

Optimisation sous contrainte de fiabilité d'une coque imparfaite

V. Dubourg^{1,2}, B. Sudret^{1,2}, J.-M. Bourinet¹, M. Cazuguel³

¹ Clermont Université, IFMA, EA 3867, Laboratoire de Mécanique et Ingénieries, BP 10448, F-63000 Clermont-Ferrand

² Phimeca Engineering, Centre d'Affaires du Zénith, 34 rue de Sarliève, F-63800 Courmon d'Auvergne

³ DCNS, Ingénierie Navires Armés, rue Choiseul, F-56311 LORIENT Cedex

Résumé — On s'intéresse au dimensionnement optimal de coques imparfaites sous pression externe présentant un risque de flambage. Étant donnés la nature incertaine des imperfections induites par le processus de fabrication et leur influence prépondérante sur la charge critique de flambage, une modélisation probabiliste de ces défauts s'avère pertinente. La prise en compte de ces incertitudes dans une démarche d'optimisation sous contrainte de fiabilité (RBDO) conduit à développer des algorithmes robustes (*i.e.* basés sur la *subset simulation*) et économes en nombre de calculs : on introduit ici la méthode du krigeage pour construire une surface de réponse adaptative à moindre coût. La combinaison de ces approches conduit à un schéma d'optimisation performant qui est appliqué au dimensionnement optimal d'une coque raidie.

Mots clés — optimisation sous contrainte de fiabilité, flambage, imperfections, krigeage.

1 Introduction

L'optimisation sous contrainte de fiabilité cherche à déterminer une conception à coût minimal tout en assurant une performance avec un haut degré de fiabilité. Précisément, on vise à minimiser une fonction objectif c en agissant sur des variables de dimensionnement caractéristiques θ (*e.g.* des valeurs moyennes) sous des contraintes de fiabilité venant remplacer ou compléter les contraintes déterministes usuelles. Le dimensionnement optimal d'intérêt θ^* est donc défini par :

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \mathcal{D}_\theta} c(\theta) : \begin{cases} f_i(\theta) \leq 0, i = 1, \dots, n_c \\ \mathbb{P}(g_l(\mathbf{X}(\theta)) \leq 0) \leq P_{fl}^0, l = 1, \dots, n_p \end{cases} \quad (1)$$

où \mathcal{D}_θ est l'espace de conception admissible, $\{f_i, i = 1, \dots, n_c\}$ sont des contraintes déterministes ne mettant pas en jeu l'intégrité du système, $\{\mathbb{P}(g_l(\mathbf{X}(\theta)) \leq 0) \leq P_{fl}^0, l = 1, \dots, n_p\}$ sont les contraintes dites *de fiabilité* faisant intervenir le vecteur aléatoire \mathbf{X} modélisant les incertitudes inhérentes au système à concevoir et $\{P_{fl}^0, l = 1, \dots, n_p\}$ les probabilités de défaillance maximales tolérées. Dans ce travail, les paramètres de dimensionnement θ sont exclusivement impliqués dans la définition de la distribution conjointe du vecteur \mathbf{X} : ce sont en général les moyennes des variables aléatoires modélisant les dimensions.

2 Méthodologie de résolution

Une première approche de résolution du problème d'optimisation formulé à l'Eq. (1) consisterait à utiliser une boucle d'optimisation sous contrainte dans laquelle on viendrait évaluer les contraintes probabilistes par des simulations de Monte-Carlo. Cette approche dite *brute-force* n'est pas applicable en pratique car les fonctions de performances $\{g_l, l = 1, \dots, n_p\}$ font intervenir des variables issues de longs calculs numériques (*e.g.* ici, la charge critique de flambage issue d'un calcul aux éléments-finis en non linéaire). C'est pourquoi des stratégies alternatives ont été proposées dans la littérature RBDO (*Reliability-Based Design Optimization*), voir [1] pour une revue des méthodes existantes. Néanmoins, la plupart des approches proposées à ce jour reposent sur de fortes hypothèses quant aux modes de défaillance de la structure et notamment sur leur unicité (c'est le cas de FORM, SORM) qui ne sont pas toujours vérifiées en pratique, comme dans l'exemple traité ici [2].

Ainsi, en vue d'étendre le champ d'application de l'optimisation sous contrainte de fiabilité à des problèmes plus complexes, une nouvelle stratégie de résolution a été proposée. Elle est basée sur l'utilisation :

- de méta-modèles par *krigeage* [3] substitués aux fonctions de performance originales afin d'en réduire le coût d'évaluation de façon significative ;
- d'une technique d'estimation de probabilités faibles plus efficace que les *simulations de Monte-Carlo* connue sous le nom de *subset simulation* [4].

3 Application au dimensionnement d'une coque imparfaite

On cherche les dimensions optimales d'un cylindre raidi soumis à une pression externe vis-à-vis de sa résistance au flambage. Cette structure illustrée sur la Figure 1 est communément appelé *maille* car elle constitue le motif principal (répété longitudinalement) d'une coque de sous-marin [5].

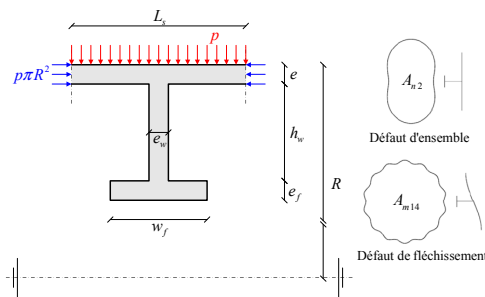


FIGURE 1 – Paramétrage de la maille raidie – Types et amplitudes des imperfections.

On suppose que ces deux imperfections sont distribuées homothétiquement aux deux modes de flambage les plus redoutés pour le cas de la maille raidie. Ce sont les modes dits *d'ensemble* (ovalisation du bordé) et de *fléchissement* (fléchissement longitudinal du bordé). Les amplitudes aléatoires de ces deux défauts respectivement notées A_{n2} et A_{m14} sont modélisées par des variables aléatoires lognormales indépendantes de coefficient de variation choisi égal à 50%. Les incertitudes sur les variables de dimensionnement et sur les propriétés matériau sont également prises en compte.

Pour chaque réalisation du modèle stochastique, la charge critique de flambage (ici réduite aux instabilités dite de type *point limite*) est déterminée par un calcul aux éléments-finis non linéaire. La détermination d'une seule pression critique de flambage dure en moyenne une dizaine de minutes. La stratégie de résolution du problème de conception sous contrainte de fiabilité proposée ici permet de résoudre le problème en un nombre "raisonnable" d'appels au code aux éléments finis (de l'ordre de quelques centaines).

Références

- [1] Y. Tsompanakis, N.D. Lagaros, and M. Papadrakis, editors. *Structural design optimization considering uncertainties*. Taylor & Francis, 2008.
- [2] V. Dubourg, B. Sudret, and J.-M. Bourinet. Reliability-based design optimization using kriging and subset simulation. Submitted to *Struct. Multidisc. Optim.*, 2011.
- [3] T.J. Santner, B.J. Williams, and W. Notz. *The design and analysis of computer experiments*. Springer series in Statistics. Springer, 2003.
- [4] S.K. Au and J.L. Beck. Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation. *Prob. Eng. Mech.*, 16(4) :263–277, 2001.
- [5] V. Dubourg, C. Noifalaise, and J.-M. Bourinet. Reliability-Based Design Optimization : An application to the buckling of imperfect shells. In *4th ASRANet colloquium*, Athens, Greece, 2008.