



HAL
open science

X-FEM avec contact et frottement pour des jonctions de failles

Maximilien Siavelis, Martin Guiton, Patrick Massin, Nicolas Moes

► **To cite this version:**

Maximilien Siavelis, Martin Guiton, Patrick Massin, Nicolas Moes. X-FEM avec contact et frottement pour des jonctions de failles. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592796

HAL Id: hal-00592796

<https://hal.science/hal-00592796>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

X-FEM avec contact et frottement pour des jonctions de failles

M. Siavelis¹, M.L.E. Guiton¹, P. Massin², N. Moës³

¹ IFP Energies nouvelles, France, {maximilien.siavelis,martin.guiton}@ifpenergiesnouvelles.fr

² LAMSID, UMR CNRS-EDF-CEA 2832, France, patrick.massin@edf.fr

³ GeM, Ecole Centrale de Nantes, UMR CNRS 6183, France, nicolas.moes@ec-nantes.fr

Résumé — Nous présentons une implémentation X-FEM capable de représenter des conditions de contact et frottement pour des surfaces de failles dans des bassins sédimentaires. Ces failles constituant des réseaux avec intersections, nous définissons un enrichissement du champ de déplacement qui représente les jonctions entre ces surfaces de discontinuité. Pour satisfaire la condition LBB sur l'espace des inconnues de contact par rapport aux inconnues de déplacement, nous proposons d'utiliser une interpolation P_0 sur les jonctions. Un cas d'application d'un bassin sédimentaire démontre la robustesse de la méthode.

Mots clés — X-FEM, contact, frottement, LBB, failles.

1 Introduction

La méthode X-FEM présente un grand intérêt pour la modélisation numérique de la déformation de bassins sédimentaires qui est marquée par de grands glissements le long de failles. Ces dernières peuvent en effet être idéalisées par des surfaces de discontinuités du déplacement. La présence de ces failles est à l'origine de difficulté dans la construction de maillages qui leur sont conformes géométriquement. Cette étape est donc particulièrement coûteuse en temps et son manque d'automatisation ne permet pas une utilisation simple de méthodes d'inversion de modèles pour faire correspondre les résultats et des données d'observation.

Nous décrivons ici une nouvelle implémentation qui cherche à adapter la méthode X-FEM aux réseaux de failles géologiques. Il s'agit donc de décrire le contact avec grands glissements le long des surfaces de failles pouvant se rejoindre en figure de branchement, voire d'intersection.

La description de l'implémentation pour des surfaces sans jonction en 2D est donnée dans [1] et son extension au 3D et au frottement est décrite dans [2]. Nous donnons ici les développements supplémentaires qui sont nécessaires pour tenir compte de figures arbitraires de jonctions entre les failles. Une application montre le potentiel de la méthode. Les développements sont réalisés au sein du logiciel libre Code_Aster d'EDF R&D (<http://www.code-aster.org>).

2 Définition de l'enrichissement du champ de déplacement

Dans un cadre X-FEM la première tâche consiste à définir l'enrichissement du champ de déplacement à partir d'une représentation implicite des discontinuités. Nous utilisons comme dans la plupart des travaux en X-FEM une fonction $lsn_1(\cdot)$ de distance signée à une surface F_1 qui est stockée aux nœuds du maillage. Nous considérons dans ce qui suit le cas d'une jonction entre deux failles. L'ajout d'une intersection supplémentaire avec une autre faille ne modifie pas les principes généraux de l'implémentation.

Nous partons d'un enrichissement X-FEM classique ([4]) de l'interpolation du champ de déplacement \mathbf{u} pour une faille F_1 en un point de coordonnées de référence \mathbf{X} :

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}) = \sum_{j=1}^n \phi_j(\mathbf{X}) (\mathbf{a}_j + H(lsn_1(\mathbf{X}))\mathbf{b}_{1j}), \quad (1)$$

où les degrés de libertés (ddl) du déplacement continu sont notés \mathbf{a} tandis que ceux des discontinuités sont notés \mathbf{b}_1 et H désigne la fonction de Heaviside généralisée. On utilise des fonctions d'interpolation linéaires classiques notées ϕ . Les nouveaux ddl \mathbf{b}_1 ne sont introduits qu'aux nœuds j qui voient F_1 dans leur support d'interpolation.

Algorithme 1 Algorithme de création du champ élémentaire $fissno$.

- Pour chaque nœud i d'un élément on calcule le nombre n_{Heav}^i de failles vues dans le support
 - Pour chaque élément, on note n_{Heav} le maximum des n_{Heav}^i
 - i_{Heav} initialisé à zéro pour tous les nœuds locaux de tous les éléments
 - première boucle sur tous les éléments $elem$ du maillage
 - si $n_{fiss}(elem) > 1$
 - boucle sur les nœuds i_{no} de l'élément $elem$
 - boucle sur les failles i_{fiss} de l'élément $elem$
 - **si le nœud i_{no} est enrichi par la faille i_{fiss}**
 - $i_{Heav}(elem, i_{no}) = i_{Heav}(elem, i_{no}) + 1$
 - remplissage de $fissno$:
 - $fissno(elem, i_{Heav}(elem, i_{no}), i_{no}) = i_{fiss}$
 - deuxième boucle sur tous les éléments $elem$ du maillage
 - si $n_{fiss}(elem) > 1$
 - boucle sur les nœuds i_{no} de l'élément $elem$
 - boucle sur les failles i_{fiss} de l'élément $elem$
 - **si le nœud i_{no} n'est pas enrichi par la faille i_{fiss}**
 - $i_{Heav}(elem, i_{no}) = i_{Heav}(elem, i_{no}) + 1$
 - remplissage de $fissno$:
 - $fissno(elem, i_{Heav}(elem, i_{no}), i_{no}) = i_{fiss}$
-

Considérons maintenant qu'une deuxième faille F_2 est suffisamment proche de F_1 pour que des nœuds voient les deux failles dans leurs supports. Il faut alors introduire des nouveaux ddl \mathbf{b}_2 . Dans notre implémentation, les ddl contribuent à définir un type d'élément. Afin de limiter le type d'éléments à (\mathbf{b}_1) et $(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2)$, nous dissocions le numéro des ddl de celui des failles dans le modèle. Pour reconstruire l'information, nous introduisons donc une fonction de correspondance $fissno(\cdot)$ que nous calculons avec l'algorithme 1.

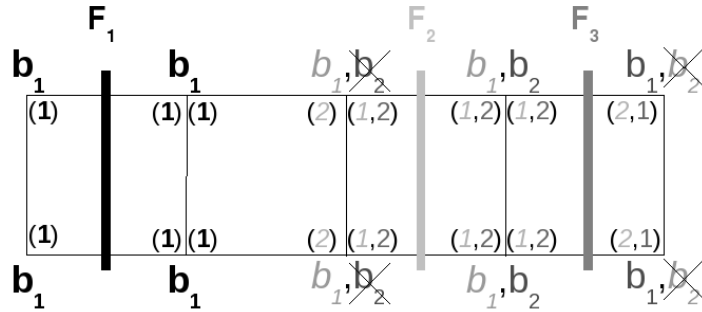


FIG. 1 – Représentation du champ élémentaire $fissno$ et des ddl Heaviside

La valeur de $lsn(\cdot)$ correspondant à un ddl Heaviside en un nœud i_{no} vaut donc $lsn(fissno(i_{Heav}, i_{no}), i_{no})$, avec i_{Heav} le numéro du ddl \mathbf{b} . La deuxième boucle dans l'algorithme 1 sert à définir les ddl qui ne seront pas actifs (barrés sur la figure 1), ce qui facilite l'assemblage. Ces ddl doivent être désactivés, en particulier dans les éléments de raccord entre les éléments enrichis par X-FEM et les éléments non enrichis, ou entre des éléments dont les enrichissements sont différents. En pratique ils sont éliminés en étant mis à zéro.

On considère à présent le cas d'une jonction : la faille F_2 se branche sur la faille F_1 comme sur la figure 2. Comme cela est expliqué dans [3], on ne peut pas décrire correctement la jonction en superposant simplement les fonctions Heaviside des deux fissures. Il est nécessaire que l'enrichissement de F_2 soit nul là où cette faille n'est pas définie. On définit alors une fonction d'enrichissement J_2 pour F_2 selon :

$$J_2(\mathbf{X}) = \begin{cases} H(\text{lsn}_2(\mathbf{X})) & \text{si } H(\text{lsn}_1(\mathbf{X}_{ref2}))H(\text{lsn}_1(\mathbf{X})) \geq 0 \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (2)$$

où \mathbf{X}_{ref2} désigne un point de référence choisi du côté où F_2 est définie. Cette fonction J_2 correspond simplement à une fonction Heaviside qui est tronquée au niveau du branchement et qui est prolongée par la valeur zéro lorsque l'on passe de l'autre côté de la jonction.

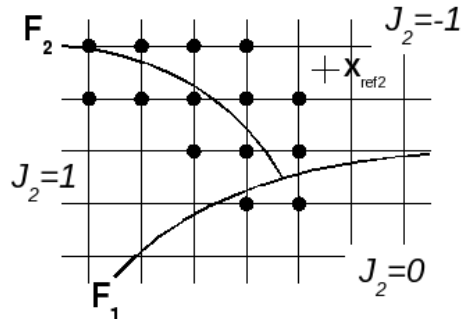


FIG. 2 – Enrichissement avec une fonction de type jonction.

On note que pour le cas d'un branchement entre deux failles, l'ensemble $(\mathbf{a}, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2)$ définit bien trois modes de déplacement correspondant aux trois partitions de l'espace pour les nœuds qui voient les deux failles. On pourrait objecter que dans le cas d'une intersection en X entre deux fissures, notre stratégie d'enrichissement manquerait un mode. Ce problème est résolu si l'on considère la figure d'intersection en X comme la superposition de deux jonctions. En d'autres termes, on décompose une fissure F_2 du X en deux fissures de part et d'autre de F_1 .

3 Découpage en sous éléments pour l'intégration

Comme dans la plupart des approches X-FEM, nous cherchons à intégrer des fonctions continues en définissant des supports de part et d'autre des discontinuités. Notre implémentation généralise celle retenue dans [5] au cas des intersections. La procédure est illustrée sur la figure 3. Le premier découpage consiste à diviser n'importe quel type d'élément en tétraèdres (triangles en 2D). Un cube sera par exemple préalablement divisé en 6 tétraèdres. Le découpage selon plusieurs failles est ensuite simplement réalisé par l'enchaînement des découpages par chaque faille, en prenant soin de définir une numérotation contigue des sous-éléments.

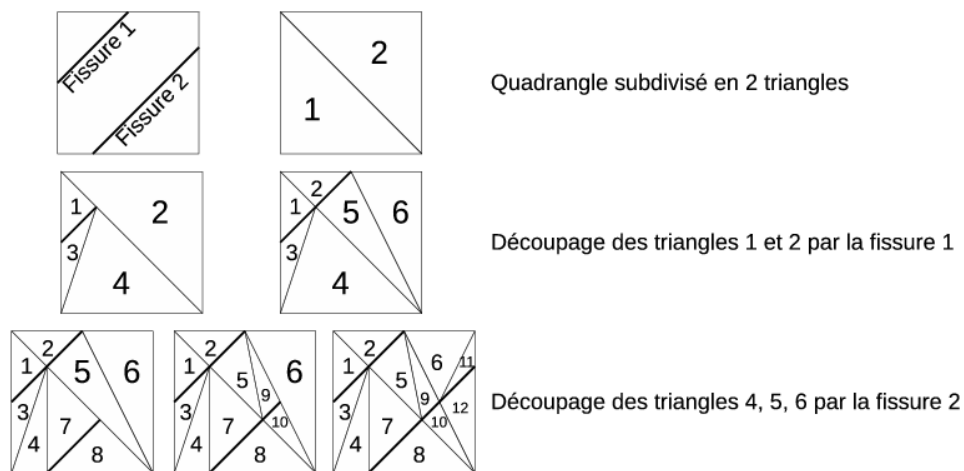


FIG. 3 – Découpage d'un élément traversé par 2 failles avec la numérotation des sous-éléments d'intégration générés.

Une alternative consisterait à regrouper les sous-éléments du découpage séquentiel par zone continue. Chaque zone contient les sous-éléments qui ont la même valeur de fonction Heaviside. Les sous-éléments d'une zone forment une décomposition barycentrique de celle-ci, qui peut être utilisée pour calculer la position et les poids de ses n points d'intégration par identification du résultat de l'intégration numérique de $n*(ndim+1)$ monômes, avec $ndim$ la dimension du problème. Le nombre de points d'intégration total de la région devrait être défini comme le minimum pour intégrer correctement les fonctions polynômiales qui apparaissent dans la matrice tangente du système. Afin de garantir la robustesse de la méthode, et en considérant que le nombre d'éléments concernés reste petit devant l'ensemble du maillage pour nos cas d'applications, nous avons retenu dans le cas présent l'approche simple d'intégrations sur des tétraèdres.

Lorsque l'on met en oeuvre X-FEM dans un cas complexe, il arrive fréquemment que la région d'un support d'interpolation d'un nœud qui est associée à une valeur de la fonction discontinue H soit petite devant le support d'interpolation complet. Cela entraîne alors un mauvais conditionnement du système à résoudre [5]. Ce problème est encore plus susceptible d'arriver en présence de jonctions, car on réduit encore la taille des régions de fonctions [3].

Pour garantir un bon conditionnement, nous utilisons la vérification suivante. Considérons le support d'un nœud i qui possède des ddl \mathbf{b}_H^i associés à une fonction Heaviside H . Pour un sous-élément $se_{H=\pm 1}$ de la partition du support définie par la valeur de H , nous notons $V_{se_{H=\pm 1}}$ le volume du sous-élément dont le barycentre est repéré par \mathbf{G}_{se} . On note d'autre part $\phi_{i,\mathbf{X}}(\mathbf{G}_{se})$ les dérivées spatiales de la fonction de forme de l'élément parent associé au nœud i , estimées en \mathbf{G}_{se} . On effectue une sommation des contributions des barycentres, du même ordre de grandeur que les termes de la matrice de rigidité du système.

$$S_{H=\pm 1} = \sum_{se_{H=\pm 1}} V_{se_{H=\pm 1}} \|\phi_{i,\mathbf{X}}(\mathbf{G}_{se})\|_{\infty}^2 \quad (3)$$

$$\text{Si } \frac{\min(S_{H=1}, S_{H=-1})}{(S_{H=1} + S_{H=-1} + S_{H=0})} < 1e-9, \text{ les ddl } \mathbf{b}_H^i \text{ sont mis à zéro.} \quad (4)$$

Notez que la notation $H = 0$ dans Eq.4 est utilisée pour la région dans laquelle la fonction d'enrichissement de jonction J est nulle. Ce critère diffère de celui mis en oeuvre dans [3] qui utilisait un rapport de volume.

4 Interpolation des inconnues de contact et frottement pour la LBB

Nous utilisons l'approche mixte du contact avec des inconnues en déplacements et en réactions de contact et de frottement qui est détaillée dans [6, 2]. Un point particulièrement important commun aux problèmes d'optimisation sous contrainte est de définir un espace d'interpolation des champs de pression qui ne soit pas trop riche par rapport à celui du champ de déplacement, pour satisfaire la condition LBB. Dans le cadre X-FEM nous stockons les inconnues de contact aux nœuds comme dans [7] et nous utilisons ici l'approche de réduction de l'espace des lagrangiens avec des arêtes vitales de [6, 1, 2]. Nous proposons dans le cas d'une jonction une interpolation de type P_0 à partir des inconnues définies sur les arêtes intersectées, cf figure 4.

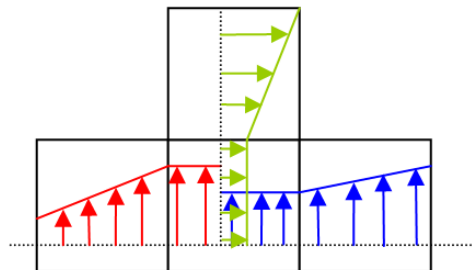


FIG. 4 – Prise en compte des réactions de contact au niveau d'une jonction. Une approximation de type P_0 est utilisée dans l'élément contenant la jonction.

5 Exemple d'application : cinématique d'un graben

La robustesse de la méthode est testée ici sur un modèle géologique représentant la cinématique d'un graben accommodant une extension avec effondrement de la partie interne. L'outil numérique que nous cherchons à construire doit en premier lieu permettre de reproduire de telles cinématiques qui influencent au premier ordre les modèles des bassins sédimentaires et des réservoirs.

Le cas d'application cherche à tester l'approche en multi-jonctions. Le contact n'est pour l'instant seulement imposé qu'aux mailles qui ne sont enrichies que par une seule faille. La structure initiale représente une stratification de couches sédimentaires sur une épaisseur de 1.1 km , et dont les dimensions latérales sont de 6 km . On considère une alternance de couches b d'une épaisseur de 0.3 km avec des couches a d'une épaisseur de 0.1 km . La séquence de bas en haut est selon : $b - a - b - a - b$.

Le graben est défini en second lieu par trois failles pour lesquelles on choisit une hiérarchie dans les jonctions. Sur la figure 5-a, on établit ainsi que F_2 coupe F_1 , en précisant de quel côté de F_1 on définit une fonction J_2 non-nulle. On utilise pour cela le signe de l_{sn_1} comme décrit en 2. Similairement, on choisit que F_3 coupe F_2 et F_1 . Sur la figure 5-b, nous représentons un pseudo-maillage correspondant, dans le voisinage des failles, aux sous-éléments obtenus après le découpage décrit en 3. Pour faciliter la visualisation, nous avons éclaté la structure en appliquant des mouvements de corps rigides à chaque région continue du domaine.

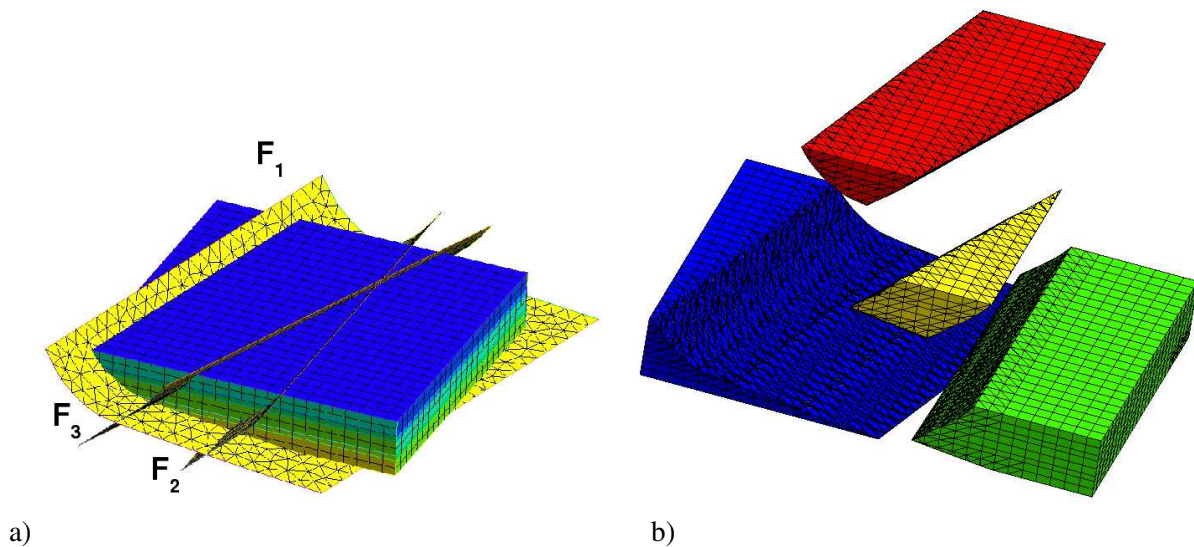


FIG. 5 – Maillage volumique et surface triangulée représentant les failles (a) et découpage pour l'intégration numérique et le post-traitement (b). L'éclatement est obtenu en appliquant un mouvement de corps rigides aux régions.

Afin de tenir compte des flexions des couches associées aux grands glissements le long des surfaces courbes, nous considérons le milieu comme hyperélastique avec une approche linéaire de Kirchhoff-St Venant. Nous ne considérons pas dans ce problème une mise à l'échelle des propriétés car nous négligeons la gravité. Les propriétés du matériau sont donc entièrement définies par un coefficient de Poisson $\nu = 0.3$ et un rapport de 100 pour les modules d'élasticité. Les couches b sont plus rigides que les couches a .

Nous imposons une extension de 10% sur les bords latéraux et nous fixons les coordonnées de ces bords dans les directions orthogonales à l'extension. La continuité du matériau de part et d'autre des failles est assurée par une condition de contact glissière (i.e. on n'autorise que le glissement relatif et sans frottement des blocs).

La figure 6 montre une étape intermédiaire et une étape finale du calcul. Les déformées sont représentées sur un pseudo-maillage obtenu avec les sous-éléments d'intégration. Une observation attentive met en évidence des interpénétrations et des décollements qui sont dus au fait que le contact n'est pas défini dans toutes les mailles qui voient plusieurs failles dans les supports d'interpolation de leurs nœuds. On prend cependant en compte la rigidité interne de ces mailles.

La figure 7 représente sur ces déformées la contrainte moyenne avec la convention de mécanique des milieux continus : les valeurs positives représentent des tractions. La traction dans la partie centrale effondrée correspond à la flexion des couches lorsqu'elles glissent sur les failles courbes. Cet effet qui résulte dans la réalité de l'action de la gravité est obtenu dans ce modèle cinématique par la condition de contact glissière. Du fait de cette condition, on peut transmettre des tractions de part et d'autre des failles comme on peut le noter à travers la faille F_3 . On peut cependant noter que cette transmission n'est pas assurée dans la zone triangulaire bleue entre les failles F_2 et F_3 . Cela est dû au fait que le contact n'est pour le moment pas pris en compte dans les mailles qui sont enrichies par plus d'une faille. On peut enfin noter un contraste dans la traction suivant les couches qui correspond au rapport des modules d'élasticité.

Le test présenté n'a pas pour objectif d'interpréter ces états de contraintes d'un point de vue physique. Il faudrait pour cela prendre en compte à minima la gravité et des rhéologies plus représentatives des roches, avec une sensibilité à la pression de confinement, une dissipation plastique voire visqueuse dans les volumes et un frottement le long des failles. Cela dépasse le cadre de ce travail. Si l'on souhaite toutefois sélectionner un modèle géométrique initial qui minimise les déformations accompagnant les glissements le long des failles, il est possible d'interpréter les zones de fortes contraintes comme des zones d'incompatibilité des cinématiques des différents blocs, dues à des erreurs d'interprétation dans la géométrie initiale des surfaces de failles.

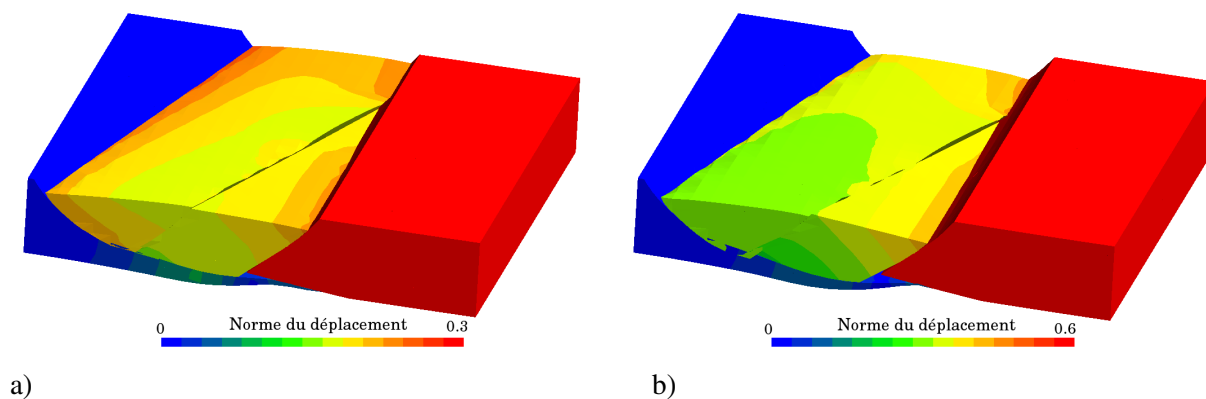


FIG. 6 – Normes du déplacement à une étape intermédiaire (a) et à une étape finale (b) de la formation du graben.

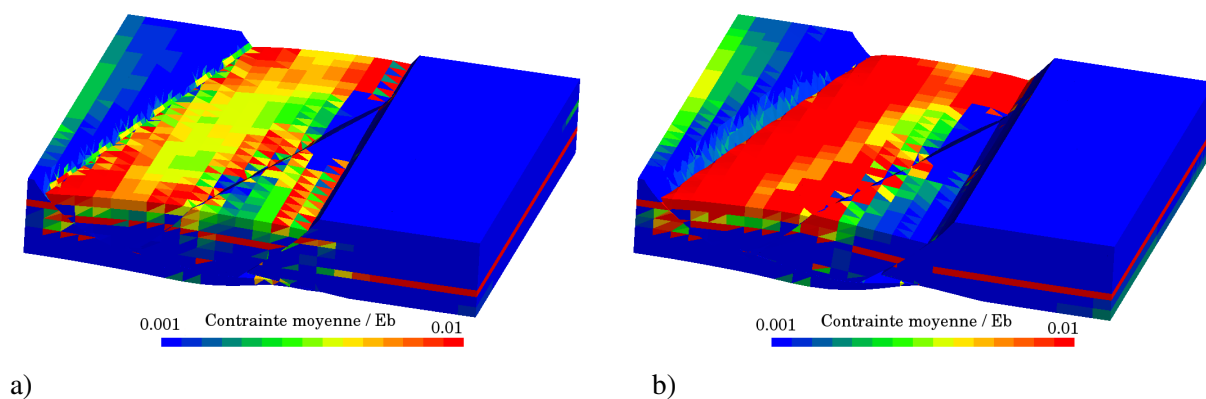


FIG. 7 – Contrainte moyenne à une étape intermédiaire (a) et à une étape finale (b) de la formation du graben. Les valeurs hors de l'échelle sont égalisées avec la borne la plus proche. E_b désigne le module d'élasticité des couches les moins rigides.

6 Conclusion

Nous avons présenté une nouvelle méthode d'implémentation d'X-FEM, permettant de considérer des conditions de contact en grands glissement le long de failles, en tenant compte des figures de jonction, voire d'intersection entre ces failles. La robustesse de la méthode est illustrée sur un cas géologique en extension. La prise en compte du contact au sein des mailles qui sont enrichies par les jonctions est en cours d'implémentation.

Références

- [1] I. Nistor, M.L.E. Guiton, P. Massin, and N. Moës. An X-FEM approach for large sliding contact along discontinuities. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 78(12) :1407–1435, 2008.
- [2] M. Siavelis, M.L.E. Guiton, P. Massin, S. Mazet, and N. Moës. Robust implementation of contact under friction and large sliding with the extended finite element method. *European Journal of Computational Mechanics*, 19(1,2,3) :189–203, 2010.
- [3] C. Daux, N. Moës, J. Dolbow, N. Sukumar, and T. Belytschko. Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 48 :1741–1760, 2000.
- [4] N. Moës, J. Dolbow, and T. Belytschko. A Finite Element Method for Crack Growth without Remeshing. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 46 :131–150, 1999.
- [5] S. Géniaut. *Approche X-FEM pour la fissuration sous contact des structures industrielles*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, 2006.
- [6] S. Géniaut, P. Massin, and N. Moës. A stable 3d contact formulation for cracks using X-FEM. *European Journal of Computational Mechanics*, 16(2) :259–275, 2007.
- [7] E. Béchet, N. Moës, and B. Wohlmuth. A stable Lagrange multiplier space for stiff interface conditions within the extended finite element method. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 78(8) :931–954, 2009.