



**HAL**  
open science

## Simulation de procédé pour matériaux composites - Interaction Fluide/structure en grandes déformations

Arnaud Dereims, Sylvain Drapier, Jean-Michel Bergheau

► **To cite this version:**

Arnaud Dereims, Sylvain Drapier, Jean-Michel Bergheau. Simulation de procédé pour matériaux composites - Interaction Fluide/structure en grandes déformations. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592738

**HAL Id: hal-00592738**

**<https://hal.science/hal-00592738>**

Submitted on 3 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Simulation de procédé pour matériaux composites - Interaction fluide/structure en grandes déformations

A. Dereims<sup>1,2</sup>, S. Drapier<sup>2</sup>, J-M. Bergheau<sup>3</sup>, P. de Luca<sup>4</sup>

<sup>1</sup> ESI Group, Le Récamier, 70 rue Robert, 69458 Lyon Cedex 6, France, arnaud.dereims@esi-group.com

<sup>2</sup> École des Mines de Saint-Étienne, centre Science des Matériaux et Structures, 158 cours Fauriel, 42023 Saint-Étienne Cedex 02, France, drapier@emse.fr

<sup>3</sup> École Nationale d'Ingénieurs de Saint-Étienne, LTDS-UMR CNRS 5513, 59 rue Jean Parot, 42023 Saint-Étienne Cedex 02, France, bergheau@enise.fr

<sup>4</sup> ESI Group, Aero Business Center - Aeroparc, 25 Rue Marcel Issartier, BP 20005, 33700 Mérignac, patrick.de.luca@esi-group.com

**Résumé** — Les procédés d'infusion sont une alternative économique aux procédés classiques d'injection pour la réalisation de grandes pièces en composites. Cependant la mauvaise maîtrise des propriétés finales de la pièce moulée est un frein à leur démocratisation au niveau industriel. Nous présentons, ici, une méthode de modélisation avancée, couplant différents écoulements à la mécanique du solide en grandes déformations, afin d'anticiper au mieux les variations d'épaisseur de la pièce ainsi que le temps d'infusion.

**Mots clés** — Infusion, composite, LRI, Stokes, Darcy, grandes déformations, interaction fluide/structure.

## 1 Introduction

Les procédés de mise en œuvre des matériaux composites par infusion sont développés depuis quelques années pour apporter des solutions économiques à la réalisation de grandes pièces. Ces procédés permettent une réduction des coûts de stockage des matières premières et de fabrication de moule, du temps d'infusion et limitent la formation de vides. Cependant, la mauvaise maîtrise des propriétés finales de la pièce, induisant une mise au point du procédé longue et coûteuse, réduit considérablement les avantages précités. Il apparaît donc nécessaire de développer des méthodes de simulation numérique permettant d'anticiper ces propriétés.

## 2 Description du procédé LRI

Le procédé LRI compte parmi les procédés d'infusion les plus diffusés au niveau industriel. Dans ce procédé, une couche de résine liquide, recouvrant toute la surface de la pièce à infuser, est formée à l'aide d'un tissu fortement perméable, le drainant, placé au dessus de l'empilement de fibres. C'est ensuite la différence de pression entre l'entrée de résine (pression atmosphérique) et l'évent (pression nulle) qui provoque l'infusion de la résine dans le drainant puis à travers l'épaisseur des préformes (voir figure 1(a)). Après remplissage, l'ensemble subit un cycle de cuisson qui conduit la résine dans un état solide.

La souplesse du sac à vide ne permet pas de maintenir une épaisseur constante pendant toute la durée de l'opération, or de cette épaisseur dépendent la qualité dimensionnelle et les propriétés mécaniques de la pièce fabriquée. Nous présentons dans la suite une approche isotherme pour simuler au mieux ce procédé.

## 3 Modélisation physique et aspects numériques

Le modèle que nous avons retenu est celui proposé par P. Celle dans ses travaux de thèse [1] et [2]. La force de ce modèle réside dans l'approche globale du procédé. En effet, alors que les méthodes classiques de simulations se concentrent uniquement sur l'écoulement de la résine dans les préformes rigides, ce modèle prend en compte l'écoulement dans le drainant en même temps que l'écoulement

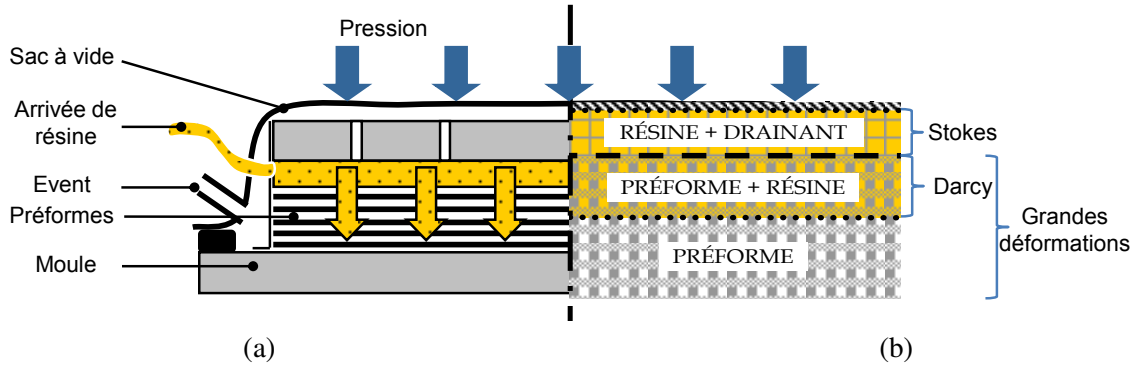


FIGURE 1 – (a) Principe du procédé Liquid Resin Infusion(LRI), (b) Modèle proposé [1]

dans les préformes subissant des déformations. Il s'appuie sur un découpage du domaine en trois zones (voir figure 1(b)) :

- la zone de Stokes : zone d'écoulement rapide constituée de la résine et du drainant
- la zone de Darcy : écoulement incompressible de la résine dans les préformes en grandes déformations
- la zone de préformes sèches : zone constituée des préformes non imprégnées de résines soumise à des grandes déformations.

Nous allons maintenant nous attacher à présenter les modèles physiques, ainsi que les méthodes numériques mis en place pour les résoudre.

### 3.1 Écoulement de la résine

Comme décrit plus haut, la résine s'écoule dans un tissu drainant puis dans les préformes sous l'action du vide. Dans la zone dite de Stokes, la très forte perméabilité du drainant, relativement à celle des fibres, nous permet de considérer, en première approximation, un écoulement incompressible régi par les équations de Stokes (1),

$$\begin{cases} \operatorname{div}(2\mu\underline{D}(\underline{v})) - \nabla p = 0 \\ \operatorname{div} \underline{v} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

où  $\mu$  est la viscosité de la résine,  $\underline{v}$  la vitesse de la résine,  $p$  la pression de la résine et  $\underline{D}(\underline{v}) = \frac{1}{2}(\underline{\nabla}\underline{v} + \underline{\nabla}^T \underline{v})$  le tenseur des taux de déformation eulérien associé au champ de vitesse  $\underline{v}$ . Tandis que dans la zone de Darcy, on représente un fluide Newtonien incompressible s'écoulant dans un milieu poreux à faible perméabilité (inférieure à  $10^{-9}m^2$ ) régi par la loi de Darcy (2),

$$\begin{cases} \underline{v} = -\frac{1}{\mu}\underline{K}\nabla p \\ \operatorname{div} \underline{v} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

avec  $\underline{v}$  la vitesse de Darcy ou la vitesse moyenne de la résine par rapport aux préformes,  $\underline{K}$  le tenseur de perméabilité,  $\mu$  la viscosité de la résine et  $p$  la pression interstitielle.

Du point de vue numérique, même si la forme de l'équation de Darcy nous permet de résoudre séparément les champs de vitesse et de pression, afin, d'être conforme à la formulation utilisée pour le problème de Stokes en vue du couplage, on choisit de résoudre une formulation mixte en vitesse-pression (3) et (4) par une méthode éléments finis stabilisée à l'aide des mini-éléments P1-bulle/P1 [2]. Les mini-éléments P1-bulle/P1 s'appuient sur l'enrichissement de l'approximation du champ de vitesse par l'introduction d'un nœud supplémentaire situé au centre de l'élément (voir figure 2). Le degré d'interpolation du champ de vitesse est, par conséquent, supérieur à celui du champ de pression, ce qui permet de respecter la condition de Brezzi-Babüska et d'éviter l'apparition de modes de pression parasites [3].

La formulation mixte des équations de Stokes et Darcy peut prendre deux formes différentes qui font apparaître les conditions limites sur les pressions en tant que conditions de Dirichlet ou faiblement. Ces formulations dites primale ou duale prennent les formes suivantes.

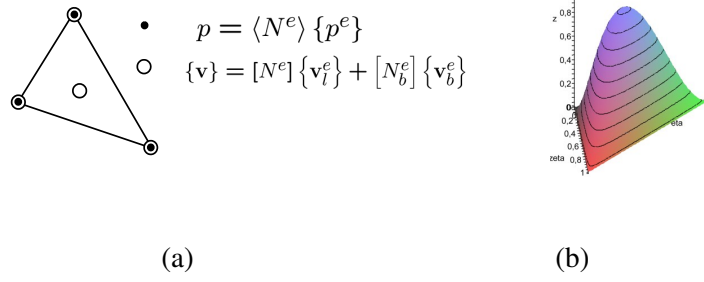


FIGURE 2 – mini-élément P1-bulle/P1 : (a) élément triangle, (b) représentation graphique de la fonction de forme associée à la bulle [1, 2]

Formulation duale mixte en vitesse pression du système de Stokes :

$$\begin{cases}
 \forall \delta \underline{v}, \forall \delta p, \\
 \int_{\Omega} 2\mu \underline{D}(\delta \underline{v}) : \underline{D}(\underline{v}) \, dv - \int_{\Omega} p \operatorname{div} \delta \underline{v} \, dv = \underbrace{\int_{\partial\Omega_t} \mu \delta \underline{v} \cdot \underline{\nabla} \underline{v} \cdot \underline{n} \, ds - \int_{\partial\Omega_t} p \delta \underline{v} \cdot \underline{n} \, ds}_{\int_{\partial\Omega_t} \delta \underline{v} \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{n} \, ds} \\
 \int_{\Omega} \delta p \operatorname{div} \underline{v} \, dv = 0 \\
 \delta \underline{v} \in E_{\delta \underline{v}} = \{ \delta \underline{v} \in H^1(\Omega) / \delta \underline{v} = \underline{0} \text{ sur } \partial\Omega_v \} \\
 \underline{v} \in E_v = \{ \underline{v} \in H^1(\Omega) / \underline{v} = \underline{v}^d \text{ sur } \partial\Omega_v \} \\
 \delta p \in L^2(\Omega) \\
 p \in L^2(\Omega)
 \end{cases} \quad (3)$$

Formulation primale mixte en vitesse pression du système de Darcy :

$$\begin{cases}
 \forall \delta \underline{v}, \forall \delta p, \\
 \int_{\Omega} \delta \underline{v} \frac{\mu}{K} \underline{v} \, dv + \int_{\Omega} \delta \underline{v} \underline{\nabla} p \, dv = 0 \\
 \int_{\Omega} \underline{v} \underline{\nabla} \delta p \, dv = \int_{\partial\Omega_v} \delta p \underline{v} \cdot \underline{n} \, ds \\
 \delta p \in E_{\delta p} = \{ \delta p \in H^1(\Omega) / \delta p = 0 \text{ sur } \partial\Omega_p \} \\
 p \in E_p = \{ p \in H^1(\Omega) / p = p^d \text{ sur } \partial\Omega_p \} \\
 \delta \underline{v} \in L^2(\Omega) \\
 \underline{v} \in L^2(\Omega)
 \end{cases} \quad (4)$$

Le choix des formulations (3) et (4) s'explique pour deux raisons. D'une part, la formulation duale en vitesse-pression de Darcy n'est pas stable avec les éléments P1-bulle/P1 et nécessite l'implémentation d'une méthode de stabilisation telle que la Hughes Variational Methods (HVM) [4], [5] et [6]. D'autre part, la formulation primale en vitesse-pression du problème de Stokes n'est pas adaptée à l'imposition d'une vitesse, or lors du couplage nous faisons le choix d'imposer la vitesse normale sur l'interface. Les formulations ont été implémentées et validées sur les cas tests présentés ci-après.

### 3.1.1 Validation de la formulation de Stokes : Écoulement de Poiseuille dans un cylindre

La loi de poiseuille décrit l'écoulement laminaire d'un liquide visqueux dans une conduite cylindrique. À partir de cette loi on peut définir une solution analytique pour le cas test. Ainsi, pour un cylindre de rayon  $R = 1m$ , longueur  $L = 1m$ , une viscosité  $\mu = 1Pa.s$ , une pression d'entrée  $P_i = 1Pa$  et une pression de sortie  $P_s = 0Pa$ , la vitesse le long de l'axe du cylindre s'écrit en fonction du rayon  $r$  :

$$v_x(r) = \frac{R^2}{4\mu} \frac{P_i - P_s}{L} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (5)$$

La figure 3 présente les résultats obtenus qui ont été comparés avec succès aux résultats analytiques.

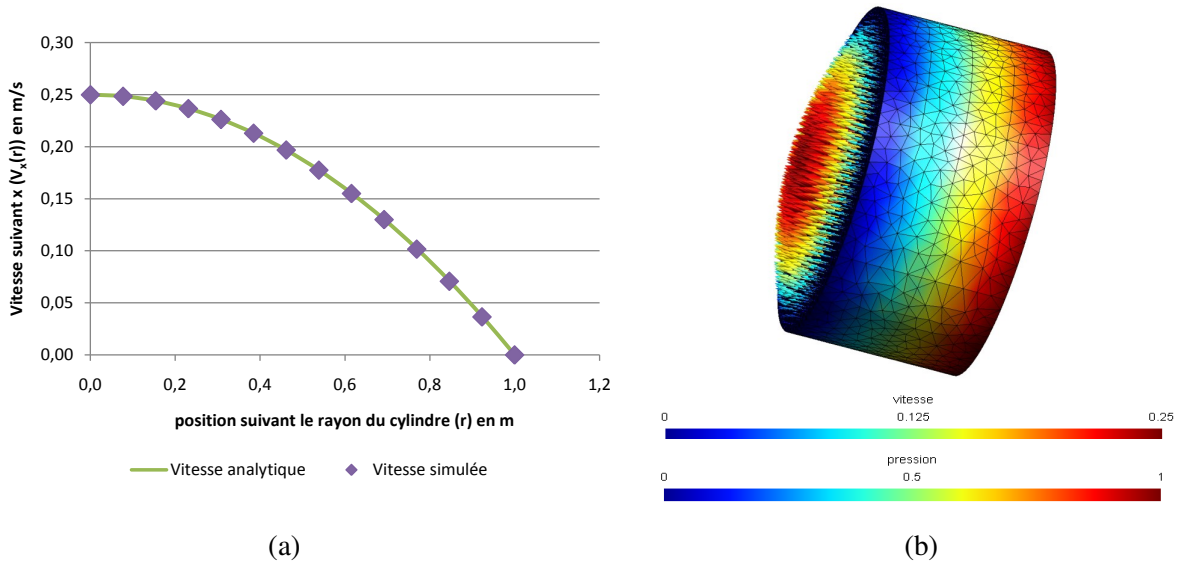


FIGURE 3 – Cas test de Poiseuille : (a) Comparaison des résultats analytiques et numériques pour le champs de vitesse  $v_x(r)$ , (b) Champs de vitesse et de pression obtenus

### 3.1.2 Validation de la formulation de Darcy : Cas test du convergent sphérique

Le cas test du convergent, pour lequel il existe, également, une solution analytique, consiste en une portion de sphère soumise à une différence de pression entre sa face intérieure et sa face extérieure. Ainsi, pour une sphère de rayon intérieure  $R_i = 0,1m$  et de rayon extérieure  $R_e = 1m$ , une perméabilité radiale  $K = 10^{-9}m^2$ , une viscosité  $\mu = 1Pa.s$ , une pression extérieure  $P_e = 10^5Pa$  et une pression intérieure  $P_i = 0Pa$ , la vitesse suivant  $r$  s'écrit :

$$v_r(r) = -\frac{K}{\mu} \frac{P_e - P_i}{R_e - R_i} \frac{R_e R_i}{r^2} \quad (6)$$

La figure 4 présente les résultats obtenus qui ont été comparés avec succès aux résultats analytiques.

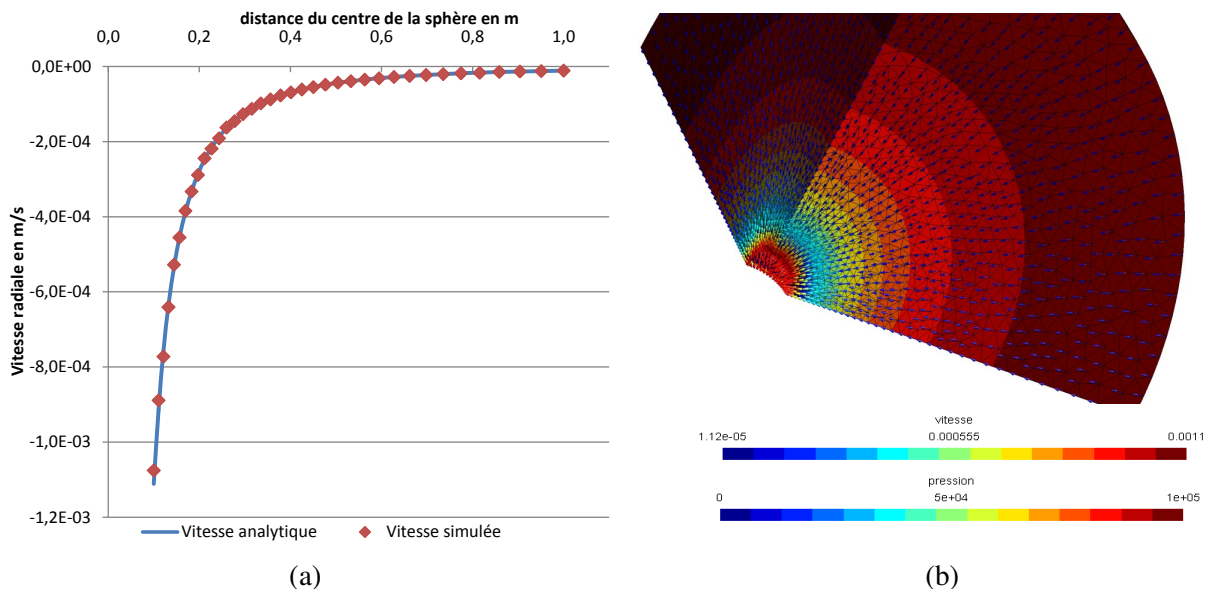


FIGURE 4 – Cas test du convergent : (a) Comparaison des résultats analytiques et numériques pour le champs de vitesse  $v_r(r)$ , (b) Champs de vitesse et de pression obtenus

### 3.2 Couplage Stokes / Darcy

Le couplage entre les deux zones d'écoulement (Darcy et Stokes) est réalisé en prenant en compte la continuité de la vitesse normale et de la contrainte normale à l'interface. Ainsi, la vitesse normale à l'interface, prise dans la zone de Darcy, est imposée comme condition limite des équations de Stokes, et la pression hydrostatique, prise dans la zone de Stokes, est imposée à Darcy (voir figure 5). Le problème est ensuite résolu de manière itérative et la convergence vérifiée par un calcul d'erreur relative sur les champs de vitesse et de pression entre deux itérations.

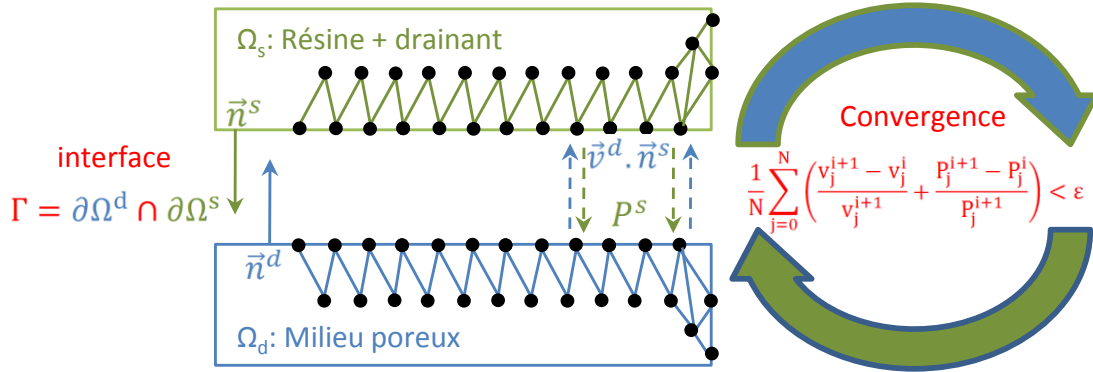


FIGURE 5 – Schéma de principe du couplage Stokes/Darcy

Cette interface peut prendre des formes plus ou moins complexes mais nécessite de pouvoir contrôler les vitesses normales. Dans la pratique l'imposition d'une condition cinématique du type  $\underline{v} \cdot \underline{n}$  est un peu délicate à mettre en place. En effet, dès lors que la normale à l'interface n'est pas colinéaire à l'une des

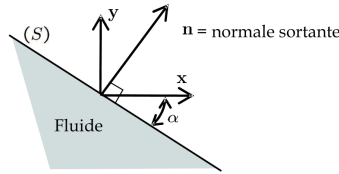


FIGURE 6 – Illustration du problème d'imposition d'une condition cinématique de type  $\underline{v} \cdot \underline{n}$

trois directions principales du repère global (voir figure 6), il est nécessaire d'imposer la condition localement en changeant le repère du nœud considéré, afin de ne pas avoir à assembler de terme de pénalité hors de la diagonal, ce qui impliquerait une matrice mal conditionnée. Pour cela, nous transformons le problème initiale (7) en un problème exprimé dans le repère local (8),

$$[K^e] \{V_g\} = \{f\} \quad (7)$$

$$[R]^T [K^e] [R] \{V_l\} = [R]^T \{f\} \quad (8)$$

où  $[R]$  est la matrice de rotation du repère local au repère global,  $\{V_g\}$  le vecteur vitesse exprimé dans le repère global et  $\{V_l\}$  le vecteur vitesse exprimé dans le repère local. Cette méthode offre une solution robuste validée sur des cas tests, mais elle nécessite un post-traitement pour ré-exprimer les degrés de libertés dans le repère global après le calcul.

### 3.3 Couplage fluide / Structure

Le couplage fluide/structure est traité, dans une approche quasi-statique, par un couplage fort itératif. En effet, le problème fluide couplé Stokes/Darcy est résolu sur un maillage fixe (*i.e.* pour des préformes indéformables). L'influence de la résine sur les fibres est prise en compte à travers la pression hydrostatique selon la loi de Terzaghi (9),

$$\underline{\underline{\sigma}}_{tot} = \underline{\underline{\sigma}}_{eff} + p \underline{\underline{I}} \quad (9)$$

avec  $\underline{\underline{\sigma}}_{tot}$  la contrainte totale appliquée au système,  $\underline{\underline{\sigma}}_{eff}$  la contrainte effective dans les préformes et  $\underline{\underline{I}}$  le tenseur unité. Le problème non linéaire en grandes déformations est résolu pour un champs de pression fixée (et donc un comportement équivalent au sens de Terzaghi), puis, l'influence des déformations se traduit par l'évolution de la porosité qui influe sur la perméabilité du milieu, déterminée selon la loi de Carman-Kozeny (10),

$$\underline{\underline{K}} = \frac{d_f^2}{16 k_h} \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2} \quad (10)$$

avec  $d_f$  le diamètre moyen de fibre,  $k_h$  constantes de Kozeny et  $\phi$  la porosité. Finalement, la convergence est vérifiée par un calcul d'erreur relative sur les champs de pression, vitesse et déformations entre deux itérations.

## 4 Présentation de quelques résultats

Le modèle, précédemment décrit, a été implémenté dans un code éléments finis basé sur la librairie C++ ProFlot™, elle même à la base de PAM-RTM™. Les résultats fournis par ce code ont été comparés à des résultats expérimentaux lors d'une première phase de validation. Le cas considéré ici est celui d'une plaque de dimension 335 mm x 335 mm, composée de 24 plis [90,0] [7]. L'épaisseur initiale mesurée à l'aide d'un vernier est de 9,8 mm. Suite la compaction initiale du système P. wang [7] a mesuré une épaisseur moyenne de 6,18 mm, alors que la simulation donnait une épaisseur de 6,17mm. Après la phase de remplissage, le gonflement simulé était de 0,63 mm tandis que la mesure expérimentale était de 0,59mm. La figure 7 montre les conditions initiales ainsi que les résultats obtenus lors du calcul.

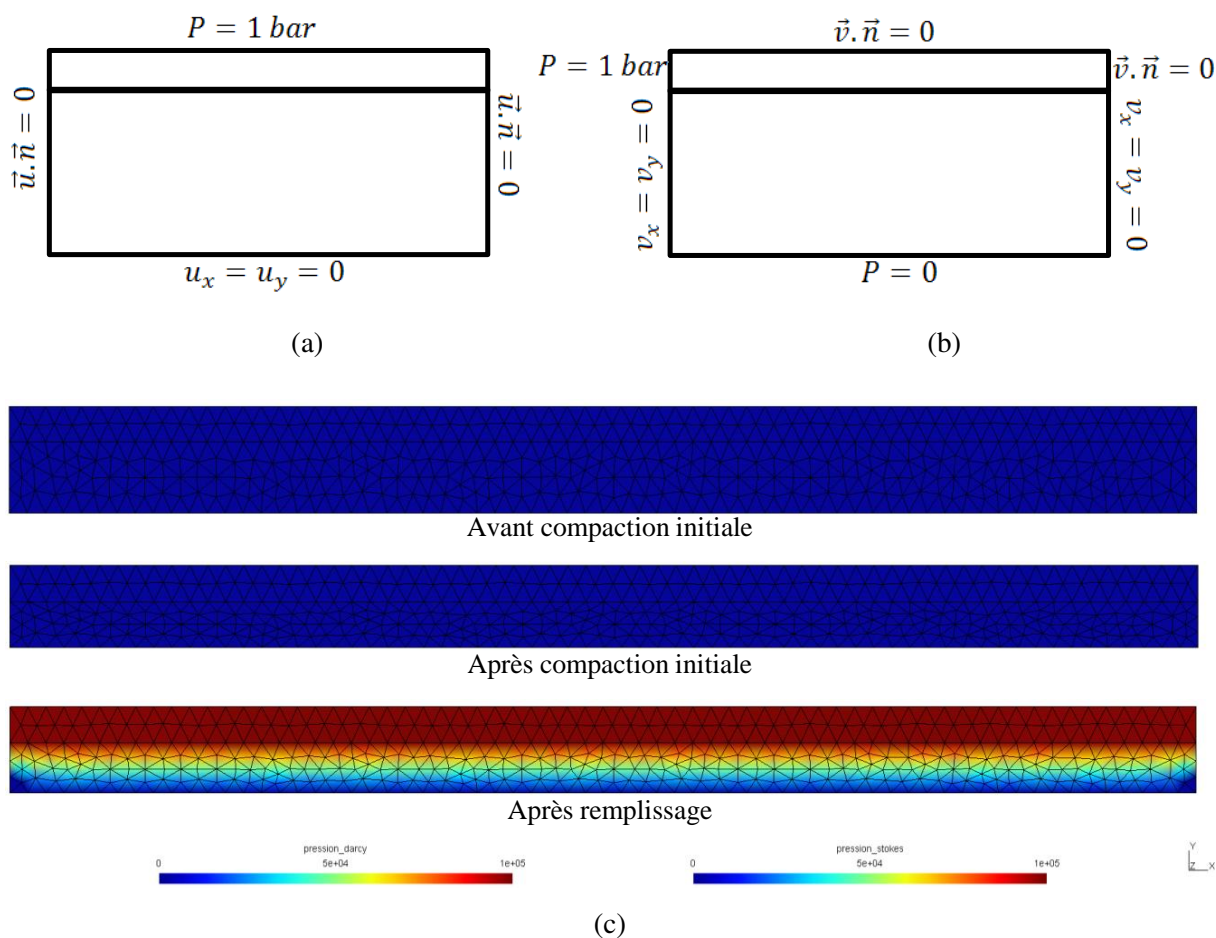


FIGURE 7 – Exemple de simulation : (a) Conditions limites mécanique du solide, (b) Conditions limites mécanique des fluides, (c) Champs de pression et géométrie obtenus après compaction et après remplissage

## 5 Développements et améliorations du modèle

Ce modèle innovant, bien que validé dans le cas simple d'une plaque par P. Wang [7], nécessite certaines améliorations en vu de son industrialisation.

### 5.1 Redécoupage du domaine

Dans la partie précédente, nous avons proposé un découpage en trois zones (voir figure 1), faisant l'hypothèse d'un écoulement de Stokes dans le drainant. Cette hypothèse peut-être remise en cause. En effet, le drainant est un milieu poreux ayant une perméabilité généralement comprise entre  $10^{-4}$  et  $10^{-6} m^2$ , or, un écoulement de Darcy pourrait être plus approprié pour représenter au mieux le phénomène. Le couplage Stokes/Darcy reste cependant nécessaire pour simuler les écoulements dans les canaux d'injection, ainsi que dans les zones d'écoulement préférentiel ne comportant pas de fibres (phénomène de race-tracking). Cette nouvelle approche doit nous permettre d'obtenir un modèle au plus proche de la réalité afin de mieux évaluer les temps de remplissage encore difficiles à anticiper avec les modèles actuels.

### 5.2 Post-Filling

La phase de remplissage est suivie par une étape, plus ou moins courte, souvent citée sous le nom de « post-filling » [8]. Elle consiste à laisser le système se mettre à l'équilibre afin d'obtenir une fraction volumique de fibre homogène et, éventuellement, à recompresser la pièce pour obtenir l'épaisseur voulue juste avant la cuisson. On obtient donc un écoulement soumis à de nouvelles conditions limites (figure 8). La simulation de cette phase doit nous permettre de mieux comprendre les mécanismes mis en jeu immédiatement après le remplissage, permettant, ainsi, de mettre en évidence des pistes de développement pour les procédés.

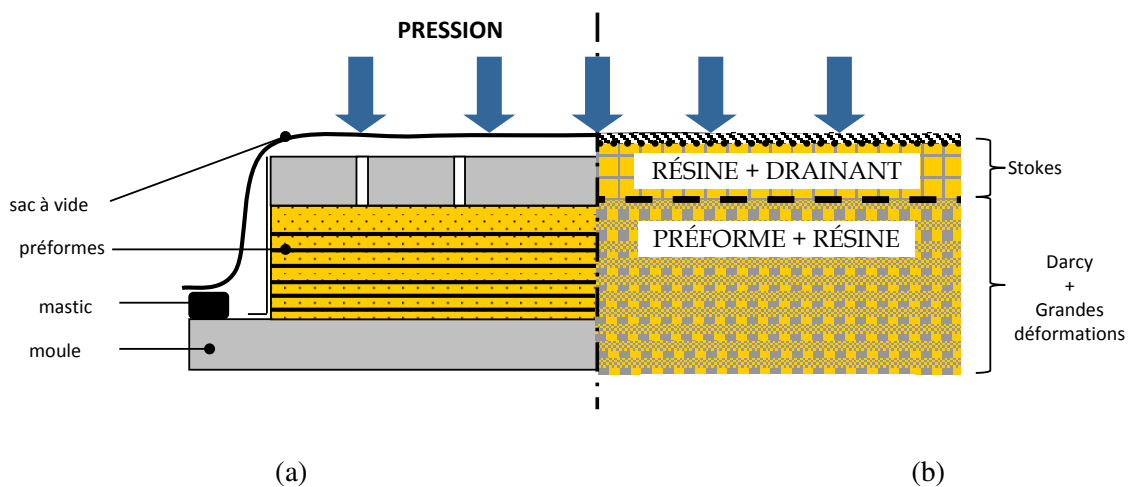


FIGURE 8 – (a) État du système après infusion, (b) Modèle pour le « post-filling »

## 6 Conclusion et travail futur

Nous avons présenté un modèle complet pour la simulation de l'infusion. Ce modèle est innovant de par son approche globale du procédé, cherchant à représenter tous les phénomènes connus, afin de fournir aux professionnels des composites une simulation au plus proche de la réalité. Pour cela nous avons implémenté un couplage entre les équations de Stokes, de Darcy et la mécanique du solide en grandes déformations, que nous avons comparé avec succès à l'expérience. Cette approche nécessite cependant encore des développements, afin d'apporter des résultats encore plus proches des besoins des industriels, notamment au niveau des temps de remplissage. Pour cela nous avons proposé deux points d'améliorations (Post-Filling et nouveau découpage du modèle) actuellement en cours de développement, qui



seront complétés à plus long termes par un couplage thermo-physico-chimique primordial pour prévoir les contraintes résiduelles.

## Références

- [1] P. Celle. *Couplage fluide / milieu poreux en grandes déformations pour la modélisation des procédés d'élaboration par infusion*, Thèse de doctorat, École Nationale des Mines de Saint-Étienne, 2006.
- [2] P. Celle, S. Drapier, J-M. Bergheau. *Numerical modelling of liquid infusion into fibrous media undergoing compaction*, European Journal of Mechanics - A/Solids, 27(4) : 647-661, 2008.
- [3] D.N. Arnold, F. Brezzi et M. Fortin. *A stable finite element for the Stokes equations*, Calcolo, 21(4) : 337-344, 1984.
- [4] A. Massud. *A stabilized mixed finite element method for Darcy-Stokes flow*, International journal for numerical methods in fluids, 54 : 665-681, 2007.
- [5] G. Pacquaut. *Couplage Stokes/Darcy dans un cadre Level-set en grandes déformations pour la simulation des procédés d'élaboration par infusion de résine*, Thèse de doctorat, École Nationale des Mines de Saint-Étienne, 2010.
- [6] G. Pacquaut, J. Bruchon, N. Moulinet S. Drapier. *Combining a level set method and a mixed stabilized P1/P1 formulation for coupling Stokes-Darcy flows*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, accepté pour publication.
- [7] P. Wang, S. Drapier, J. Molimard, A. Vautrin et J-C. Minni. *Characterization of Liquid Resin Infusion (LRI) filling by fringe pattern projection and in situ thermocouples*, Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, 41(1) : 36-44, 2010.
- [8] P. Šimáček, D. Heider, J.W. Gillespie Jr. et S.G. Advani. *Post-filling flow in vacuum assisted resin transfer molding processes : Theoretical analysis*, Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, 40(6-7) : 913-924, 2009.