

## Estimation directe des facteurs d'intensité des contraintes généralisés avec une méthode X-FEM multigrille à 3 niveaux

J.C. Passieux<sup>1</sup>, A. Gravouil<sup>2</sup>, J. Réthoré<sup>2</sup>, M.C. Baietto<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ICA, INSA Toulouse, France, jean-charles.passieux@insa-toulouse.fr

<sup>2</sup> LaMCoS, INSA Lyon, France, {Anthony.Gravouil,Julien.Rethore,Marie-Christine.Baietto}@insa-lyon.fr

Depuis une dizaine d'années, les travaux autour de la simulation de la rupture s'orientent vers la proposition de démarches de plus en plus souples et de plus en plus simples à mettre en oeuvre. La méthode X-FEM (eXtended Finite Element Method, [1]) a permis d'effectuer un pas considérable dans cette direction, puisqu'elle autorise l'utilisation de maillages non conformes à la géométrie de la fissure, ce qui implique qu'il n'est plus nécessaire de remailler la structure à chaque pas de propagation. Dans ce contexte, une méthode d'enrichissement alternative a récemment été proposée [2]. Autour de la pointe de fissure, les éléments finis enrichis sont substitués par des champs analytiques [4] issus de la mécanique élastique linéaire de la rupture (MELR), qui permettent à la méthode de fournir une évaluation précise et directe des facteurs d'intensité des contraintes, *sans aucun post-traitement*. Les deux descriptions sont couplées sur une zone de recouvrement via l'introduction de multiplicateurs de Lagrange. L'étude détaillée des performances de cette méthode en terme de convergence et de qualité d'évaluation des FIC est proposée dans [2].

Dans une première partie de la présentation, nous présentons une variante sans recouvrement de cette méthode. Le couplage est alors assuré par un raccord de type Mortar sur une interface  $\Gamma$ . La méthode est donc relativement plus simple à implanter et à utiliser puisqu'un certain nombre des paramètres sont évités (largeur du recouvrement, fonction de pondération...) tout en conservant les mêmes performances qu'avec recouvrement.

Par ailleurs, HAX-FEM et sa version sans recouvrement présentée ici reposent sur les séries de Williams dont l'expression dépend de la forme de la fissure. Afin de conserver un caractère générique, il est choisi de faire l'hypothèse que la fissure est droite à l'intérieur du modèle analytique, pour n'avoir à manipuler qu'un unique ensemble de modes prédéfinis. Cette hypothèse suppose que le maillage éléments finis soit suffisamment fin autour de la pointe de fissure, de manière à ce que le domaine analytique soit suffisamment petit. Cependant, dans certains cas, le maillage initial n'est pas adapté à une telle hypothèse et il nécessite d'être raffiné localement. Outre son étape de remaillage, le raffinement conduit à un système de plus grande taille qui engendre un surcoût de calcul significatif, qui peut dans certains cas tridimensionnels devenir rédibitoire.

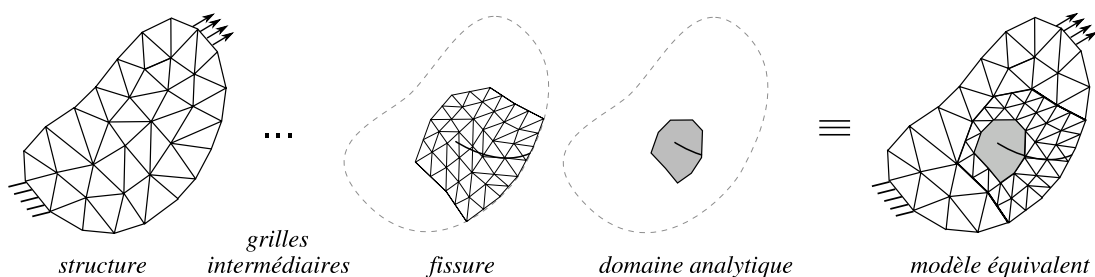


FIG. 1 – illustration de la hiérarchie de modèles

Une méthode multigrille dédiée aux problèmes de fissuration a été proposée dans [3]. Elle se base sur une hiérarchie de grilles localisées de plus en plus fines. Des opérateurs de changement d'échelle

particuliers permettent le transfert d'information entre grilles de nature différentes (avec ou sans enrichissements, discontinus ou singuliers). Dans la deuxième partie de la présentation, nous proposerons, de manière similaire, une méthode multigrille à trois niveaux construite sur la base de HAX-FEM sans recouvrement (première partie). La méthode fait donc le pont entre trois échelles caractéristiques d'un problème de fissuration : la structure, la fissure et les non-linéarités en pointe de fissure (*cf.* FIG.1). Pour chacune de ces échelles, un modèle différent est utilisé. D'abord, un modèle réduit analytique basé sur les séries de Williams [4] est utilisé pour décrire la singularité en pointe. Ce modèle est couplé à un modèle X-FEM qui est réputé adapté à l'échelle de la fissure. Un solveur multigrille assure l'échange entre l'échelle de la fissure et celle de la structure pour laquelle un modèle élément finis standard est souvent suffisant. Cette technique permet de prendre en compte une taille du domaine analytique aussi petite que l'on souhaite (*cf. exemple* FIG.2), tout en restant robuste et précise sur l'estimation des FICs de mode mixte ainsi que des termes d'ordre supérieur.

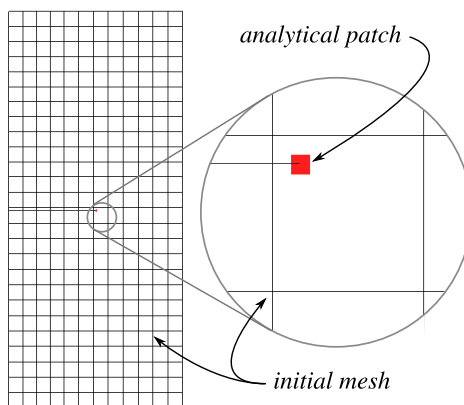


FIG. 2 – Taille du modèle analytique et taille du maillage initial avec 4 grilles intermédiaires.

Les algorithmes de couplage dédiés seront présentés et les performances (convergence et précision des FICS) de la méthode seront étudiés au regard des paramètres du modèle que sont, entre autres, la taille et le degré du modèle analytique, le nombre de grilles et la discrétisation des multiplicateurs de Lagrange. Ces analyses s'appuieront sur plusieurs cas tests académiques.

## Références

- [1] N. Moës, J. Dolbow, and T. Belytschko. *A finite element method for crack growth without remeshing*, International Journal of Engineering Science, 46, 131–150, 1999.
- [2] J. Réthoré, S. Roux, and F. Hild. *Hybrid analytical and extended finite element method (HAX-FEM) : A new enrichment procedure for cracked solids*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 81(3), 269–285, 2010.
- [3] J. Rannou, A. Gravouil, and M.-C. Baietto-Dubourg. *A local multigrid X-FEM strategy for 3-D crack propagation*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 77, 581–600, 2008.
- [4] M. Williams. *On the stress distribution at the base of a stationary crack*, ASME Journal of Applied Mechanics, 24, 109–114, 1957.
- [5] J.-C. Passieux, A. Gravouil, J. Réthoré and M.-C. Baietto. *Direct estimation of generalized stress intensity factors using a three-scale concurrent multigrid X-FEM*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, in press, (doi : 10.1002/nme.3037), 2010.