



**HAL**  
open science

## Mécanisme de rupture des composites [0,90]s avec la méthode TLS

Thibault Gorris, Paul-Emile Bernard, Laurent Stainier

► **To cite this version:**

Thibault Gorris, Paul-Emile Bernard, Laurent Stainier. Mécanisme de rupture des composites [0,90]s avec la méthode TLS. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592784

**HAL Id: hal-00592784**

**<https://hal.science/hal-00592784>**

Submitted on 3 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Mécanismes de rupture des composite $[0, 90]_s$ avec la méthode TLS

T. Gorris, P.-E. Bernard, L. Stainier

<sup>1</sup> *GeM (UMR 6183 CNRS), Ecole Centrale de Nantes, 1 Rue de la Noë, 44321 Nantes, France*

**Résumé** — Cette étude traite de l'endommagement des composites stratifiés par une méthode proposant la propagation d'un front de levelset épais (TLS : Thick LevelSet). Un modèle éléments finis 2D est construit pour étudier l'ensemble des dommages dans un composite  $[0, 90]_s$  : fissuration transverse dans la couche  $90^\circ$ , délaminage en pointe de fissure et délaminage entre les deux couches. La génération de nouvelles fissures est contrôlée par le taux de restitution d'énergie locale, dont la valeur critique est aléatoirement distribuée dans la couche  $90^\circ$ . L'étude porte également sur l'espacement critique entre plusieurs fissures au sein du composite.

**Mots clés** — stratifiés, fissuration transverse, TLS.

### 1 Introduction

Les composites multicouches sont utilisés dans de nombreux composants de l'aéronautique en raison de leur faible poids, de leur résistance importante et de leur durée de vie. Dans ce type d'équipement, ils sont soumis à de fortes contraintes et à des écarts de températures importants. Les composites stratifiés à fibres longues de carbone et à matrice époxy présentent d'excellentes propriétés mécaniques spécifiques. Dans les industries aérospatiale et aéronautique, ils ont pris une place importante dans certaines pièces de structures. Néanmoins, autant ces composites stratifiés peuvent avoir une résistance et une raideur très élevée dans le sens des fibres, autant, leur résistance sur les plis perpendiculaires au chargement est faible. La contrainte pour laquelle des fissures apparaissent étant plus faible dans la direction perpendiculaire que dans le sens des fibres, un réseau de fissures apparaît dans la couche  $90^\circ$ . Cette dégradation du composite a été étudiée par de nombreux auteurs. Expérimentalement, il a été observé que les différents mécanismes d'endommagement dans les stratifiés croisés sont la fissuration transverse, le délaminage en pointe de fissure ou interlaminaire et la fissuration longitudinale [1]. L'ordre et la séquence d'apparition de ces endommagements dépendent principalement des paramètres suivant : la nature des constituants fibre/matrice, l'architecture de la plaque stratifiée, le processus de fabrication et de mise en forme ainsi que les différents types de sollicitations. La rupture finale du composite résulte de la propagation et de l'accumulation de ces trois types d'endommagement. Dans la littérature, ces endommagements ont généralement été étudiés de manière séparée : les études portent soit sur la propagation des fissures transverses par une méthode analytique ou numérique [2], soit sur un modèle analytique de délaminage [10]. Cependant quelques auteurs étudient le rôle des fissures transverses dans le déclenchement du délaminage entre les couches. Par exemple, Wang et Karihaloo [11] étudient le meilleur empilement  $(0,45,90)$  pour réduire la concentration de contrainte en pointe de fissure et la constante de cisaillement en mode II à l'interface. En raison de l'hétérogénéité du matériau composite, des études probabilistes ont aussi été réalisées par deux approches : certains [7, 2] utilisent un critère probabiliste sur la répartition de contrainte critique alors que [6] utilise un critère de répartition aléatoire sur le taux de restitution d'énergie critique.

Avec la méthode XFEM, on sait depuis plusieurs années simuler la propagation de fissures mais le problème reste largement ouvert sur les questions suivantes :

- Comment initier et représenter un branchement (Fig.1) ?
- Comment réunir deux fissures ?
- Donc comment simuler un délaminage ?
- Comment simuler la saturation des fissures transverses ?
- Comment interagir le délaminage avec les fissures transverses ?
- Comment initier un défaut (une nouvelle fissure) ?

- Tous les défauts créés peuvent-ils se propager ?
- Peut-on initier un délaminage local, qui ne provient pas d'une fissure existante ?

Les différents mécanismes d'endommagement d'un composite stratifié semblent pouvoir être représentés dans un cadre unique par une nouvelle approche, présentée ci-dessous.

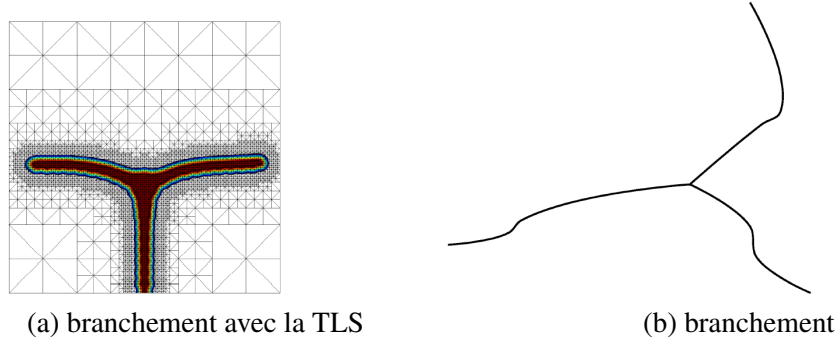


FIGURE 1 – Problématique de la multi-fissuration

Le modèle proposé ici sera appliqué à l'étude des stratifiés. Dans un premier temps, nous cherchons à mettre en place les bases du modèle puis à vérifier par une étude sur la saturation que ce modèle s'applique correctement pour les stratifiés. Enfin, nous analyserons une propagation de fissures à partir d'un composite initialement intacte pour étudier les pertes de raideur et les causes de la saturation sur un stratifié  $[0, 90]_s$ .

## 2 La méthode TLS : Thick LevelSet

La méthode "Thick LevelSet" (TLS) [8] décrit l'endommagement par la propagation d'un front séparant la zone endommagée et la zone intacte, un certain niveau de non-localité étant introduit en écrivant explicitement la valeur de l'endommagement comme une distance au front. Plus précisément,  $d$  varie de 0 à 1 sur une distance donnée  $l_c$  (voir Fig 2). L'évolution du front d'endommagement est déterminé par le comportement local du matériau. Considérant un milieu élastique endommageable, on définit l'énergie libre par unité de volume :

$$\varphi(\boldsymbol{\varepsilon}, d) = \frac{1}{2}(1-d)(\boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{E} : \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (1)$$

où  $\boldsymbol{\varepsilon}$  est la déformation et  $d$  l'endommagement, les lois d'état donnant alors les forces conjuguées locales (contrainte  $\boldsymbol{\sigma}$ , taux de restitution d'énergie  $Y$ ) :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= (1-d)\boldsymbol{E} : \boldsymbol{\varepsilon} \\ Y &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{E} : \boldsymbol{\varepsilon}) \end{aligned} \quad (2)$$

L'évolution de l'endommagement peut être décrite par le potentiel de dissipation  $\psi^*(d)$

$$\dot{d} = \frac{\partial \psi^*(Y)}{\partial Y} \quad (3)$$

Alternativement, on peut écrire la relation duale :

$$Y = \frac{\partial \psi(\dot{d})}{\partial \dot{d}} \quad (4)$$

Les potentiels  $\psi(\dot{d})$  et  $\psi^*(Y)$  sont liés par la transformation de Legendre-Fenchel :

$$\psi(\dot{d}) = \sup_Y (Y\dot{d} - \psi^*(Y)), \psi^*(Y) = \sup_{\dot{d}} (Y\dot{d} - \psi(\dot{d})) \quad (5)$$

L'inégalité suivante est toujours vérifiée quelque soit le couple  $(Y, \dot{d})$

$$\Psi(\dot{d}) - Y\dot{d} + \Psi^*(Y) \geq 0 \quad (6)$$

L'égalité suivante est vérifiée si la loi d'évolution de l'endommagement est satisfaite :

$$\dot{d} = \frac{\partial \Psi^*(Y)}{\partial Y} \iff Y = \frac{\partial \Psi(\dot{d})}{\partial \dot{d}} \iff \Psi(\dot{d}) - Y\dot{d} + \Psi^*(Y) = 0 \quad (7)$$

Il est bien établi que ce modèle souffre d'une dépendance au maillage. Pour éviter cela on introduit une longueur caractéristique  $l_c$ , et une levelset  $\phi=0$  qui sépare le domaine  $\Omega$  en une zone non-endommagée et une zone endommagée. Dans la partie endommagée, la variable d'endommagement  $d$  est une fonction explicite de la levelset. Une seule levelset est nécessaire pour toutes les zones endommagées. Mathématiquement, ceci est exprimé par les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned} d(\phi) &= 0, \phi \leq 0 \\ d(\phi) &\geq 0, 0 \leq \phi \leq l_c \\ d(\phi) &= 1, \phi \geq l_c \end{aligned} \quad (8)$$

La fonction  $d = d(\phi)$  est supposée continue. À une distance  $l_c$  du front d'endommagement, le matériau est considéré comme totalement endommagé.

On définit également  $\Omega_c$  la partie de  $\Omega$  qui n'est pas complètement endommagée

$$\Omega_c = \{x \in \Omega, 0 \leq \phi(x) \leq l_c\} \quad (9)$$

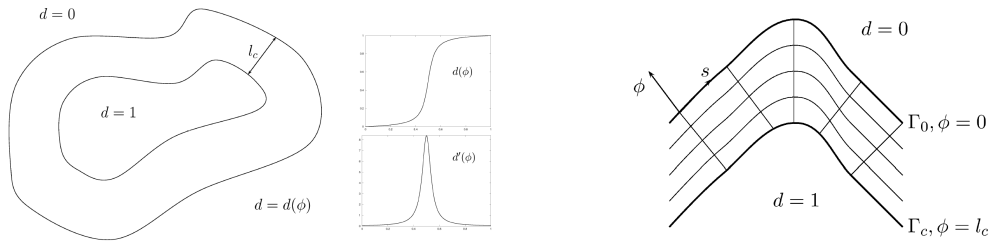


FIGURE 2 – Evolution de l'endommagement en fonction de la levelset

Vu la forme particulière imposée à  $d$ , l'évolution de l'endommagement est fonction de la distance à la levelset. L'évolution de l'endommagement est pilotée par une force conjuguée qui est non locale. L'énergie potentielle devient :

$$E(u, \phi) = \int_{\Omega} \varphi(\varepsilon, d(\phi)) d\Omega - \int_{\partial\Omega} F u dS \quad (10)$$

On introduit

$$\begin{aligned} A_d &= \{(u, d) : u \in A_d^u, \phi \in A_d^\phi\} \\ A_d^u &= \{u : u \text{ défini sur } \Omega_c, u = \bar{u} \text{ sur } \partial\Omega_c\} \\ A_d^\phi &= \{\phi : \|\nabla\phi\| = 1 \text{ sur } \Omega\} \end{aligned} \quad (11)$$

On calcule la dérivée directionnelle en respectant  $(\delta u, \delta\phi) \in A_d^0$

$$DE(u, \phi)[(\delta u, \delta\phi)] = \int_{\Omega_c} \sigma : \varepsilon(\delta u) d\Omega - \int_{\partial\Omega} F \cdot \delta u \Gamma - \int_{\Omega} Y d'(\phi) \delta\phi d\Omega \quad (12)$$

$d(\phi)$  est considérée continue.

On minimise l'énergie potentielle en annulant la dérivée directionnelle respectant  $(\delta u, 0) \in A_d^0$

$$DE(u, \phi)[(\delta u, 0)] = \int_{\Omega_c} \sigma : \varepsilon(\delta u) d\Omega - \int_{\partial\Omega} F \cdot \delta u \Gamma = 0 \quad (13)$$

On calcule la variation d'énergie potentielle due à  $\phi$ ,  $d(\phi)$  étant non nul seulement dans la bande épaisse  $\Omega_{oc}$ , dans laquelle la levelset varie de 0 à  $l_c$  :

$$\begin{aligned}
DE(u, \phi)[(\delta u, \delta \phi)] &= - \int_{\Omega_{oc}} Y d'(\phi) \delta a d\Omega \\
&= - \int_{\gamma_0} \int_0^l Y(\phi, s) d'(s) \delta \phi(s) \left(1 - \frac{\phi}{\rho(s)}\right) d\phi ds \\
&= - \int_{\gamma_0} g(s) \delta \phi(s) ds
\end{aligned} \tag{14}$$

Le terme  $g(s)$  peut être vu comme une force configurationnelle par unité de longueur au niveau du front.

$$g(s) = \int_0^l Y(\phi, s) d'(s) \left(1 - \frac{\phi}{\rho(s)}\right) d\phi \tag{15}$$

Cette force configurationnelle est une moyenne de la force locale  $Y$  multipliée par  $d'(\phi)$  sur l'épaisseur de la bande. On obtient ainsi la dissipation pour laquelle l'avance virtuelle du front  $\delta\phi$  est remplacée par la vitesse d'avance réelle du front  $v_n$ .

$$D = - \frac{dE(u, \phi)}{dt} - \int_{\partial\Omega_T} T \dot{u} dS = \int_{\Omega_{oc}} Y d'(\phi) d\Omega = \int_{\gamma_0} g(s) v_n ds \tag{16}$$

L'évolution locale de l'endommagement est directement fonction de la vitesse du front :

$$\dot{d} = d'(\phi) v_n \tag{17}$$

La loi d'évolution locale a donc été homogénéisée pour devenir une loi d'évolution non locale.

$$v_n = \frac{\partial \bar{\Psi}(g, s)}{\partial g} \iff g = \frac{\partial \bar{\Psi}(v_n, s)}{\partial v_n} \iff \bar{\Psi}(v_n, s) + \bar{\Psi}(g, s) - g * v_n = 0 \tag{18}$$

La TLS est donc un modèle non-local qui permet notamment d'éviter une dépendance pathologique de la solution vis-à-vis de la taille du maillage. Dans la suite, on choisit une loi puissance de la forme :

$$\dot{d} = k < Y - Y_c >_+^n, n > 0, K > 0, Y_c > 0 \tag{19}$$

L'endommagement dans l'ensemble du matériau est représenté par une seule levelset, ce qui permet sans difficulté la réunion de fissures par exemple. Il est par ailleurs possible de créer le branchement des fissures qui correspondrait au délaminage en pointe de fissure. L'initiation est réalisée par un critère local de taux de restitution d'énergie.

### 3 Modélisation du problème dans un composite

L'éprouvette est un stratifié croisé de type  $[0, 90_2, 0]$ , le matériau considéré est un carbone-fibre/époxy étudié par [5]. Un stratifié croisé possède un comportement isotrope transverse, avec un comportement isotrope dans la couche  $90^\circ$  et un comportement orthotrope dans la couche  $0^\circ$ . Nous cherchons principalement à étudier le comportement de la couche  $90^\circ$ . Un premier modèle considèrera donc que la couche  $90^\circ$  et la couche  $0^\circ$  ont un comportement isotrope au sein de chaque couche avec pour caractéristique principale :  $E_l = 41.7\text{GPa}$ ,  $E_t = 13\text{GPa}$ ,  $\nu_{lt} = 0.34$ . La taille du pli est ici choisie à  $0.1\text{mm}$  et la longueur de l'éprouvette est de  $12.8\text{mm}$ . Le problème traité est un problème 2D en déformations planes. On applique un effort de traction sur les extrémités latérales du composite comme présenté Figure 3.

Le taux d'énergie de déformation critique est défini par :

$$G_c = Y_c(h + lc) \tag{20}$$

Lorsqu'il y a initiation,  $h=0$ , et une valeur du paramètre  $G_c = 193\text{J.m}^{-2}$  a été obtenue dans la littérature [4] par une méthode de bande de cisaillement. On se place à l'échelle mésoscopique, en recherchant l'énergie nécessaire à la décohésion fibre matrice. Pour cette raison, la distance caractéristique du front de levelset  $l_c$  est choisi comme la taille du plus gros élément, en l'occurrence, la taille du diamètre d'une fibre, c'est à dire

$$l_c = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{m} \tag{21}$$

On prendra ainsi pour le matériau  $1 Y_c = 1.28 \cdot 10^7 \text{Jm}^{-1}$

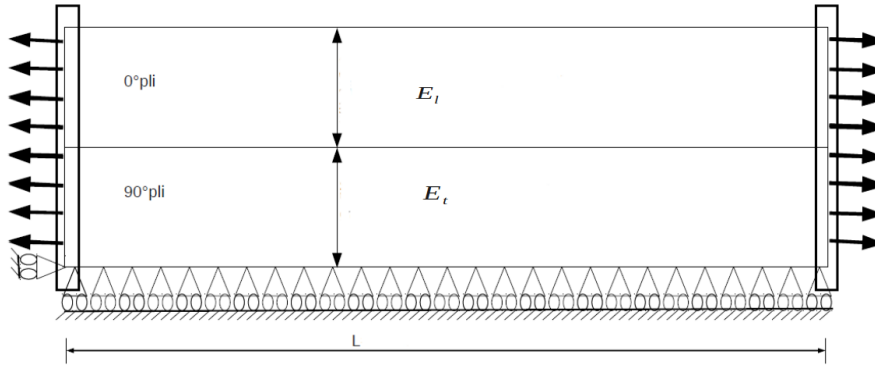


FIGURE 3 – Géométrie et conditions aux limites

#### 4 Mise en évidence de la saturation avec la TLS

Le paramètre utilisé pour décrire l'architecture du stratifié est le rapport de confinement  $\lambda$ , c'est-à-dire le rapport de l'épaisseur des couches à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$ . En initiant le calcul avec des fissures séparées par des distances variables, il est possible d'obtenir en fonction du chargement un espacement limite entre les fissures pour que toutes ces dernières puissent être propagées (Figure 4a). Si deux fissures sont initiées trop près l'une de l'autre, une des fissures se retrouve dans "l'ombre" de l'autre. L'énergie nécessaire à son développement n'est alors plus disponible et la propagation s'arrête. Comme détaillé dans [1], cette distance caractéristique varie avec le rapport de confinement (Figure 4b).

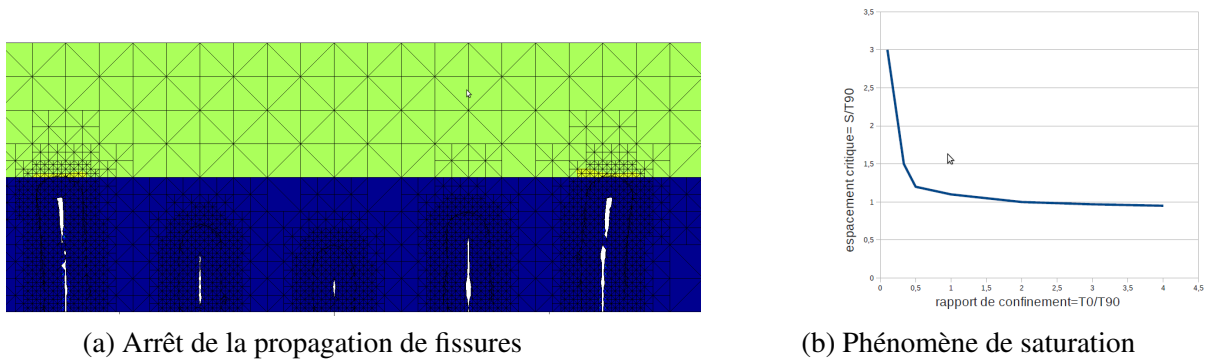


FIGURE 4 – Espacement critique entre les fissures

#### 5 Création de fissures

Pour initier une fissure, l'énergie de déformation locale est comparée à la valeur critique du taux de restitution d'énergie. Si celle-ci est supérieure à la valeur critique, une fissure est initiée à l'endroit de ce dépassement. Comme expliqué précédemment, une fissure peut être initiée et ne pas se propager.

Le pourcentage de fibres à l'intérieur du composite n'est pas régulier, certaines zones sont plus denses en fibres que d'autres. Au sein de la couche, il existe également un défaut d'alignement des fibres. La microstructure aléatoire affecte les propriétés locales des couches. De nombreux auteurs tel que Manders [7] et Berthelot [2] ont montré qu'une étude déterministe des fissures dans les stratifiés ne pouvait reproduire fidèlement l'espacement des fissures et l'endommagement du composite. L'hétérogénéité affecte les propriétés mécaniques du composite mais est aussi un facteur crucial pour l'initiation et l'endommagement par des fissures du composite. Pour cette raison, l'introduction d'une hétérogénéité aléatoire dans le modèle a été décidée. Cette hétérogénéité aléatoire est prise en compte par l'introduction d'une répartition différente pour le taux de restitution d'énergie critique locale. Berthelot et Le Corre [2] dans leur document utilisent une loi normale de type :

$$N(\mu, \sigma) = \sigma N(0, 1) + \mu \quad (22)$$

avec :

$\sigma$  : déviation standard

$N(0; 1)$  : loi normale centrée (23)

$\mu$  : translation

Berthelot choisit de prendre 0.1 pour l'écart type et 67 MPa pour la moyenne. Nous avons décidé d'appliquer ce modèle à l'énergie de déformation locale critique :

$$Y_c = \frac{(\sigma_c)^2}{2 * E} \quad (24)$$

Pour être en accord avec les résultats de Berthelot, il est nécessaire de mettre au carré la loi, on obtient alors en simplifiant légèrement, une déviation égale à 0.19. On obtient donc une répartition du taux de restitution locale d'énergie :

$$\text{répartition } Y_c = (0.19N(0, 1))Y_{c0} + Y_{c0} \quad (25)$$

Les valeurs de  $Y_c$  varie donc de 5.5 à 20 MPa.

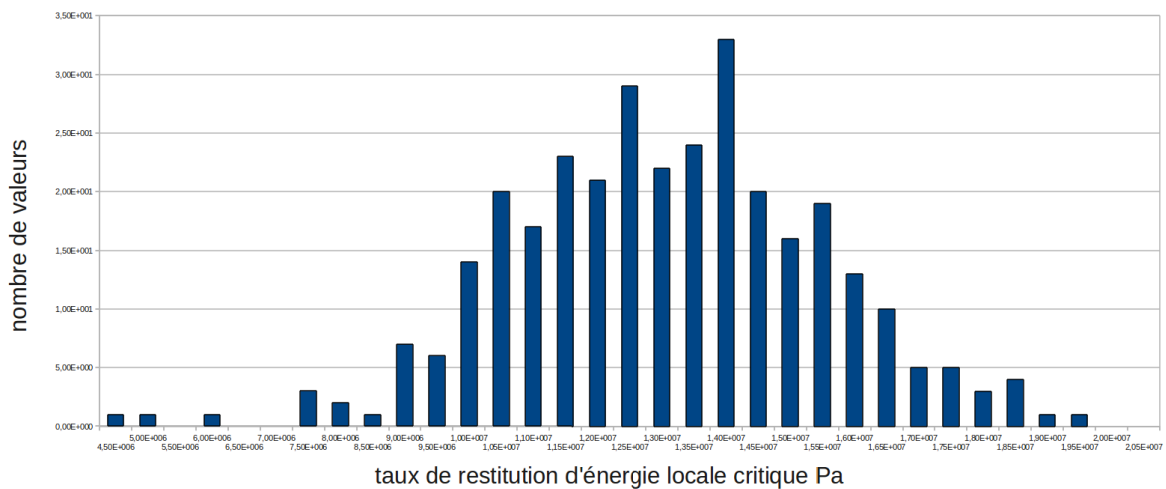


FIGURE 5 – Valeurs aléatoires de  $Y_c$

Cependant, dans un composite, il existe aussi des zones de vide, où l'on ne trouve ni fibre ni matrice. ces zones de vide impliquent un taux d'énergie de déformation critique locale très faible. Pour cette raison, une deuxième répartition est créée avec une déviation plus importante. En comparaison avec le tirage précédent, cela revient à ajouter des valeurs plus faibles à la précédente répartition (Figure 5).

Pour répartir ce taux de restitution d'énergie critique au sein du composite, sachant que la taille d'une fibre est environ égale à  $l_c$ , on maille donc  $Y_c$  avec des carrés de dimensions  $l_c$ , ce qui nous donne la répartition dans la couche 90° illustrée à la figure 6.

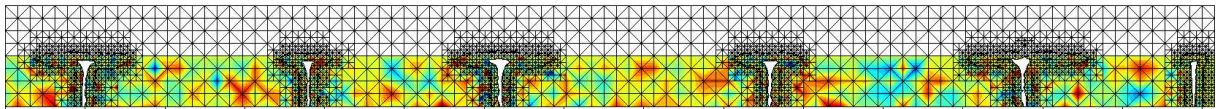


FIGURE 6 – Répartition aléatoire de  $Y_c$  dans la couche 90

L'interface entre les deux couches n'étant pas parfaite et complètement plane, une petite zone de transition du taux de restitution d'énergie est mise en place à l'interface des deux plis. On peut normalement considérer que cette interface est de la même taille qu'une fibre. Chaque pli contient dans l'épaisseur une vingtaine de fibres et on peut donc considérer que cette interface a une épaisseur comprise entre un dixième et un vingtième d'un pli élémentaire. Ceci est dû au processus de fabrication du composite. On considère cette transition dans un premier temps linéaire.

A chaque pas de temps, la valeur maximum du rapport entre  $Y$  et  $Y_c$  local est recherchée. Si cette valeur dépasse 1, une amorce d'endommagement est créée en ce point, cette amorce ne se propageant pas nécessairement ensuite. Sur la figure 7 on peut observer deux fissures qui ne se propagent plus, la proximité avec les autres fissures ne permettent plus leur développement. La taille d'incrément est choisie pour qu'une seule fissure puisse se propager, c'est à dire qu'il n'y ait pas plusieurs initiations de fissures alors qu'une fissure se propage dans la couche  $90^\circ$ . Lorsque la fissure arrive à l'interface des plis, le rapport croît, dépasse la valeur limite et une autre fissure se crée alors ailleurs (Figure 7).

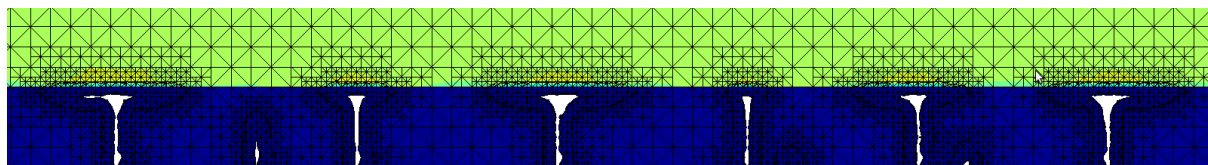


FIGURE 7 – Propagation de fissures, délaminage en pointe de fissures, et création de fissures

L'initiation permet également de créer des fissures entre les couches du stratifié. Avec cette méthode, il est ainsi possible d'obtenir une délamination locale des couches.

## 6 Résultats

### 6.1 Saturation

Si l'on observe le rapport d'énergie de déformation locale avec l'énergie de déformation locale critique (Figure 8), au bout d'un certain temps, le rapport  $Y/Y_c$  tend à diminuer et ne dépasse plus la valeur seuil 1, il y a saturation, seul le délaminage continue. Lorsque la contrainte dans la couche  $0^\circ$  dépasse la valeur seuil de rupture de fibre, il y a fissuration longitudinale.

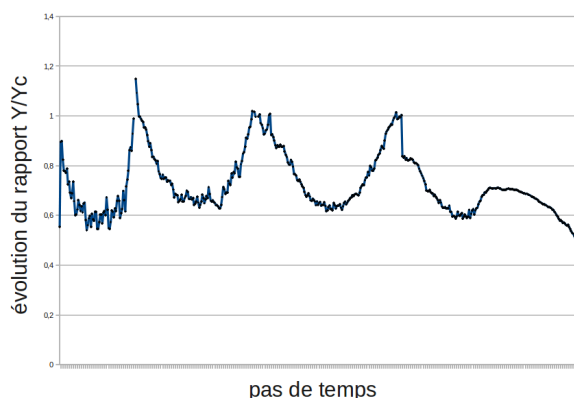


FIGURE 8 – Rapport énergie de déformation locale sur l'énergie critique dans le stratifié

### 6.2 Pertes de raideur

La propagation des fissures dans la couche  $90^\circ$  permet d'obtenir la courbe contrainte longitudinale / déformation longitudinale (Fig.9), On peut observer une perte de raideur du composite lorsque les fissures se propagent dans la couche  $90^\circ$ . La simulation est pilotée par incréments de dissipation, ce qui permet de capter et de suivre les décharges successives associées à l'apparition de nouvelles fissures. On peut également observer l'influence de chaque fissure sur la contrainte longitudinale (Fig.10). Chaque fissure provoque une chute de la contrainte en son voisinage ce qui explique l'espacement critique entre les fissures. Une fissure ne peut pas se propager si elle se situe dans l'ombre de sa voisine.



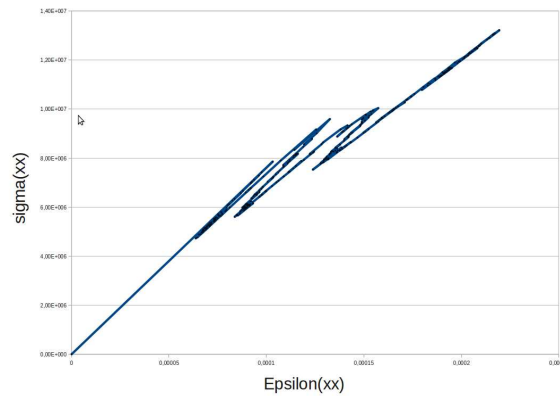


FIGURE 9 – Pertes de raideur du composite

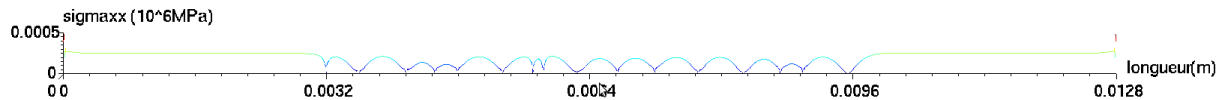


FIGURE 10 – Influence des fissures sur  $\sigma_{xx}$

## 7 Conclusion et perspectives

Le modèle proposé pour la simulation des composites stratifiés permet de mettre en évidence les principaux modes de dégradations observés dans les composites menant à la rupture totale du stratifié. L'initiation de délaminage local au niveau de l'interface est encore à réaliser. Il reste également un effort à fournir pour simuler des éprouvettes plus réalistes, qui permettent de reproduire plus quantitativement les observations. Il sera aussi nécessaire de confronter ce modèle à d'autres matériaux tel celui de [9] et à faire varier la structure du stratifié  $[0, 90_i, 0]$ .

## Références

- [1] T. Bai, D. D. Pollard, *Spacing of fractures in a multilayer at fracture saturation*, International Journal of Fracture 100(4), 23–24, 1999.
- [2] J.-M. Berthelot, J.-F. Le Corre. *Statistical analysis of the progression of transverse cracking and delamination in cross-ply laminates*, Composites Science and Technology 60(3), 2659–2669, 2000.
- [3] G. L. Dvorak, N. Laws *Analysis of progressive matrix cracking in composites laminates*, Composites Materials, 1987, 309-329.
- [4] K. W. Garrett, J. E. Bailey, *Multiple transverse fracture in 90 cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester*, J Mater Sci 12, 157-168, 1977.
- [5] A. L. Highsmith, K. L. Reifsnider *Stiffness reduction mechanisms in composites laminates*, Damage in composites materials, 1982, 103-117.
- [6] D.T.G. Katerelos, M. Kashtalyan, C. Soutis and C. Galiotis *Matrix cracking in polymeric composites laminates : Modelling and experiments*, Composites Science and Technology, 2310-2317, 2008.
- [7] P. W. Manders, T.-W. CHOU, F. R. Jones, J. W. Rock, *Statistical analysis of multiple fracture in 0/90/0 glass fibre/epoxy laminates*. J Mater Sci 18, 2876-2889, 1983.
- [8] N. Moës, C. Stolz, P.-E Bernard, N. Chevaugeon. *A level set based model for damage growth : the thick level set approach*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, in press, 2010.
- [9] T. H. Nguyen, D. Gamby. *Effects of nonlinear viscoelastic behaviour and loading rate on transverse cracking in CFRP laminates*, Composites Science and Technology 67(3-4), 438–452, 2007.
- [10] J.-L. Rebière, M.-N. Maâtallah, D. Gamby, *Analysis of damage mode transition in a cross-ply laminate under uniaxial loading*, Composites structures 55, 115-126, 2002.
- [11] J. Wang, B. L. Karihaloo, *Matrix crack-induced delamination in composite laminates under transverse loading*, Composites structures 38 661-666, 1997.