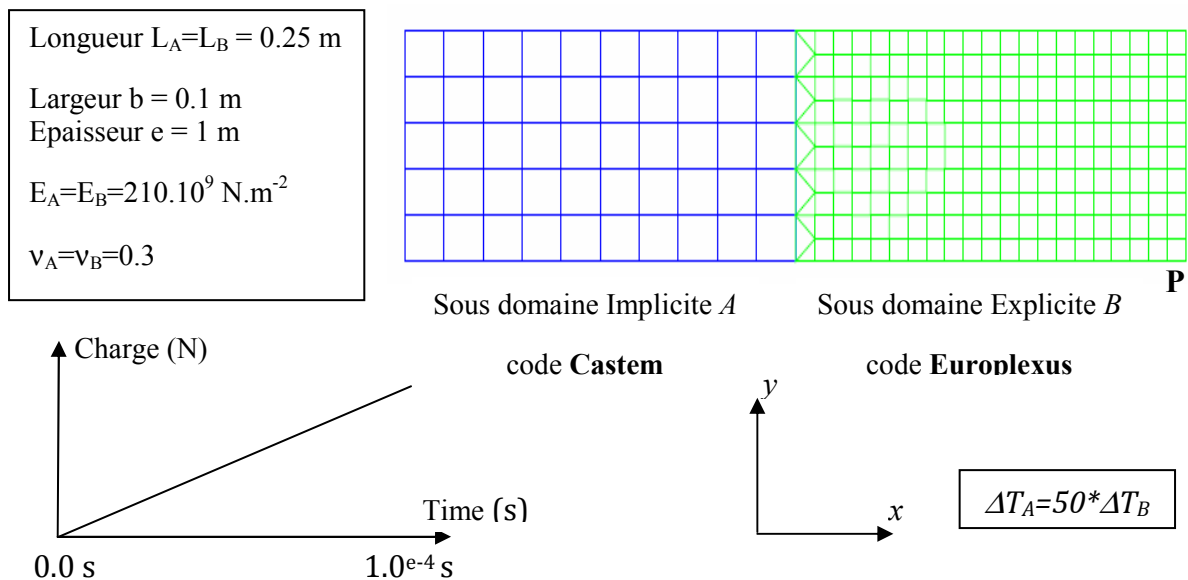


FIG. 2 – Définition de l'exemple numérique

Les évolutions temporelles du déplacement du point P calculé avec les quatre coupleurs externes de codes sont comparées dans la Figure 3.

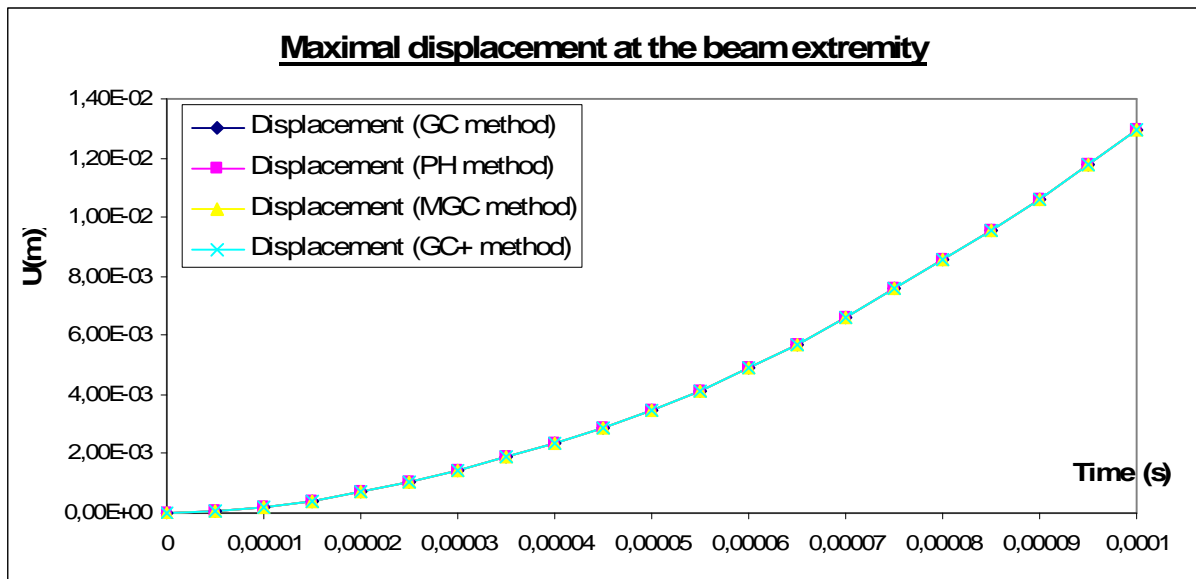


FIG. 3 – Comparaisons entre les réponses des quatre coupleurs.

On peut observer dans la Figure 3 que les résultats obtenus sont très proches pour les quatre méthodes de décomposition de sous-domaines GC, PH, MGC & GC+.

6 Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté les algorithmes de quatre méthodes de décomposition de sous-domaines GC, PH, MGC & GC+. Puis, nous avons proposé quatre coupleurs externes de codes correspondants. Les quatre coupleurs externes de codes que nous avons élaboré peuvent coupler le code implicite Castem2009 avec le code explicite Europlexus dans le cas multi échelle en temps. De plus, les avantages et inconvénients des quatre coupleurs ont été discutés. On a conclu que les deux méthodes les plus récentes (MGC & GC+) sont les plus intéressantes pour le couplage de codes externe et présentent le plus d'avantages en termes de conservation énergétique, de communications requises entre le coupleur et les codes couplés, d'indépendance des résolutions des parties FREE et LINK et en terme du nombre de résolutions de problèmes condensés à l'interface nécessaires durant un macro pas de temps implicite. La méthode MGC a la qualité d'être générale et est capable de coupler des codes éléments finis avec des intégrateurs numériques très hétérogène. La méthode GC+ semble être restreinte à utiliser seulement des schémas temporels numériques de Newmark mais présente l'avantage de nécessiter moins et de plus simples modifications à insérer dans les sources des codes couplés (Castem ou Europlexus ici).

Il est déjà possible d'utiliser la méthode de couplage GC pour des problèmes non linéaires. Mais dans la continuation de ce travail, il peut être intéressant d'étendre les trois autres coupleurs de codes externes PH, MGC & GC+ utilisés en multi échelle temporelle pour des problèmes de dynamique non linéaire transitoire.

Remerciements

La recherche menant à ces résultats a reçu un financement provenant de The European Community's Seventh Framework Programme FP7/2007-2013 sous le numéro d'agrément n°213371 (www.maaximus.eu).

Références

- [1] S. Piperno, C. Farhat, *Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems - Part II: Energy transfer analysis and three-dimensional applications*, Computer methods in applied mechanics and Engineering, 190(24-25), 3147-3170, 2001.
- [2] C. Farhat, K. G. van der Zee, P. Geuzaine. *Provably second-order time-accurate loosely-coupled solution algorithms for transient nonlinear computational aeroelasticity*, Computer methods in applied mechanics and Engineering, 195(17-18), 1973-2001, 2006.
- [3] C. Michler, S. J. Hulshoff, E.H. van Brummelen, R. de Borst, *A monolithic approach to fluid-structure interaction*, Computers & Fluids, 33 (5-6), 839-848, 2004.
- [4] A. Combescure, A. Gravouil, *A numerical scheme to couple subdomains with different time-steps for predominantly linear transient analysis*. Computer methods in applied mechanics and engineering, 191,1129-1157, 2002.
- [5] A. Gravouil, A. Combescure, *A multi-time-step explicit-implicit method for non-linear structural dynamics*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 50, 199-225, 2001.
- [6] B. Herry, L. Di Valentin, A. Combescure, *An approach to the connection between subdomains with non-matching meshes for transient mechanical analysis*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 55, 973-1003, 2002.
- [7] V. Faucher, A. Combescure, *Local modal reduction in explicit dynamics with domain decomposition. Part I: extension to sub-domains undergoing finite rigid rotations*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 60, 2531-2560, 2004.
- [8] P. Cavin, A. Gravouil, A.A Lubrecht, A. Combescure, *Automatic energy conserving space-time refinement for linear dynamic structural problems*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 64, 304-321, 2005.
- [9] A. Prakash, K. D. Hjelmstad, *A FETI-based multi-time-step coupling method for Newmark schemes in structural dynamics*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 61, 2183-2204, 2004.
- [10] N. Mahjoubi, A. Gravouil, A. Combescure, *Coupling sub-domains with heterogeneous time integrators and incompatible time steps*, Computational mechanics, DOI 10.1007/s00466-009-0413-4, 2009.
- [11] N. Mahjoubi, A. Gravouil, A. Combescure, N. Greffet, *A monolithic energy conserving method to couple heterogeneous time integrators with incompatible time steps in structural dynamics*, Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, submitted, 2009.
- [12] P. Verpeaux, T. Charras, A. Millard, *CASTEM 2000 une approche moderne du calcul de structures*. In *Calcul de structure et intelligence artificielle*, Pluralis, Fouet JM, Ladeveze P., Ohayon R. (ed.), 261-271, 1988.
- [13] EuroPlexus, *A computer program for the finite element simulation of fluid-structure systems under dynamic loading, User's manual*, CEA Saclay, CEA/DEN/SEMT/DYN, 2002.