

## Un couplage fluide–fluide de type Boussinesq–SPH pour des calculs à proximité de structures hydroliennes

C. Kassiotis<sup>1</sup>, B. D. Rogers<sup>2</sup>, P. K. Stansby<sup>2</sup>, D. Violeau<sup>1</sup>, M. Benoit<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant, Université Paris-Est (Unité de recherche commune EDF R&D, CETMEF, École des Ponts ParisTech) christophe.kassiotis@enpc.fr, {damien.violeau, michel.benoit}@edf.fr*

<sup>2</sup> *School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering, University of Manchester, United-Kingdom {benedict.rogers, p.k.stansby}@manchester.ac.uk*

**Résumé** — Au cours de notre exposé, nous présenterons une stratégie de couplage pour des problèmes d'écoulements à surface libre. L'objectif est ici, par exemple, de prendre en compte la propagation de vagues sur des distances moyennes à grandes, et leur déferlement sur les côtes à une échelle plus réduite.

**Mots clés** — Couplage de code, Fluide, Hydraulique, Surface libre, Boussinesq, SPH

La modélisation des fluides environnementaux (rivières, courants marins, vagues océaniques. . .) trouve ses applications dans des domaines tels que la gestion des risques ou la production d'énergies vertes. Par exemple, pour des systèmes houlomoteurs ou hydroliens de production d'énergie [1], on doit étudier l'interaction entre un fluide à surface libre et un corps déformable [2, 3], mais aussi les champs marins sur de grande distance et à proximité des côtes ou des systèmes de production d'énergie. Dans cet exposé, nous présenterons une approche permettant le couplage entre des outils numériques décrivant la propagation de vagues et leur déferlement.

La propagation des vagues peut être décrite de manière précise en utilisant des modèles simplifiés tels que Saint-Venant ou Boussinesq où l'écoulement est intégré sur une colonne d'eau dont la hauteur totale est notée  $H = h + \eta$  (voir FIGURE 1). Pour le modèle Boussinesq, en ne retenant que les termes d'ordre les plus élevés, l'équation de conservation de la masse s'écrit (en 1DH) :

$$\partial_t H + \partial_x H u_\alpha - \partial_x \left( H \left[ \left( \frac{\eta^2 - \eta h + h^2}{6} - \frac{z_\alpha}{2} \right) \partial_x^2 u_\alpha + \left( \frac{\eta - h}{2} - z_\alpha \right) \partial_x (\partial_x h u_\alpha + \partial_t h) \right] \right) = 0$$

et l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \partial_x u_\alpha + \frac{1}{2} \partial_x u_\alpha^2 + g \partial_x \eta + \partial_t \left[ \frac{z_\alpha}{2} \partial_x^2 u_\alpha + z_\alpha \partial_x (\partial_x h u_\alpha + \partial_t h) - \partial_x \left( \frac{\eta}{2} \partial_x^2 u_\alpha + \eta \partial_x (\partial_x h u_\alpha + \partial_t h) \right) \right] \\ + \partial_x \left[ \partial_t \eta (\partial_x h u_\alpha + \partial_t h + \eta \partial_x u_\alpha) + (z_\alpha - \eta) u_\alpha \partial_x (\partial_x h u_\alpha + \partial_t h) + \frac{z_\alpha^2 - \eta^2}{2} u_\alpha \partial_x^2 u_\alpha + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\partial_x h u_\alpha + \partial_t h + \eta \partial_x u_\alpha)^2 \right] = 0 \end{aligned}$$

où  $u_\alpha$  est la vitesse horizontale du fluide à une hauteur de référence  $z_\alpha$ , prise telle que  $z_\alpha = -0.531h$ . La discrétisation est assurée par une méthode de type différence finie d'ordre élevé et une discrétisation en temps d'ordre 4.

Les modèles de type Boussinesq sont bien évidemment incapables de représenter le déferlement d'une vague : écoulement à géométrie complexe, possiblement multiplement connexe, définie par une surface libre évoluant au cours du temps. Plusieurs types d'approches sont possibles : description eulérienne du domaine fluide "eau" par un *level-set* (nécessitant généralement de calculer le domaine "air", ce qui a un coût) description arbitrairement lagrangienne-eulérienne ou description purement lagrangienne, sans maillage, tel que proposé par la méthode SPH [4]. Les équations de Navier-Stokes du problème continu peuvent s'écrire sous forme Lagrangienne :

$$\begin{aligned} \partial_t \underline{u} &= -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \underline{u} + \underline{g} \\ \partial_t \rho &= -\rho \nabla \cdot \underline{u} \end{aligned}$$

où les vitesses, pressions et densités sont classiquement notées  $\underline{u}$ ,  $p$  et  $\rho$ . Une équation d'état assure la faible compressibilité :

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left( \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right)$$

où  $\rho_0$  ainsi que  $c_0$  sont les densité et vitesse du son de référence, et où  $\gamma = 7$  pour l'eau. La discrétisation spatiale est assurée par la méthode sans maillage SPH [5] et la discrétisation en temps par des schémas symplectiques.

Notons bien que les outils permettant de décrire la propagation des vagues reposent sur certaines hypothèses simplificatrices des équations de la mécanique des fluides, diminuant logiquement le coût de calcul par rapport à des calculs complets. A contrario, les outils calculant sont extrêmement coûteux, et ne permettent pas de faire de calcul sur des échelles aussi grandes que celle de la propagation des vagues.

Nous proposons d'utiliser une approche de type *couplage de code* que nous avons déjà exploré pour l'interaction fluide-structure [3]. Les codes existants sont généralisés sous forme de composants, et la communication entre composants est assurée par l'*intergiciel* CTL [6]. Le couplage est indépendant des composants utilisés, et ils peuvent être facilement remplacés. D'un point de vue numérique, les premières études [7] tendent à montrer qu'un couplage explicite (sans itérations) n'affecte pas la stabilité du problème. Le code SPH nécessite par ailleurs la programmation de conditions aux limites eulériennes pour pouvoir communiquer avec le code Boussinesq, et l'imposition des conditions aux limites se fait. La précision peut-être améliorée en décalant la résolution de chacun des sous-problèmes

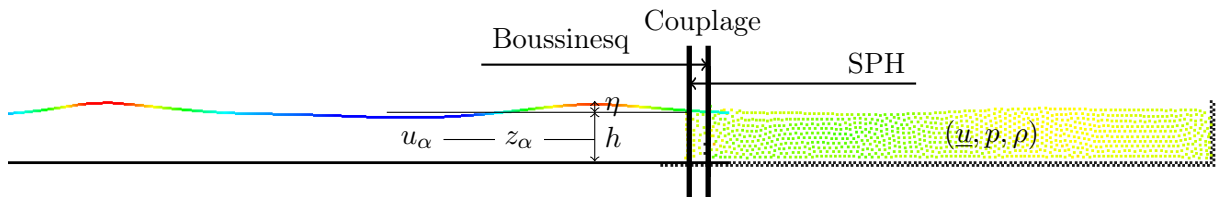


FIGURE 1 – Notations ; résultats préliminaires pour un domaine bi-dimensionnel : les couleurs représentent la hauteur d'eau côté Boussinesq et le champ de vitesse côté SPH.

En FIGURE 1 nous présentons des résultats préliminaires bi-dimensionnels. Pour cet exemple, le couplage est encore faible et explicite, mais nous espérons rapidement passer à un couplage fort, pour pouvoir présenter des cas de validation bi-dimensionnels .

## Références

- [1] João Cruz. *Ocean Wave Energy*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.
- [2] Christophe Kassiotis, Niekamp Rainer, Adnan Ibrahimbegović, and Hermann G. Matthies. Partitioned procedure for strongly coupled fluid-structure problems. Part I : implicit algorithm, stability analysis and validation examples. *Computational Mechanics*, Accepted, in Press, 2010.
- [3] Christophe Kassiotis, Adnan Ibrahimbegović, and Hermann G. Matthies. Partitioned solution to fluid-structure interaction problems in application to free-surface flows. *European Journal of Mechanics – B/Fluids*, 29 :510–521, 2010.
- [4] D. Violeau and R. Issa. Numerical modelling of complex turbulent free-surface flows with the SPH method : an overview. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 53(2) :277–304, 2006.
- [5] JJ Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics. *Annual review of astronomy and astrophysics*, 30(1) :543–574, 1992.
- [6] Rainer Niekamp, Damijan Markovič, Adnan Ibrahimbegović, Hermann G. Matthies, and Robert L. Taylor. Multi-scale modelling of heterogeneous structures with inelastic constitutive behavior : Part II–software coupling implementation aspects. *Engineering Computations*, 26 :6–28, 2009.
- [7] M. S. Narayanaswamy. *A hybrid Boussinesq-SPH wave propagation model with applications to forced waves in rectangular tanks*. Ph.D. Thesis, The Johns Hopkins University, 2009.