

Modélisation des bandes de cisaillement adiabatique par une approche énergétique variationnelle

S. Su, L. Stainier

GEM(UMR 6183 CNRS), Ecole Centrale de Nantes, France, {shaopu.su, laurent.stainier}@ec-nantes.fr

Résumé — Un modèle de bande de cisaillement adiabatique (BCA) basé sur une approche énergétique variationnelle est proposé. Les profils de vitesse et de température dans un matériau thermo-visco-plastique soumis à une sollicitation de cisaillement simple sont calculés, d'une part au moyen d'une formulation semi-analytique conduisant directement aux profils stationnaires, puis d'autre part, d'une approche éléments finis transitoire. Les résultats de ce calcul transitoire montrent que la largeur de bande converge vers une valeur stationnaire, en accord avec l'approche stationnaire et la littérature [1].

Mots clés — bande de cisaillement adiabatique, approche énergétique variationnelle, thermo-visco-plasticité, dynamique des matériaux.

1 Introduction

Les BCAs apparaissent facilement dans les métaux et alliages soumis à de grandes déformations, leur formation suscite un grand intérêt en vue d'applications en dynamique des matériaux. Cependant, cela implique des difficultés de simulation numérique, notamment en raison de la faible largeur de ces bandes et de l'adoucissement mécanique associé à l'échauffement local.

Récemment, une formulation énergétique variationnelle du problème thermo-mécanique couplé a été proposée par Yang *et al.* [2]. La caractéristique principale de cette approche tient dans la formulation du problème aux conditions limites couplé comme un problème d'optimisation d'une fonctionnelle de nature énergétique. Cette formulation variationnelle peut être établie dans un cadre continu (en temps) comme dans un cadre incrémental. De par sa nature, elle se prête particulièrement bien aux méthodes de solution approchée de type élément finis (MEF), conduisant dans ce cas à un problème symétrique contrairement aux approches classiques du problème thermo-mécanique. Dans cette étude, une approche semi-analytique stationnaire, tirée de la formulation variationnelle continue et une approche incrémentale variationnelle de type MEF sont appliquées pour modéliser une BCA en 1D.

2 Le modèle énergétique variationnel

2.1 Régime stationnaire

On considère le problème unidimensionnel utilisé par Leroy et Molinari [1]. L'épaisseur de la zone sur laquelle on applique la déformation de cisaillement simple est $2H$, la vitesse V_0 est imposé sur les bords (Fig. 1), et le matériau est thermo-visco-plastique et dépendant à la vitesse de déformation. Sous l'hypothèse de stationnarité de l'écoulement plastique, la fonctionnelle proposée en [2] se réduit à :

$$\Phi(V, T) = \int_{-H}^H \Psi^* \left(\frac{T}{\Theta} V, y \right) - \chi \left(-\frac{T, y}{T} \right) dy$$

où Ψ^* est un pseudo-potentielle de dissipation décrivant la visco-plasticité, χ est un pseudo-potentielle décrivant la conduction (potentielle de Biot), tandis que $\Theta(y)$ est un profil de température de référence, déterminé itérativement. Les équations de bilan (cas stationnaire) sont alors obtenues par le principe variationnel suivant :

$$\inf_V \max_T \Phi \tag{1}$$

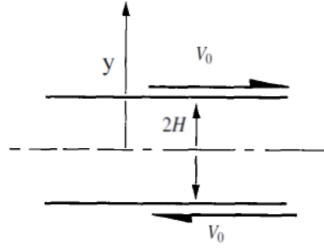


FIGURE 1 – Le problème unidimensionnel

En pratique, on résout le problème d'optimisation par une approche de type Galerkin utilisant comme fonctions de base les profils canoniques de vitesse et température obtenus par Leroy et Molinari [1] :

$$V(y) = V_0 \frac{\tanh(y/h_v)}{\tanh(1/h_v)}, \quad T(y) = T_{max} \left(1 - \frac{\ln(\cosh(y/h_T))}{\ln(\cosh(1/h_T))}\right) + T_0 \frac{\ln(\cosh(y/h_T))}{\ln(\cosh(1/h_T))} \quad (2)$$

où T_0 est la température initiale. On introduit les largeurs de bande cinématique h_v , thermique h_T et la température au coeur de la bande T_{max} comme des inconnues indépendantes. Cette approche n'utilise pas de maillage, ce qui évite les difficultés associées de simulation numérique. Après substitution des expressions (2) dans (1), l'optimisation a lieu sur les variables h_v , h_T et T_{max} . Les résultats montrent qu'on obtient $h_v \simeq h_T$, en accord avec les solutions analytiques de [1].

2.2 Régime transitoire

L'approche MEF est basée sur le principe variationnel incrémental, où l'on calcule les profils optimaux de déplacement et de température à chaque pas de temps. L'élasticité et la capacité thermique sont prises en compte. On observe que les distributions de vitesse et de température atteignent un régime stationnaire, conformément à l'analyse semi-analytique précédente (Fig. 2 pour $H = 1.25mm, V_0 = 1m/s$). Les deux approches produisent des profils similaires, même si les premiers résultats montrent une différence au niveau de la température maximale.

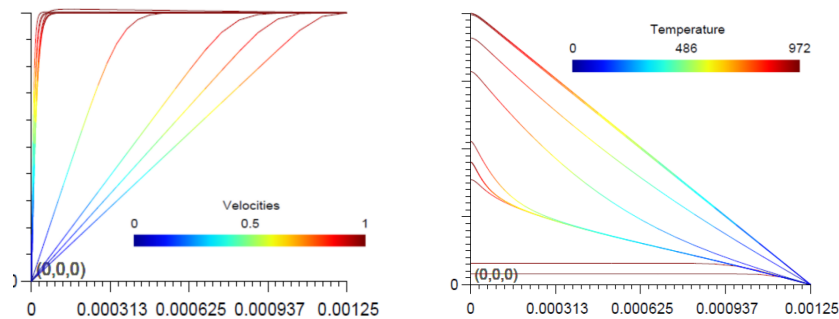


FIGURE 2 – Evolution temporelle des profils de vitesse et la température

3 Conclusion

L'approche énergétique variationnelle de [2] a été appliquée à la modélisation des bandes de cisaillement adiabatique en suivant deux voies. La première approche semi-analytique permet de déterminer les caractéristiques stationnaires d'une BCA en régime établi, tout en impliquant un nombre réduit de variables. La seconde approche numérique et incrémentale tend à valider la première approche.

Références

- [1] Y.M. Leroy, A. Molinari. *Stability of steady states in shear zones*, J. Mech. Phys. Solids 40(1), 181-212, 1992.
- [2] Q. Yang, L. Stainier, M. Ortiz. *A variational formulation of the coupled thermomechanical boundary-value problem for general dissipative solids*, J. Mech. Phys. Solids 54(2), 401-424, 2006