

# SCHEMAS NUMERIQUES CONSERVATIFS POUR DES PROBLEMES DE VIBRO-IMPACTS DE POUTRES ET DE PLAQUES

C. POZZOLINI<sup>1,2</sup>, Y. RENARD<sup>2</sup>, M. SALAUN<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Centre National d'Etudes Spatiales, 18 Avenue Edouard Belin, 31401 Toulouse, FRANCE.

<sup>2</sup> INSA de LYON, 20 rue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex, FRANCE.

<sup>3</sup> Universite de Toulouse, ICA, ISAE, 10 Avenue Edouard Belin, 31055 Toulouse, FRANCE.

email: cedric.pozzolini@cnes.fr, Yves.Renard@insa-lyon.fr, michel.salaun@isae.fr

Dans le but de mieux comprendre le comportement non-linéaire des panneaux solaires d'un satellite durant le lancement et éviter l'endommagement de la structure, nous considérons la dynamique d'une poutre ou d'une plaque élastiques vibrant entre deux obstacles rigides. Nous modélisons le contact par les conditions de types Signorini entre le déplacement et la réaction de contact. Pour cette classe de problèmes, nous proposons différentes familles de schémas totalement discrétisés et nous explorons l'influence d'une loi d'impact donnée par un coefficient de restitution entre les vitesses avant et après choc. De façon classique les schémas totalement discrétisés pour ce types de problèmes combinent une approximation éléments finis en espace, et un schéma en temps. Mais dans ce cadre la plupart des méthodes sont instables dès qu'elles sont appliquées suffisamment longtemps, ou présentent des oscillations numériques parasites. Nous avons adapté la méthode de masse singulière proposée par Y. Renard [4] (inspirée de méthode de redistribution de masse [3]). Il s'agit de faire une formulation semi-discrète en espace qui règle ces questions en changeant la matrice de masse dans l'inéquation variationnelle. Ceci empêche que les forces inertielles créent des oscillations numériques parasites et fournit des solutions conservatives quand le coefficient de restitution est égal à 1, ce qui assure la stabilité en longue durée. Nous décrivons et comparons dans cet exposé les solutions de ces familles de schémas totalement discrétisés et leur convergence vers le problème continu pour les impacts d'une poutre ou d'une plaque. En plus, nous avons étendu au cas des plaques de Kirchhoff-Love un théorème (de Y. Dumont et L. Paoli [1], [2]) d'existence, de convergence et de stabilité relatif à la dynamique d'une poutre d'Euler-Bernoulli contrainte par des obstacles rigides. Nous comparons les différentes simulations numériques obtenues avec les schémas de Newmark-Dumont-Paoli et point milieu avec masse régulière et sigulière. Les Figures 2 et 3 montrent les résultats pour les vibro-impacts d'une poutre d'Euler-Bernoulli (Figure 1) avec 39 éléments et une matrice de masse singulière issue d'une discrétisation P3-Hermite pour le déplacement et P0-Lagrange pour la vitesse. Les résultats confirment la conservation d'énergie attendue.

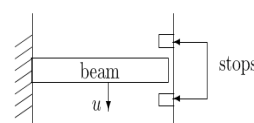


Fig. 1. Modèle mécanique: poutre encastée/libre entre deux butées.

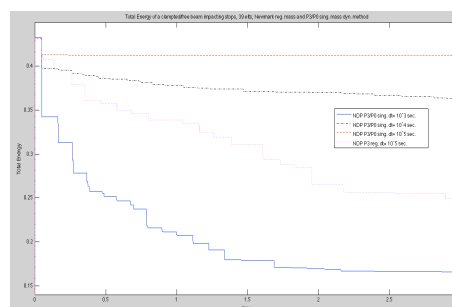


Fig. 2. Comparaison de l'énergie totale d'une poutre impactant des butées. Méthodes de Newmark-Dumont-Paoli versions masse régulière et P3/P0 singulière.

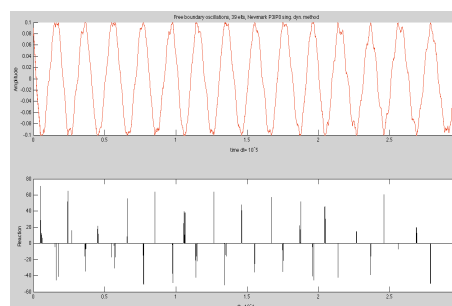


Fig. 3. Déplacements et réactions du bord libre d'une poutre impactant des butées. Méthode de Newmark-Dumont-Paoli avec masse P3/P0 singulière.

## REFERENCES

- [1] Y. Dumont and L. Paoli, *Vibrations of a beam between obstacles: convergence of a fully discretized approximation*, M2AN, 40 (4), 705-734, 2006.
- [2] Y. Dumont and L. Paoli, *Numerical simulation of a model of vibrations with joint clearance*, Int. J. Computer Applications in Technology, 33 (1), 41-53, 2008.
- [3] H.B. Khenous, P. Laborde and Y. Renard, *Mass redistribution method for finite element contact problems in elastodynamics*, Eur. J. Mech., A/Solids, 27 (5), 918-932, 2008.
- [4] Y. Renard, *The singular dynamic method for constrained second order hyperbolic equations. Application to dynamic contact problems*, J. Comput. Appl. Math., 234 (3), 906-923, 2010.