



HAL
open science

Simulation et modélisation du comportement hétérogène des combustibles MOX en service par une analyse de champs de transformation non uniformes

Rodrigue Largenton, Jean-Claude Michel, Pierre Suquet

► **To cite this version:**

Rodrigue Largenton, Jean-Claude Michel, Pierre Suquet. Simulation et modélisation du comportement hétérogène des combustibles MOX en service par une analyse de champs de transformation non uniformes. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. <hal-00592775>

HAL Id: hal-00592775

<https://hal.science/hal-00592775v1>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Modélisation du comportement effectif du combustible MOX par une analyse micromécanique en champs de transformation non uniformes

R. Largeton^{1,2}, J-C. Michel², P. Suquet², R. Masson³

¹ Dpt MMC, EDF R&D Site des Renardières, Avenue des Renardières, 77818 Moret sur Loing, France, rodrigue.largeton@edf.fr

² LMA, CNRS, 31 Chemin Joseph Aiguier, 13402 Marseille Cedex 20, France, {michel,suquet}@lma.cnrs-mrs.fr

³ LSC, CEA, Bâtiment 151, 13108 Saint Paul Lez Durance Cedex, France, renaud.masson@cea.fr

Résumé — La répartition hétérogène du plutonium dans le combustible nucléaire MOX implique que la modélisation de son comportement, durant l'irradiation en réacteur à eau pressurisée, passe par la construction de lois macroscopiques faisant intervenir les effets microstructuraux. Pour homogénéiser ce problème local, nous avons choisi une méthode d'analyse par champs de transformation non uniformes, abrégé anglais NTFA (Cf. [1]). Nous présentons donc ici, les travaux menés sur ce modèle pour l'adapter au comportement du MOX en service, ainsi qu'une comparaison des résultats globaux et locaux de ce modèle à des calculs de référence.

Mots clés — combustible, nucléaire, MOX, microstructure, hétérogène, homogénéisation, NTFA.

Introduction

Deux types de combustibles sont actuellement irradiés dans les réacteurs à eau pressurisée français :

- le combustible à base de dioxyde d'uranium, nommé l' UO_2 ,
- le *MOX*, acronyme anglais de Mixed Oxide car il combine oxyde de plutonium et oxyde d'uranium.

Diverses caractéristiques du *MOX* font que son comportement sous irradiation diffère de celui de l' UO_2 . Parmi ces points, nous pouvons citer l'**hétérogénéité de ce combustible en répartition de plutonium**. En effet, dans un **MOX MIMAS ADU** on observe typiquement **trois phases** (Cf. fig. 1) :

1. une phase inclusionnaire à forte concentration en plutonium (25 à 30 % de teneur massique moyenne), nommée les **amas plutonifères**,
2. une autre phase inclusionnaire à faible teneur en plutonium (inférieure à 1 % de teneur massique moyenne), nommée les **amas uranifères**,
3. et une phase d'**enrobage** à teneur modérée en plutonium (environ 5 à 10 % de teneur massique moyenne).

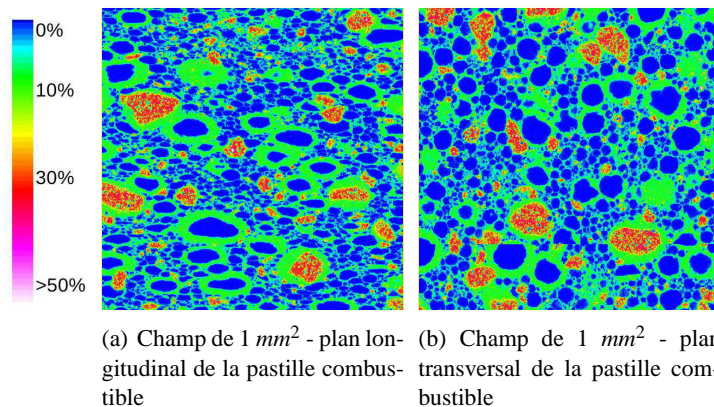
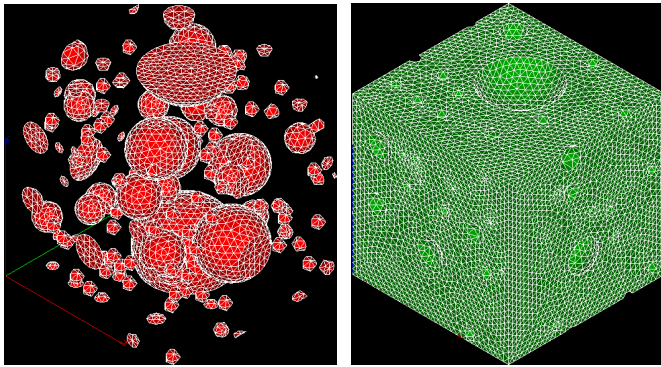


FIG. 1 – Cartographie du pourcentage de teneur massique en plutonium - MOX MIMAS ADU

Par conséquent, la **compréhension du comportement du combustible MOX**, durant l’irradiation, **passé par la construction de lois macroscopiques faisant intervenir les effets microstructuraux**. Pour homogénéiser ce problème local, nous avons choisi une méthode d’analyse par champs de transformation non uniformes [1]. Les modèles NTFA se nourrissant de modes issus de calculs de microstructure, nous avons, tout d’abord en amont, développé des outils permettant de représenter géométriquement et numériquement le combustible *MOX* en 3D à partir d’images expérimentales 2D. Ces travaux sont détaillés dans [2] et une représentation numérique 3D du *MOX*, réalisée à l’aide de ces outils, est présentée dans la première partie de ce document. Dans la deuxième partie, nous présentons les développements théoriques (extension au 3D, prise en compte de déformation libre) et numériques (identification des modes plastiques les plus pertinents) menés sur le modèle NTFA pour l’adapter au comportement du MOX en service. Enfin, une comparaison des résultats macroscopiques et locaux de ce modèle à des calculs de référence par éléments finis (FEM) est exposée dans la troisième partie.

1 Représentation numérique 3D du combustible MOX

Dans cette partie, nous présentons une représentation numérique 3D possible du *MOX* (Cf. fig. 2), obtenue à l’aide des outils développés dans [2] auquel nous renvoyons le lecteur pour de plus amples informations sur la méthodologie et les outils élaborés.



(a) Maillage des inclusions - amas plutonifère 121 particules $fv = 15\%$ - fuseau diamétral des inclusions ($10\mu m, 70\mu m$) (b) Maillage Matrice incluant l'enrobage et les amas uranifères

FIG. 2 – Maillage et géométrie périodique du combustible MOX en 3D - 99257 Tétraèdres quadratiques

Quelques remarques :

- la représentation géométrique ainsi que le maillage sont périodiques.
- Il est important de souligner qu’ici nous ne modélisons que la phase inclusionnaire plutonifère. Rien n’empêche de modéliser la phase uranifère avec les outils développés dans [2], mais dans le cadre de cette étude, nous avons pris le parti d’intégrer la phase uranifère dans l’enrobage. Cette phase sera désormais nommée : matrice.
- Enfin, la fraction volumique des inclusions plutonifères est de 15% et le diamètre des inclusions est compris entre $10\mu m$ et $70\mu m$. Dans la suite de ce document, l’ensemble des résultats numériques présentés porteront donc sur cette microstructure.

2 NTFA : développements théoriques et numériques pour simuler le comportement du combustible MOX en service

2.1 Problème local

En service, la déformation locale en un point \underline{x} du VER MOX, qui dépend du temps t , peut être décomposée de la façon suivante :

$$\underline{\underline{\epsilon}}(\underline{x}, t) = \underline{\underline{\epsilon}}^e(\underline{x}, t) + \underline{\underline{\epsilon}}^{vp}(\underline{x}, t) + \underline{\underline{\epsilon}}^{gs}(\underline{x}, t) , \quad (1)$$

avec $\underline{\underline{\epsilon}}^e$ la déformation élastique, $\underline{\underline{\epsilon}}^{vp}$ la déformation visqueuse déviatorique traduisant le fluage induit par l’irradiation et $\underline{\underline{\epsilon}}^{gs}$ la déformation libre traduisant le mécanisme de gonflement solide. Celle-ci est considérée comme une déformation hydrostatique isotrope, uniforme par phase et linéaire en fonction du temps.

Le problème mécanique local à résoudre, à un instant t , est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\text{div}} \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t) = 0 \quad , \quad \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t) = \underline{\underline{L}}(\underline{x}) : \left(\underline{\underline{\epsilon}}(\underline{x}, t) - \underline{\underline{\epsilon}}^{gs}(\underline{x}, t) - \underline{\underline{\epsilon}}^{vp}(\underline{x}, t) \right) \quad , \\ \underline{\underline{\epsilon}}^{gs}(\underline{x}, t) = \sum_{r=1}^N \chi^{(r)}(\underline{x}) \underline{\underline{\epsilon}}_r^{gs}(t) \underline{\underline{i}} \quad , \quad \underline{\underline{\epsilon}}^{vp}(\underline{x}, t) = \sum_{r=1}^N \chi^{(r)}(\underline{x}) \frac{\partial \Psi_r}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}(\underline{\underline{\sigma}}_{eq}(\underline{x}, t)) \quad , \quad \Psi_r(\underline{\underline{\sigma}}_{eq}) = \frac{1}{2} A_{irr} \dot{F}_r \underline{\underline{\sigma}}_{eq}^2 e^{-\frac{Q_{irr}}{RT}} \quad , \\ \underline{\underline{u}}(\underline{x}, t) = \underline{\underline{E}}(t) \cdot \underline{x} + \underline{\underline{u}}(\underline{x}, t) \quad , \quad \underline{\underline{u}}(\underline{x}, t) \# \text{ et } \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t) \cdot \underline{\underline{n}}(\underline{x}) \text{ -}\# \quad . \end{array} \right. \quad (2)$$

Avec :

- $\chi^{(r)}(\underline{x})$ la fonction caractéristique associée à la phase r , $\underline{\underline{i}}$ le tenseur identité d'ordre 2 et $\underline{\underline{\epsilon}}_r^{gs}(t)$ la déformation libre scalaire de gonflement solide uniforme associée à la phase r et N le nombre de phases ;
- \dot{F}_r la densité de fission moyenne dans la phase r , T la température et R , Q_{irr} , A_{irr} des constantes ;
- $\#$ et $\text{-}\#$ désignent des champs périodiques et anti-périodiques respectivement ;

La vitesse de gonflement solide $\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_r^{gs}$ et la densité de fission \dot{F}_r sont différentes d'une phase à l'autre car la teneur en plutonium fissile y est différente. **En service, le comportement du combustible MOX est donc élasto-viscoplastique linéaire incompressible¹ avec déformation libre.**

2.2 Analyse par champs de transformation non uniformes : principe

2.2.1 Champs de transformation non uniformes

Pour homogénéiser ce problème local, nous avons choisi une méthode d'analyse par champs de transformation non uniformes [1]. Avec cette approche, la déformation locale viscoplastique est décomposée sous la forme :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^{vp}(\underline{x}, t) = \sum_{k=1}^M \underline{\underline{\mu}}^k(\underline{x}) \underline{\underline{\epsilon}}_k^{vp}(t) \quad , \quad (3)$$

avec :

- $\underline{\underline{\mu}}^k(\underline{x})$ un ensemble de champs tensoriels non uniformes, appelés **modes plastiques**. Le choix des modes plastiques est réalisé sous différents chargements élémentaires (Cf. *paragraphe. 2.3*).
- $\underline{\underline{\epsilon}}_k^{vp}(t)$ la déformation viscoplastique associée au mode k .

Avec cette approximation (3), on passe d'un nombre infini de variables internes qui étaient tensorielles à un nombre fini M de variables scalaires. Il est important de remarquer que le nombre M de modes plastiques peut être différent du nombre de constituants N .

D'autres hypothèses sont faites pour simplifier la théorie ([1]) :

1. **Le support de chaque mode est entièrement contenu dans une seule phase du matériau.**
2. **Pour un comportement incompressible, les modes sont des champs tensoriels à trace nulle.**
3. **Les modes sont orthogonaux :** $\langle \underline{\underline{\mu}}^k : \underline{\underline{\mu}}^l \rangle = 0$ si $k \neq l$. Cette condition est évidemment vérifiée quand les modes ont leur support dans des phases différentes, mais doit être imposée pour les modes qui ont leur support dans la même phase.
4. Enfin, **les modes sont normalisés :** $\langle \underline{\underline{\mu}}_{eq}^k \rangle = 1$ où $\underline{\underline{\mu}}_{eq}^k = \left(\frac{2}{3} \underline{\underline{\mu}}^k : \underline{\underline{\mu}}^k \right)^{1/2}$.

Avec l'approximation (3), le champ de déformation locale est donné à l'instant t par :

$$\underline{\underline{\epsilon}}(\underline{x}, t) = \underline{\underline{A}}(\underline{x}) : \underline{\underline{E}}(t) + \sum_{l=1}^M (\underline{\underline{D}} * \underline{\underline{\mu}}^l)(\underline{x}) \underline{\underline{\epsilon}}_l^{vp}(t) + \sum_{r=1}^N (\underline{\underline{D}} * \chi^{(r)} \underline{\underline{i}})(\underline{x}) \underline{\underline{\epsilon}}_r^{gs}(t) \quad , \quad (4)$$

où $\underline{\underline{A}}(\underline{x})$ est le tenseur élastique de localisation de la déformation élastique, $*$ est le produit de convolution et $\underline{\underline{D}}(\underline{x}, \underline{x}')$ l'opérateur non local qui donne, à déformation moyenne nulle, la déformation au point \underline{x} créée par une

¹L'incompressibilité ne touche que la partie viscoplastique

prédéformation au point \underline{x}' . $\underline{D}(\underline{x}, \underline{x}')$ est défini par $\underline{D}(\underline{x}, \underline{x}') = \underline{\Gamma}(\underline{x}, \underline{x}') : \underline{L}(\underline{x}')$, avec $\underline{\Gamma}(\underline{x}, \underline{x}')$ l'opérateur de Green élastique non local du milieu élastique hétérogène.

2.2.2 Variables réduites

En double contractant (4) par $\underline{\mu}^k$ et en moyennant sur le VER, on obtient :

$$e_k = \underline{a}_k : \underline{E} + \sum_{l=1}^M D_{kl} \underline{\varepsilon}_l^{vp} + \sum_{r=1}^N H_{kr} \underline{\varepsilon}_r^{gs} , \quad (5)$$

où la déformation réduite e_k est égale à $\langle \underline{\varepsilon} : \underline{\mu}^k \rangle$, le tenseur de localisation réduit \underline{a}_k vaut $\langle \underline{\mu}^k : \underline{A} \rangle$ et les facteurs d'influence D_{kl} sont égaux à $\langle \underline{\mu}^k : (\underline{D} * \underline{\mu}^l) \rangle$ et H_{kr} à $\langle \underline{\mu}^k : (\underline{D} * \chi^{(r)} \underline{i}) \rangle$. Par analogie avec l'équation définissant la déformation réduite e_k , on peut définir la déformation viscoplastique réduite $e_k^{vp} = \langle \underline{\varepsilon}^{vp} : \underline{\mu}^k \rangle$ et la contrainte réduite $\tau_k = \langle \underline{\sigma} : \underline{\mu}^k \rangle$. On remarque que l'ensemble $(\underline{\varepsilon}_k^{vp})_{k=1, \dots, M}$ peut être remplacé par l'ensemble $(e_k^{vp})_{k=1, \dots, M}$ puisque :

$$e_k^{vp} = \langle \underline{\mu}^k : \underline{\mu}^k \rangle \underline{\varepsilon}_k^{vp} . \quad (6)$$

2.2.3 Relations constitutives pour les variables réduites

Puisque les tenseurs élastiques des phases sont supposés isotropes et les modes incompressibles, la contrainte réduite τ_k supportée par la phase r est donnée par :

$$\tau_k = 2G^r (e_k - e_k^{vp}) , \quad (7)$$

avec G^r le module de cisaillement de la phase r , support du mode k . Pour résoudre le problème il nous reste à évaluer e_k^{vp} . L'équation d'évolution des e_k^{vp} est obtenue en double contractant $\underline{\dot{\varepsilon}}^{vp}(\underline{x})$ par $\underline{\mu}^k$ et en moyennant sur le VER :

$$\dot{e}_k^{vp} = \langle \underline{\dot{\varepsilon}}^{vp} : \underline{\mu}^k \rangle = \frac{3}{2} \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma_{eq}} (\sigma_{eq}) \frac{\underline{\sigma}^{dev} : \underline{\mu}^k}{\sigma_{eq}} \right\rangle = \frac{3}{2} A_{irr} \dot{F}_r e^{-\frac{Q_{irr}}{RT}} \tau_k . \quad (8)$$

Le système d'équations (5), (6), (7) et (8) compose les relations constitutives effectives du MOX : système d'équations différentielles couplées d'ordre 1. Ce système est résolu le long d'un trajet imposé, soit dans l'espace des contraintes macroscopiques soit dans l'espace des déformations macroscopiques, ce qui donne les variables internes $\underline{\varepsilon}_k^{vp}$. La contrainte macroscopique est elle obtenue en moyennant le champ de contrainte local donné par la loi de comportement du problème (2) et en utilisant les expressions (3) et (4), ce qui donne :

$$\underline{\Sigma} = \underline{\tilde{L}} : \underline{E} + \sum_{k=1}^M \left(\langle \underline{L} : \underline{D} * \underline{\mu}^k \rangle - \langle \underline{L} : \underline{\mu}^k \rangle \right) \underline{\varepsilon}_k^{vp} + \sum_{r=1}^N \left(\langle \underline{L} : \underline{D} * \chi^{(r)} \underline{i} \rangle - \langle \underline{L} : \chi^{(r)} \underline{i} \rangle \right) \underline{\varepsilon}_r^{gs} , \quad \underline{\tilde{L}} = \langle \underline{L} : \underline{A} \rangle . \quad (9)$$

A ce stade, nous avons supposé que les modes plastiques $(\underline{\mu}^k)_{k=1, \dots, M}$ ainsi que les tenseurs d'influence $(\underline{D} * \underline{\mu}^k)_{k=1, \dots, M}$ et $(\underline{D} * \chi^{(r)} \underline{i})_{r=1, \dots, N}$ étaient identifiés. Nous exposons dans le paragraphe suivant la démarche employée pour les identifier.

2.3 Choix des modes plastiques

Le choix des modes plastiques est un point-clé dans la précision de la méthode. Ils sont déterminés numériquement en simulant la réponse du composite le long de trajets de chargement radiaux dans l'espace des

contraintes macroscopiques $\underline{\Sigma}(t) = \lambda(t)\underline{\Sigma}_0$. Les modes plastiques $\underline{\Theta}^k$ sont calculés jusqu'à $\underline{E} : \underline{\Sigma}_0^k = 10\%$. Dans le cadre de cette étude, $\underline{E} : \underline{\Sigma}_0^k$ est fixée à $10^{-2}s^{-1}$. En 3D et pour le comportement modélisé ici, 7 directions de contraintes $\underline{\Sigma}_0^k$ différentes ont été choisies : 3 tractions uniaxiales sans gonflement (k=1 direction 11, k=4 direction 22, et k=6 direction 33), 3 cisaillements purs sans gonflement (k=2 direction 12, k=3 direction 13 et k=5 direction 23), et un essai sans contrainte macroscopique mais avec gonflement (k=7).

$$\begin{cases} \underline{\Sigma}_0^k = \underline{e}_i \otimes_s \underline{e}_j \text{ avec } k = 1, \dots, 6, \quad i = 1, \dots, 3 \text{ et } j = 1, \dots, 3, \\ \underline{\Sigma}_0^7 = \underline{0} \text{ et } \varepsilon_r^{gs} \text{ appliquée dans chaque phase.} \end{cases} \quad (10)$$

Les paramètres matériaux qui ont été choisis pour les 6 premiers états de contraintes sont les suivants : pour la phase 1 matricielle nous prenons $\frac{3}{2} A_{irr} \dot{F}_1 e^{-\frac{Q_{irr}}{RT}} = 5.18427 \cdot 10^{-12} Pa^{-1}s^{-1}$ et $1.55528 \cdot 10^{-11} Pa^{-1}s^{-1}$ pour la phase 2 inclusionnaire. Tandis que les propriétés élastiques sont considérées comme homogènes et isotropes : $E = 200GPa$ et $\nu = 0.3$. Notons que le contraste de viscosité entre les amas plutonifères et la matrice est de 3. Pour le 7^{ème} état de contrainte, les paramètres élastiques et visqueux précédents ont été reconduits mais, en plus, nous avons rajouté le contraste de vitesse de gonflement solide entre les phases :

$$\text{phase 1 : } \dot{\varepsilon}_1^{gs} = 7.0 \cdot 10^{-05} s^{-1}, \quad \text{phase 2 : } \dot{\varepsilon}_2^{gs} = 2.1 \cdot 10^{-02} s^{-1}. \quad (11)$$

Le contraste de gonflement entre les amas plutonifères et la matrice est, ici, de 300. Ce contraste a été volontairement amplifié par rapport à celui auquel le combustible MOX peut être soumis en réacteur. L'objectif étant de démontrer la faisabilité de cette approche quelque soit le contraste entre les phases.

Pour chaque trajet de chargement $\underline{\Sigma}_0^k$, on considère les modes plastiques $\underline{\Theta}^k$ comme des champs de déformations viscoplastiques pour différents niveaux de chargement $\underline{E} : \underline{\Sigma}_0^k$. Ces modes sont normalisés via $\langle \underline{\Theta}^k \rangle$ au sens de *von Mises*. Dans notre cas, les modes ont été choisis toutes les 0.4 secondes. Au final, nous avons donc $M_T(r)$ modes (25 dans le cadre de cette étude) par trajet de chargement et par phase r . On impose (Cf. *paragraphe. 2.2.1*) aux modes plastiques candidats pour la méthode NTFA d'être orthogonaux deux à deux par la transformation de *Karhunen-Loève*, développée dans [3], encore appelée décomposition orthogonale aux valeurs propres (Proper Orthogonal Decomposition : POD), en réalisant un changement de base pour obtenir de nouveaux modes où l'information contenue est distribuée de façon optimale. La transformée de *Karhunen-Loève* consiste à construire une matrice de corrélation $g_{ij} = \langle \underline{\Theta}^i(x) : \underline{\Theta}^j(x) \rangle_{i,j=1,\dots,M_T(r)}$ à partir des données numériques et à en extraire les vecteurs propres \underline{v}^k et les valeurs propres λ_k afin d'obtenir une nouvelle base de vecteurs appelés modes. A partir de ces vecteurs propres, on construit les vecteurs de la nouvelle base, qu'on appelle dans la NTFA les modes plastiques $\underline{\mu}^k(x)_{(k=1,\dots,M_T(r))}$:

$$\underline{\mu}^k(x) = \sum_{l=1}^{M_T(r)} v_l^k \underline{\Theta}^l(x). \quad (12)$$

Un autre intérêt de la transformée de *Karhunen-Loève* réside dans le fait que la magnitude d'une valeur propre correspond à la quantité d'information contenue dans le vecteur propre associé. En supposant que les valeurs propres sont ordonnées de manière décroissante et en prenant en compte la propriété précédente, seuls les $M(r)$ premiers modes correspondant aux plus grandes valeurs propres et vérifiant le critère $(\sum_{k=1}^{M(r)} \lambda_k) / (\sum_{k=1}^{M(r)} \lambda_k) \geq \alpha$ peuvent être considérés ($\alpha = 0.9999$). La méthode permet donc de rendre les modes orthogonaux et de sélectionner les modes prépondérants ce qui est en adéquation avec le développement d'un «modèle réduit» (un nombre faible de variables internes).

Pour illustrer ces propos, la figure 3 montre les modes $\underline{\mu}_{eq}^1(x)$, identifiés par phase et pour le premier trajet de chargement élémentaire : $\underline{\Sigma}_0^1$. Pour ce trajet de chargement, nous constatons que deux modes par phase ont été sélectionnés via la méthode de *Karhunen-Loève*.

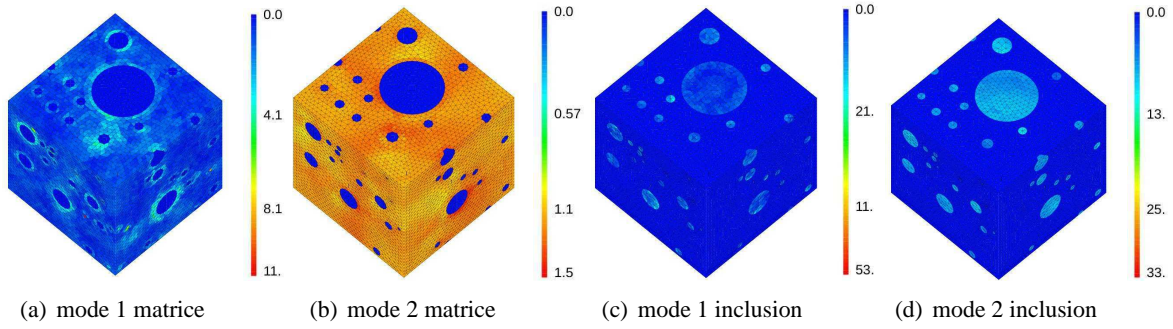


FIG. 3 – Norme équivalente du mode plastique 1 : μ_{eq}^1 - Phase Matrice & inclusionnaire - Trajet de chargement $\underline{\underline{\Sigma}}_0^1$

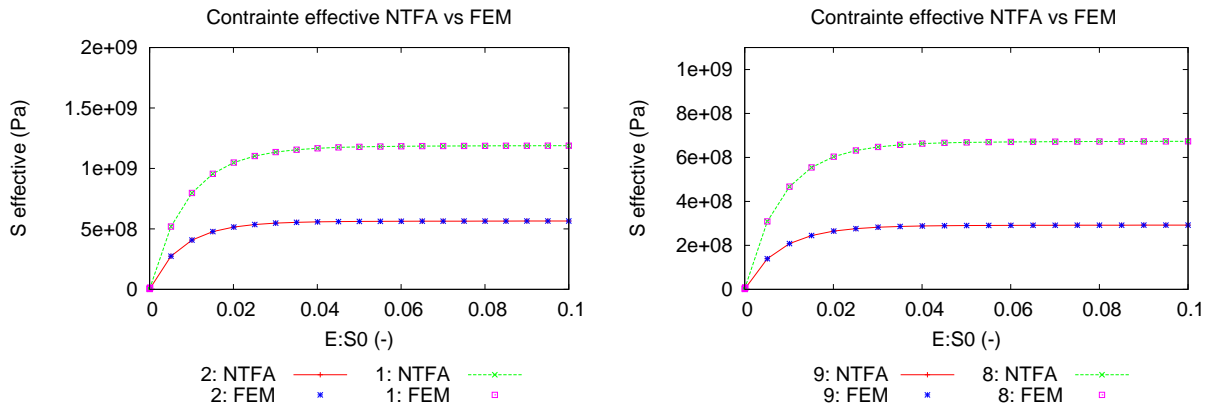
Au final, pour l'ensemble des trajets de chargements élémentaires, le modèle NTFA est composé de 30 modes (15 dans la matrice et 15 dans les inclusions), soit donc 30 variables internes scalaires ϵ_k^{vp} . Dans la troisième partie de ce document (Cf. paragraphe. 3), les prédictions macroscopiques et locales de ce modèle sont comparées à des calculs de référence (FEM : éléments finis).

3 NTFA : validation du modèle

3.1 Résultats macroscopiques NTFA vs FEM

3.1.1 Essais d'écroutissage : direction de contrainte $\underline{\underline{\Sigma}}_0^k$ imposée et $\underline{\underline{E}} : \underline{\underline{\Sigma}}_0^k = 10^{-2} s^{-1}$

La figure 4(a) montre les prédictions macroscopiques du modèle NTFA par rapport aux éléments finis FEM, pour deux trajets de chargements élémentaires qui ont servi à identifier les modes, à savoir $\underline{\underline{\Sigma}}_0^1$, nommé 1 sur la figure 4(a), et $\underline{\underline{\Sigma}}_0^2$, nommée 2 sur la figure 4(a). Pour ces deux trajets, nous constatons une très bonne prédiction du modèle NTFA par rapport aux éléments finis. Cette conclusion n'est pas surprenante puisque il s'agit de trajets ayant servi à identifier les modes.



(a) Chargements ayant servi pour l'identification des modes

- 1 : $S_0 = \underline{\underline{\Sigma}}_0^1$ traction uniaxiale 11
- 2 : $S_0 = \underline{\underline{\Sigma}}_0^2$ cisaillement pur 12

(b) Chargements hors identification des modes

- 8 : $S_0 = \underline{\underline{\Sigma}}_0^1 + \frac{1}{2} \underline{\underline{\Sigma}}_0^2$
- 9 : $S_0 = \underline{\underline{\Sigma}}_0^1 + \underline{\underline{\Sigma}}_0^2$

FIG. 4 – Essai d'écroutissage sur la microstructure de la figure 2

Néanmoins, sur la figure 4(b), nous présentons également les prédictions du modèle NTFA par rapport aux éléments finis FEM, pour deux essais, nommés 8 et 9 sur la figure 4(b), qui n'ont pas servi à identifier les

modes. Les essais 8 et 9 sont des essais dont la direction de contrainte est une combinaison linéaire de $\underline{\underline{\Sigma}}_0^1$ et $\underline{\underline{\Sigma}}_0^2$: $\underline{\underline{\Sigma}}_0^8 = \underline{\underline{\Sigma}}_0^1 + 0.5\underline{\underline{\Sigma}}_0^2$ et $\underline{\underline{\Sigma}}_0^9 = \underline{\underline{\Sigma}}_0^1 + \underline{\underline{\Sigma}}_0^2$. Pour ces deux essais, hors identification des modes, nous constatons une très bonne prédiction du modèle NTFA par rapport aux éléments finis.

Nous pouvons, également, nous interroger sur la prédiction macroscopique du modèle NTFA pour des essais de type fluage ou relaxation. La figure 5(a) présente la prédiction macroscopique du modèle NTFA pour un essai de fluage à contrainte uniaxiale (direction 33 - $\Sigma_{33} = 100MPa$), tandis que la figure 5(b) présente la prédiction macroscopique du modèle pour un essai de relaxation uniaxiale (direction 33 - $E_{33} = 2\%$). Bien que les modes aient été identifiés pour des essais d'érouissage, nous constatons toujours une très bonne prédiction du modèle NTFA.

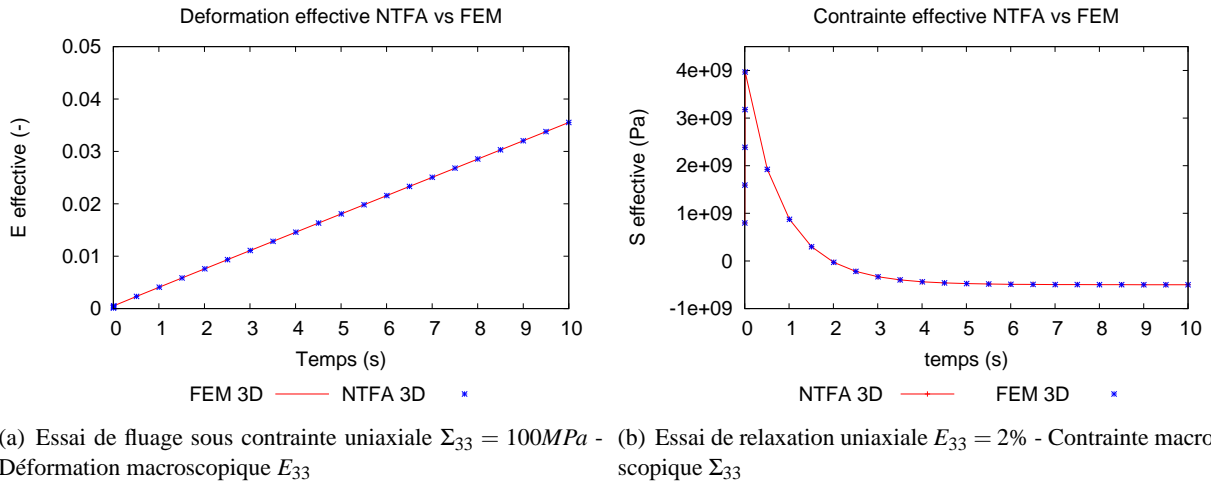


FIG. 5 – Essais de fluage et de relaxation sur la microstructure de la figure 2

Un intérêt majeur de la méthode NTFA, par rapport à la plupart des approches d'homogénéisation, est qu'elle permet de relocaliser les champs. Nous avons donc également analysé la prédiction locale du modèle NTFA par rapport aux éléments finis dans le paragraphe 3.2.

3.2 Résultats locaux NTFA vs FEM

Les figures 6(a) et 6(b) illustrent la prédiction du champ de contrainte équivalente de *von Mises* dans la phase matricielle à $t = 10$ secondes ($\underline{\underline{E}} : \underline{\underline{\Sigma}}_0^k = 10\%$) pour l'essai d'érouissage numéro 8 de la figure 4(b).

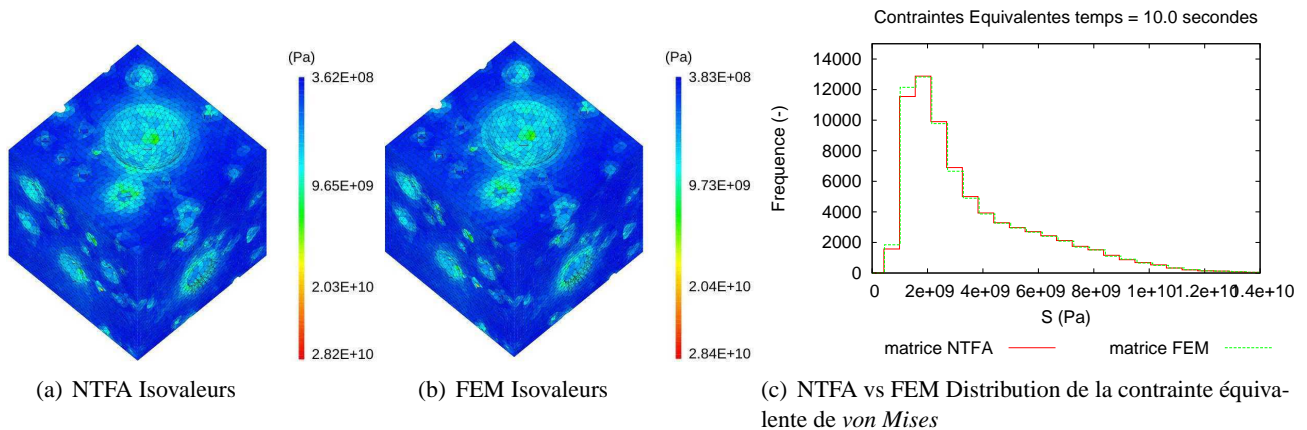


FIG. 6 – Essai d'érouissage numéro 8, $t=10s$ - $\sigma_{eq}(\underline{\underline{x}})$ NTFA vs FEM - Phase matricielle

Qualitativement, les isovaleurs de ce champ prédites par le modèle NTFA sont en bonne adéquation avec la prédiction des éléments finis. La comparaison entre éléments finis et NTFA de la distribution de ce champ de contrainte dans la phase matricielle (Cf. fig. 6(c)) confirme cette remarque. En effet, quantitativement la prédiction du modèle NTFA est excellente. L'erreur commise par le modèle NTFA sur la contrainte moyenne équivalente de la phase matricielle est égale à +0.28%, tandis que l'écart sur l'écart type est inférieur à -0.81%.

Pour la phase inclusionnaire, des conclusions identiques ont pu être établies. Pour les essais de type fluage et relaxation, nous avons également observé une très bonne prédiction locale des différents champs de déformations ou de contraintes.

Conclusions et perspectives

Dans ce document, nous avons présenté les travaux théoriques et numériques qui ont été menés sur l'approche NTFA pour l'adapter au comportement du combustible *MOX*, à savoir un comportement élasto-viscoplastique linéaire incompressible² avec déformation libre. Comme [4, 5, 6], l'extension des approches par champs de transformation au 3D a été validée avec succès. La prise en compte de déformation libre, axe d'étude qui n'avait jamais été abordé jusqu'à présent côté NTFA, a également été validée avec succès aussi bien macroscopiquement que localement pour le comportement du combustible *MOX* et pour différents types de chargements (écrouissage, relaxation et fluage). En perspective de cette étude, nous envisageons les développements suivants sur le modèle NTFA : étude de l'aspect vieillissant et poro élasto-viscoplastique compressible non linéaire sur un composite *MOX* 3D triphasé.

Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre de la convention de collaboration de recherche CEA-EDF-CNRS 038279.

Références bibliographiques

- [1] J.C Michel, P. Suquet. *Nonuniform Transformation Field Analysis*, International Journal of Solids and Structures, volume 40, pages 6937-6955, 2003
- [2] R. Largeton, V. Blanc, P. Thevenin, D. Baron. *Simulation and modelling the heterogeneous effects of microstructure MOX fuels on their effective properties in nominal pressure water reactor conditions*, Advances in Science and Technology, volume 73, pages 91-96, 2010
- [3] S. Roussette, J.C Michel, P. Suquet. *Nonuniform transformation field analysis of elastic-viscoplastic composites*, Composites Science and Technology, volume 69, pages 22-27, 2009
- [4] F. Fritzen, T. Bohlke. *Three-dimensional finite element implementation of the nonuniform transformation field analysis*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, volume 84, pages 803-829, 2010
- [5] F. Fritzen, T. Bohlke. *Nonuniform transformation field analysis of materials with morphological anisotropy*, Composites Science and Technology, doi :10.1016/j.compscitech.2010.12.013, 2011
- [6] C. Oskay, J. Fish. *Eigendefor-mation-based reduced order homogenization for failure analysis of heterogeneous materials*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, volume 196, pages 1216-1243, 2007

²L'incompressibilité ne touche que la partie viscoplastique