

# 10<sup>ème</sup> Colloque National en Calcul des Structures

A. Ghanem<sup>12</sup>, T. Baranger<sup>23</sup>, M. Torkhani<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LaMSID, EDF R&D, France, (assaf.ghanem, mohamed.torkhani)@edf.fr

<sup>2</sup> Université de Lyon, CNRS, LaMCoS, INSA Lyon, France, (assaf.ghanem, thouraya.baranger)@insa-lyon.fr

<sup>3</sup> Université Lyon1, France, thouraya.baranger@univ-lyon1.fr

---

**Résumé** — La méthode Arlequin est une méthode de couplage basée sur la combinaison de modèles de finesses et/ou de modélisations différentes. L'opérateur de couplage défini sur la zone commune aux différents modèles a une grande importance. L'application de cette méthode dans des études réalisées en régime dynamique peut être avantageuse en temps de calcul si le choix de l'opérateur de couplage permet de bien traiter l'aspect de propagation d'énergie. Dans ce papier nous comparons les différents opérateurs de couplage possibles, en régime dynamique.

**Mots clefs** — Dynamique, analyse multi-échelles, méthode Arlequin.

---

## 1 Introduction

La simulation de modèles de machines tournantes en régime dynamique est généralement basée sur des modélisations de type poutre. La prise en compte d'un phénomène particulier à l'échelle locale (fissure, contact) en se basant sur ces modèles globaux n'est pas fiable, et une étude basée sur un maillage tridimensionnel fin est alors nécessaire.

La méthode Arlequin [1] s'inscrit dans ce cadre d'études. En effet, elle permet de coupler des modèles de dimensions et de finesses différentes, d'où une économie en taille du problème. Elle permet la restitution du comportement global d'un modèle donné tout en ayant la possibilité de mettre en évidence des effets qui apparaissent aux échelles plus fines. Par ailleurs, étant basé sur un raccord avec recouvrement, le cadre Arlequin peut être efficace pour les études en régime dynamique. En effet, des études ultérieures [2] ont montré qu'il permet aux ondes de transiter proprement entre les différents modèles à travers la zone de raccord, sans piéger l'énergie au niveau des échelles fines, par réflexions parasites.

L'opérateur de couplage est donc l'élément le plus important de cette méthode. Il assure la continuité des déplacements, des vitesses, ainsi que la distribution des forces.

Nous nous intéressons à l'écriture de la formulation Arlequin en régime dynamique. Le but est de comparer les résultats des trois écritures possibles des opérateurs de couplage.

Une application principale est visée. Elle concerne un couplage multi-échelles/multi-modèles d'une structure maillée en 2D avec une poutre maillée en 1D. Le but étant de valider une méthode de raccord de modèles pour des études industrielles dans le domaine de la dynamique des rotors.

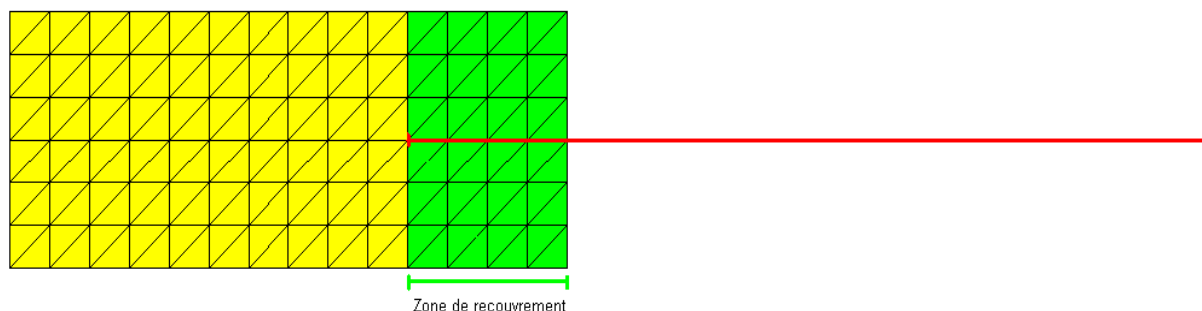


Figure 1: Représentation du raccord Arlequin 2D-1D

## 2 Formulation Arlequin : Écriture en régime dynamique

Une étude mécanique basée sur la méthode Arlequin consiste à diviser un domaine  $\Omega$  en un ou plusieurs sous-domaines  $\Omega_i$  se recouvrant sur certaines zones. Pour deux sous-domaines (1) et (2), la zone de recouvrement est formée de leur intersection :  $Sg = \Omega_1 \cap \Omega_2$ . Selon l'application, la zone de collage peut être soit égale à la zone de recouvrement (opération de jonction), soit strictement incluse dans celle-ci (opération de zoom).

En régime dynamique, la discrétisation du problème continu (1) conduit au système suivant (2):

$$M \ddot{u} + Ca \dot{u} + Ku = F(t) \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \mu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & 0 & {}^t C_1 \\ 0 & K_2 & {}^t C_2 \\ C_1 & -C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \lambda \end{bmatrix} = [F(t)] \quad (2)$$

Avec  $K_i$  les matrices de raideur correspondant aux sous-domaines;  $M_i$  les matrices de masse;  $C_{ai}$  les matrices d'amortissement;  $C_i$  les matrices assemblées des opérateurs de couplage agissant sur les déplacements  $U_i$  dans cette écriture;  $\lambda$  le vecteur des multiplicateurs de Lagrange. Une attention spéciale est accordée à ces opérateurs [1 3] dont nous allons comparer les résultats en dynamique :

Couplage H<sup>1</sup>: 
$$C_i = \int_S \lambda \cdot u_i + l^2 \varepsilon(\lambda) : \varepsilon(u_i) \quad (3)$$

Couplage L<sup>2</sup>: 
$$C_i = \int_S \lambda \cdot u_i \quad (4)$$

Couplage énergétique : 
$$C_i = \int_S \sigma(\lambda) : \varepsilon(u_i) \quad (5)$$

Pour chacun des opérateurs, trois configurations seront testées : Un couplage sur les déplacements (2), un couplage sur les vitesses, et un couplage mixte (vitesses et déplacements). Des cas tests plus élaborés seront présentés dans l'article. Les résultats (figure 2) montrent la pertinence du couplage énergétique par rapport aux autres opérateurs.

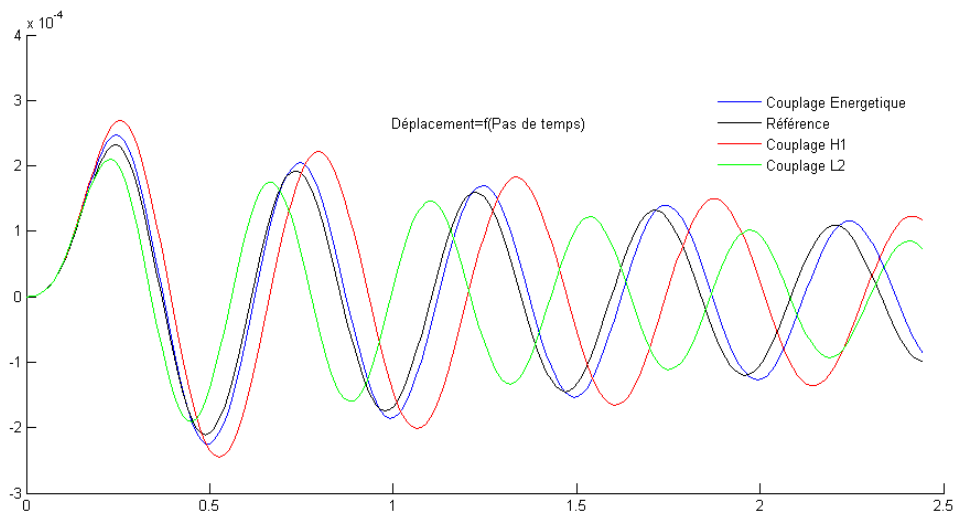


Figure 2: Comparaison des trois opérateurs de couplage pour une écriture en déplacement

### Références

- [1] H. Ben Dhia, G. Rateau, *The Arlequin method as flexible engineering design tool*, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 62:1442-1462, 2005
- [2] P. Aubertin, J. Rethoré and R. Borst, *Energy conservation of atomistic/continuum coupling*, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 78:1442-1462, 2009
- [3] T. N. Baranger and S. Andrieux, *Energy methods for Cauchy problems of evolutions equations*, *Journal of Physics: Conference Series 135 - 012007* doi:10.1088/1742-6596/135/1/012007. IOP Publishing, 2008