



HAL
open science

Réduction de problèmes vibro-acoustique avec interfaces dissipatives par décomposition de domaines

Romain Rumpler, Antoine Legay, Jean-François Deü

► **To cite this version:**

Romain Rumpler, Antoine Legay, Jean-François Deü. Réduction de problèmes vibro-acoustique avec interfaces dissipatives par décomposition de domaines. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592725

HAL Id: hal-00592725

<https://hal.science/hal-00592725v1>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Réduction de problèmes vibro-acoustique avec interfaces dissipatives par décomposition de domaines

R. Rumpler, A. Legay, J.-F. Deü

*Laboratoire des Structures et des Systèmes Couplés, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris
{romain.rumpler,antoine.legay,jean-francois.deu}@cnam.fr*

Résumé — La modélisation d'un problème vibro-acoustique en présence de matériaux absorbants pour la réduction du bruit conduit généralement à un nombre très important de degrés de liberté, notamment pour décrire précisément le comportement du milieu poreux qui dépend de la fréquence. Afin de réduire les temps de calcul, ce travail propose d'utiliser une méthode de synthèse modale qui combine des stratégies de décomposition de domaine à des techniques de projection modale. L'efficacité de cette approche est évaluée sur des applications académiques ainsi que sur un cas représentatif d'un problème industriel.
Mots clés — vibro-acoustique, matériaux poreux, décomposition de domaine, projection modale.

1 Introduction

Les matériaux poreux sont couramment utilisés afin de réduire le bruit interne par exemple dans les habitacles de véhicules de transport. Lors de la phase de conception et afin d'optimiser le matériau absorbant (taille, position...), l'ingénieur a besoin d'effectuer de nombreuses simulations numériques de ce problème couplé faisant intervenir trois domaines : structure, cavité acoustique et matériau poreux. La modélisation complète du problème conduit généralement à un nombre très important de degrés de liberté, notamment pour décrire précisément le comportement du milieu poreux [1]. Les temps de calculs peuvent alors être prohibitifs lors de la phase d'optimisation. Afin de réduire ces temps de calculs, une première approche consiste à approximer le comportement du matériau poreux par un modèle simplifié [2, 3, 4]. Une autre stratégie, que nous nous proposons de suivre dans ce travail [5, 6], est de garder une modélisation fine du matériau poreux et de réduire le problème couplé par une méthode de type synthèse modale.

Une méthode de réduction modale à interfaces fixes et par décomposition en sous-domaines [7] est utilisée pour réduire la partie non dissipative du problème fluide-structure [8, 9, 10]. Chaque sous-domaine est projeté sur une base qui contient (i) les modes à interface fixe tronquée à une valeur dépendante de la fréquence maximale d'observation (ii) ainsi que les modes statiques d'interface. Le système final à résoudre est de taille réduite par rapport au système initial, mais il contient toujours, en plus des degrés de liberté des interfaces entre sous-domaines, l'ensemble des degrés de liberté du domaine poreux. Tous les développements (éléments finis, éléments de couplage et méthodes de réduction) sont réalisés en Fortran dans le code de calcul Feap [11].

2 Discrétisation du problème couplé

2.1 Description du problème couplé

On considère un fluide acoustique dans une cavité rigide, en contact avec une structure flexible et un matériau poreux (Fig. 1). Les variables utilisées pour décrire la structure Ω_S et la cavité acoustique Ω_F sont respectivement le déplacement \mathbf{u}_S et la fluctuation de pression p . Le matériau poreux est modélisé par la théorie de Biot-Allard [12] où les phases fluide et solide sont décrites par leurs champs de déplacement \mathbf{u}_s et \mathbf{u}_f . Les frontières des domaines sont notées :

- surfaces à conditions de Dirichlet : $\partial_1\Omega_F$, $\partial_1\Omega_S$ et $\partial_1\Omega_P$,
- surfaces à conditions de Neumann : $\partial_2\Omega_F$, $\partial_2\Omega_S$ et $\partial_2\Omega_P$,

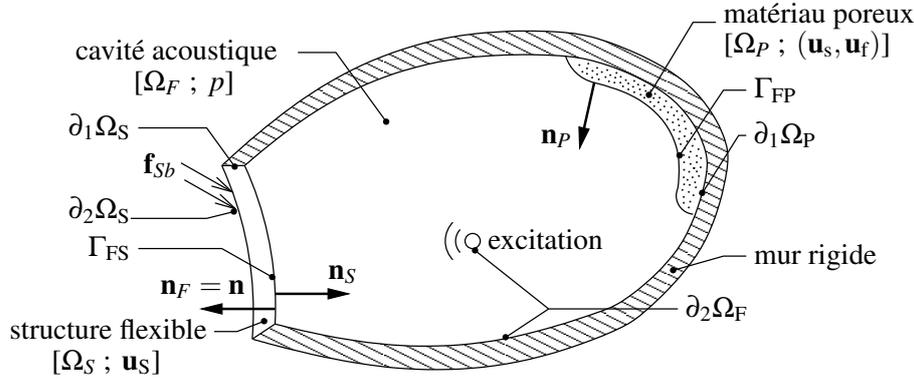


FIGURE 1 – Description et notations du problème élasto-poro-acoustique

- interfaces entre fluide acoustique et structure Γ_{FS} , et entre fluide acoustique et matériau poreux Γ_{FP} .

On note ρ_F la masse volumique du fluide, c_0 la célérité du son dans le fluide, ρ_S la masse volumique de la structure, \mathbf{D}_S la matrice de comportement de la structure (loi de Hooke) et $\varepsilon(\mathbf{v})$ l'opérateur linéaire des déformations associées au champ de déplacement \mathbf{v} . Les paramètres du matériau poreux sont $\tilde{\rho}_s$, $\tilde{\rho}_f$ et $\tilde{\rho}_{sf}$ les masses volumiques équivalentes complexes des phases fluide, solide et fluide-solide couplée, $\tilde{\mathbf{D}}_s$, $\tilde{\mathbf{D}}_f$ et $\tilde{\mathbf{D}}_{sf}$ les matrices des comportements élastiques complexes des phases fluide, solide et fluide-solide couplée dépendantes de la fréquence [12], et ϕ la porosité.

2.2 Formulation variationnelle du problème couplé

En introduisant les espaces $C_{\mathbf{u}_S}$, C_p , $C_{\mathbf{u}_s}$ et $C_{\mathbf{u}_f}$ admissibles et suffisamment réguliers associés aux variables \mathbf{u}_S , p , \mathbf{u}_s and \mathbf{u}_f respectivement, la formulation variationnelle du problème couplé s'écrit :

Trouver $\mathbf{u}_S \in C_{\mathbf{u}_S}$, $p \in C_p$, $\mathbf{u}_s \in C_{\mathbf{u}_s}$ et $\mathbf{u}_f \in C_{\mathbf{u}_f}$ tels que :

$$\forall \delta \mathbf{u}_S \in C_{\mathbf{u}_S}^*,$$

$$\int_{\Omega_S} \text{tr} [\mathbf{D}_S \varepsilon(\mathbf{u}_S) \varepsilon(\delta \mathbf{u}_S)] dV - \omega^2 \int_{\Omega_S} \rho_S \mathbf{u}_S \cdot \delta \mathbf{u}_S dV - \int_{\Gamma_{FS}} p \mathbf{n} \cdot \delta \mathbf{u}_S d\Sigma = \int_{\partial_2 \Omega_S} \mathbf{f}_{Sb} \cdot \delta \mathbf{u}_S d\Sigma; \quad (1)$$

$$\forall \delta p \in C_p,$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_F} \mathbf{grad} p \mathbf{grad} \delta p dV - \frac{\omega^2}{c_0^2} \int_{\Omega_F} p \delta p dV - \omega^2 \rho_F (1 - \phi) \int_{\Gamma_{FP}} \mathbf{u}_s \cdot \mathbf{n} \delta p d\Sigma \\ & - \omega^2 \rho_F \phi \int_{\Gamma_{FP}} \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{n} \delta p d\Sigma - \omega^2 \rho_F \int_{\Gamma_{FS}} \mathbf{u}_s \cdot \mathbf{n} \delta p d\Sigma = \omega^2 \rho_F \int_{\partial_2 \Omega_F} u_{Fb} \delta p d\Sigma; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\forall \delta \mathbf{u}_s \in C_{\mathbf{u}_s}^*,$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_P} \text{tr} [\tilde{\mathbf{D}}_s \varepsilon(\mathbf{u}_s) \varepsilon(\delta \mathbf{u}_s)] dV + \int_{\Omega_P} \text{tr} [\tilde{\mathbf{D}}_{sf} \varepsilon(\mathbf{u}_f) \varepsilon(\delta \mathbf{u}_s)] dV \\ & - \omega^2 \int_{\Omega_P} \tilde{\rho}_s \mathbf{u}_s \cdot \delta \mathbf{u}_s dV - \omega^2 \int_{\Omega_P} \tilde{\rho}_{sf} \mathbf{u}_f \cdot \delta \mathbf{u}_s dV - (1 - \phi) \int_{\Gamma_{FP}} p \mathbf{n} \cdot \delta \mathbf{u}_s d\Sigma = 0; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\forall \delta \mathbf{u}_f \in C_{\mathbf{u}_f}^*,$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_P} \text{tr} [\tilde{\mathbf{D}}_f \varepsilon(\mathbf{u}_f) \varepsilon(\delta \mathbf{u}_f)] dV + \int_{\Omega_P} \text{tr} [\tilde{\mathbf{D}}_{sf} \varepsilon(\mathbf{u}_s) \varepsilon(\delta \mathbf{u}_f)] dV \\ & - \omega^2 \int_{\Omega_P} \tilde{\rho}_s \mathbf{u}_f \cdot \delta \mathbf{u}_f dV - \omega^2 \int_{\Omega_P} \tilde{\rho}_{sf} \mathbf{u}_s \cdot \delta \mathbf{u}_f dV - \phi \int_{\Gamma_{FP}} p \mathbf{n} \cdot \delta \mathbf{u}_f d\Sigma = 0; \end{aligned} \quad (4)$$

où \mathbf{f}_{Sb} est la force imposée à la structure sur $\partial_2 \Omega_S$, u_{Fb} est le déplacement imposé au fluide sur $\partial_2 \Omega_F$, et où les espaces des fonctions tests $\delta \mathbf{u}_S$, $\delta \mathbf{u}_s$ et $\delta \mathbf{u}_f$ sont respectivement définis par

$$C_{\mathbf{u}_S}^* = \{ \delta \mathbf{u}_S \in C_{\mathbf{u}_S} \mid \delta \mathbf{u}_S = \mathbf{0} \text{ sur } \partial_1 \Omega_S \},$$

$$C_{\mathbf{u}_s}^* = \{ \delta \mathbf{u}_s \in C_{\mathbf{u}_s} \mid \delta \mathbf{u}_s = \mathbf{0} \text{ sur } \partial_1 \Omega_P \},$$

$$C_{\mathbf{u}_f}^* = \{ \delta \mathbf{u}_f \in C_{\mathbf{u}_f} \mid \delta \mathbf{u}_f = \mathbf{0} \text{ sur } \partial_1 \Omega_P \}.$$

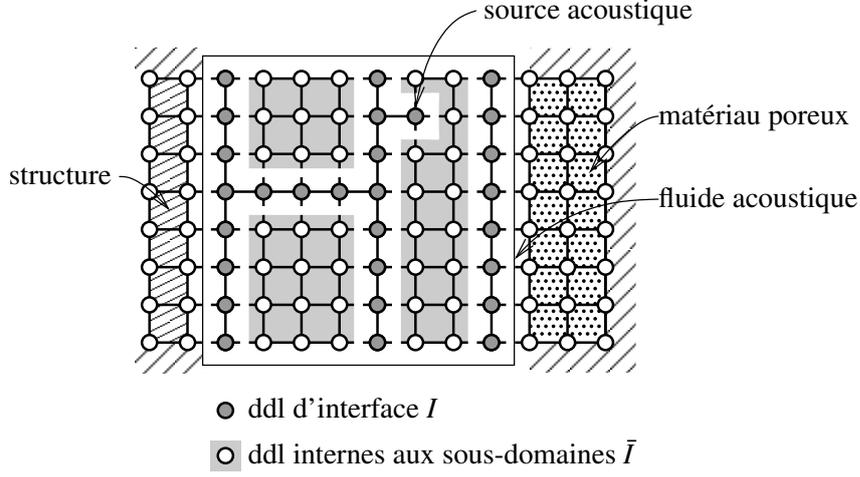


FIGURE 2 – Décomposition en sous-domaines du problème couplé

2.3 Discrétisation par éléments finis

La structure est discrétisée par des éléments finis de type coque tandis que la cavité acoustique et le matériau poreux sont discrétisés par des éléments volumiques. Après discrétisation de la formulation variationnelle, le système matriciel complexe et non-symétrique à résoudre est :

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_S & -\mathbf{C}_{FS}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_F & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -(1-\phi)\mathbf{C}_{Fs}^T & \tilde{\mathbf{K}}_{ss} & \tilde{\mathbf{K}}_{sf} \\ \mathbf{0} & -\phi\mathbf{C}_{Ff}^T & \tilde{\mathbf{K}}_{fs} & \tilde{\mathbf{K}}_{ff} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_S & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{FS} & \mathbf{M}_F & (1-\phi)\mathbf{C}_{Fs} & \phi\mathbf{C}_{Ff} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{M}}_{ss} & \tilde{\mathbf{M}}_{sf} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{M}}_{fs} & \tilde{\mathbf{M}}_{ff} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{U}_S \\ \mathbf{P} \\ \mathbf{U}_s \\ \mathbf{U}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{Sb} \\ \omega^2 \mathbf{U}_{Fb} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5)$$

où \mathbf{U}_S est le vecteur des inconnues de déplacement de la structure, \mathbf{P} est le vecteur des inconnues de fluctuation de pression du fluide acoustique, \mathbf{U}_s et \mathbf{U}_f sont les vecteurs des inconnues de déplacement des phases solide et fluide du matériau poreux. Ce système, écrit dans le domaine fréquentiel, peut être symétrisé en divisant la seconde ligne par ω^2 (le cas $\omega = 0$ n'est pas traité dans ce travail).

3 Réduction du problème couplé

3.1 Décomposition en sous domaines

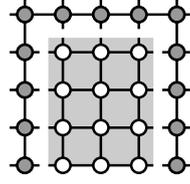
Une décomposition en sous-domaines de la cavité acoustique (Fig. 2) permet d'obtenir des domaines contenant moins de degrés de liberté (ddls) et diminue alors l'effort de calcul dans chaque sous-domaine, de plus cette stratégie est adaptée à une résolution par calculs en parallèle. L'ensemble des ddls appartenant exclusivement aux sous-domaines est noté \bar{I} , tandis que l'ensemble des ddls appartenant à l'interface est noté I . L'interface comprend les ddls de contact des sous-domaines entre eux, les ddls en contact avec la structure, les ddls en contact avec le matériau poreux et enfin les ddls associés à une source d'excitation acoustique.

En utilisant ces notations, le système matriciel (5) s'écrit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_S - \omega^2 \mathbf{M}_S & -\mathbf{C}_{IS}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\omega^2 \mathbf{C}_{IS} & \mathbf{K}_{II} - \omega^2 \mathbf{M}_{II} & \mathbf{K}_{I\bar{I}} - \omega^2 \mathbf{M}_{I\bar{I}} & -\omega^2 (1-\phi) \mathbf{C}_{Is} & -\omega^2 \phi \mathbf{C}_{If} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\bar{I}\bar{I}} - \omega^2 \mathbf{M}_{\bar{I}\bar{I}} & \mathbf{K}_{\bar{I}\bar{I}} - \omega^2 \mathbf{M}_{\bar{I}\bar{I}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -(1-\phi) \mathbf{C}_{Is}^T & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{K}}_{ss} - \omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_{ss} & \tilde{\mathbf{K}}_{sf} - \omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_{sf} \\ \mathbf{0} & -\phi \mathbf{C}_{If}^T & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{K}}_{fs} - \omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_{fs} & \tilde{\mathbf{K}}_{ff} - \omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_S \\ \mathbf{P}_I \\ \mathbf{P}_{\bar{I}} \\ \mathbf{U}_s \\ \mathbf{U}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{Sb} \\ \omega^2 \mathbf{U}_{Ib} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (6)$$

3.2 Réduction par projection modale à interface fixe

Les sous-domaines sont numérotés par j , où j varie de 1 au nombre de sous-domaines n . Les ddls d'un sous-domaines sont séparés en ddls d'interface J et ddls internes \bar{J} comme indiqué sur la figure 3



- ddls d'interface J
- ◻ ddls internes \bar{J}

FIGURE 3 – Séparation des ddls pour le sous-domaine j

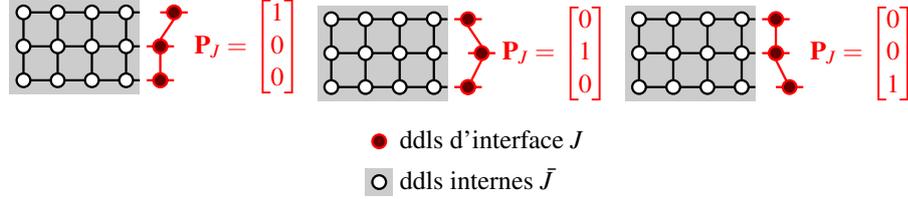


FIGURE 4 – Calcul des modes statiques d'interface du sous-domaine j

qui reprend un sous-domaine spécifique de la figure 2. Les ddls J et \bar{J} peuvent être liés à I et \bar{I} par les matrices de localisation $\beta_{JI}^{(j)}$ et $\beta_{\bar{J}\bar{I}}^{(j)}$:

$$\mathbf{P}_J = \beta_{JI}^{(j)} \mathbf{P}_I \quad (7a)$$

$$\mathbf{P}_J = \beta_{\bar{J}\bar{I}}^{(j)} \mathbf{P}_{\bar{I}} \quad (7b)$$

Le système discrétisé pour un sous-domaine j isolé du système complet s'écrit :

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{JJ} & \mathbf{K}_{\bar{J}\bar{J}}^T \\ \mathbf{K}_{\bar{J}J} & \mathbf{K}_{\bar{J}\bar{J}} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{JJ} & \mathbf{M}_{\bar{J}\bar{J}}^T \\ \mathbf{M}_{\bar{J}J} & \mathbf{M}_{\bar{J}\bar{J}} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{P}_J \\ \mathbf{P}_{\bar{J}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_J \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (8)$$

En suivant la démarche classiquement utilisée en mécanique des structures [7], une base de réduction acoustique est construite pour chaque sous-domaine en utilisant les modes propres à interface fixe ($\mathbf{P}_J = \mathbf{0}$) limités à une bande basse fréquence solution du système aux valeurs propres suivant :

$$(\mathbf{K}_{\bar{J}\bar{J}} - \omega^2 \mathbf{M}_{\bar{J}\bar{J}}) \phi = \mathbf{0} \quad (9)$$

Cette base comportant m modes, notée $\Phi_{\bar{J}m}$, diagonalise les matrices de masse et de raideur en utilisant la convention suivante

$$\Phi_{\bar{J}m}^T \mathbf{M}_{\bar{J}\bar{J}} \Phi_{\bar{J}m} = \mathbf{1}_m \quad (10a)$$

$$\Phi_{\bar{J}m}^T \mathbf{K}_{\bar{J}\bar{J}} \Phi_{\bar{J}m} = \Omega_m \quad (10b)$$

où $\mathbf{1}_m$ est une matrice unité de dimension m et Ω_m une matrice diagonale de même taille dans laquelle les m plus petites valeurs propres de (9) sont placées sur la diagonale.

Cette base modale est complétée par les modes statiques (notés Ψ_{JJ}) qui sont calculés comme les réponses successives du sous-domaine à un chargement unitaire sur chacun des ddls d'interface J (Fig. 4) :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{JJ} & \mathbf{K}_{\bar{J}\bar{J}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1}_J \\ \Psi_{JJ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Rightarrow \Psi_{JJ} = -\mathbf{K}_{\bar{J}\bar{J}}^{-1} \mathbf{K}_{\bar{J}J} \quad (11)$$

Dans le cas où la matrice $\mathbf{K}_{\bar{J}\bar{J}}$ est singulière, un décalage fréquentiel sur la matrice de raideur est introduit.

Finalement, le vecteur des valeurs aux nœuds de fluctuation de pression d'un sous-domaine s'écrit dans la nouvelle base sous la forme

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_J \\ \mathbf{P}_{\bar{J}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_J & \mathbf{0} \\ \Psi_{JJ} & \Phi_{\bar{J}m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_J \\ \alpha_m \end{bmatrix} \quad (12)$$

où α_m est le vecteur des inconnues relatives à la base modale du sous-domaine j . Ce vecteur α_m possède une taille largement inférieure au nombre de ddl internes au sous-domaine. En appliquant le changement de base (12) dans le système (8), on aboutit au système réduit suivant :

$$\left(\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{JJ} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Omega_m \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_{JJ} + \Psi_{JJ}^T \hat{\mathbf{M}}_{JJ} & [\Phi_{\bar{J}m}^T \hat{\mathbf{M}}_{JJ}]^T \\ \Phi_{\bar{J}m}^T \hat{\mathbf{M}}_{JJ} & \mathbf{1}_m \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{P}_J \\ \alpha_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_J \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (13)$$

avec :

$$\hat{\mathbf{K}}_{JJ} = \mathbf{K}_{JJ} + \mathbf{K}_{JJ}^T \Psi_{JJ} \quad (14a)$$

$$\hat{\mathbf{M}}_{JJ} = \mathbf{M}_{JJ} + \mathbf{M}_{JJ}^T \Psi_{JJ} \quad (14b)$$

$$\hat{\mathbf{M}}_{JJ} = \mathbf{M}_{JJ} + \mathbf{M}_{JJ} \Psi_{JJ} \quad (14c)$$

Etant données les propriétés d'orthogonalités (10a) et (10b), les inconnues α_m peuvent être condensées facilement au niveau de chaque sous-domaine puisque la matrice $(\Omega_m - \omega^2 \mathbf{1}_m)$ est diagonale :

$$\alpha_m = \omega^2 (\Omega_m - \omega^2 \mathbf{1}_m)^{-1} [\Phi_{\bar{J}m}^T \hat{\mathbf{M}}_{JJ}]^T \mathbf{P}_J \quad (15)$$

En utilisant l'équation (15) dans le système (13), le système d'équations pour chaque sous-domaine a alors pour taille le nombre de ddl d'interface :

$$[\hat{\mathbf{K}}_{JJ} - \omega^2 [\hat{\mathbf{M}}_{JJ} + \Psi_{JJ}^T \hat{\mathbf{M}}_{JJ}] - \omega^4 [\Phi_{\bar{J}m}^T \hat{\mathbf{M}}_{JJ}]^T (\Omega_m - \omega^2 \mathbf{1}_m)^{-1} [\Phi_{\bar{J}m}^T \hat{\mathbf{M}}_{JJ}]] \mathbf{P}_J = \mathbf{f}_J \quad (16)$$

Si besoin, la solution dans le sous-domaine est obtenue en utilisant les équations (15) et (12) :

$$\mathbf{P}_J = [\Psi_{JJ} + \omega^2 \Phi_{\bar{J}m} (\Omega_m - \omega^2 \mathbf{1}_m)^{-1} [\Phi_{\bar{J}m}^T \hat{\mathbf{M}}_{JJ}]^T] \mathbf{P}_J \quad (17)$$

Finalement, la condensation dynamique du problème complet (5) donne :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_S - \omega^2 \mathbf{M}_S & -\mathbf{C}_{IS}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\omega^2 \mathbf{C}_{IS} & \mathbf{K}_{II}^* - \omega^2 \mathbf{M}_{II}^* - \omega^4 \mathbf{M}_{II}^o(\omega) & -\omega^2 (1 - \phi) \mathbf{C}_{IS} & -\omega^2 \phi \mathbf{C}_{If} \\ \mathbf{0} & -(1 - \phi) \mathbf{C}_{IS}^T & \tilde{\mathbf{K}}_{SS} - \omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_{SS} & \tilde{\mathbf{K}}_{Sf} - \omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_{Sf} \\ \mathbf{0} & -\phi \mathbf{C}_{If}^T & \tilde{\mathbf{K}}_{fs} - \omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_{fs} & \tilde{\mathbf{K}}_{ff} - \omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_S \\ \mathbf{P}_I \\ \mathbf{U}_s \\ \mathbf{U}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{Sb} \\ \omega^2 \mathbf{U}_{Ib} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (18)$$

où \mathbf{K}_{II}^* , \mathbf{M}_{II}^* et $\mathbf{M}_{II}^o(\omega)$ sont obtenues par une procédure d'assemblage sur les n sous-domaines acoustique :

$$\mathbf{K}_{II}^* = \sum_{j=1}^n \beta_{JI}^{(j)T} \hat{\mathbf{K}}_{JJ} \beta_{JI}^{(j)} \quad (19a)$$

$$\mathbf{M}_{II}^* = \sum_{j=1}^n \beta_{JI}^{(j)T} [\hat{\mathbf{M}}_{JJ} + \Psi_{JJ}^T \hat{\mathbf{M}}_{JJ}] \beta_{JI}^{(j)} \quad (19b)$$

$$\mathbf{M}_{II}^o(\omega) = \sum_{j=1}^n \beta_{JI}^{(j)T} \left[[\Phi_{\bar{J}m}^T \hat{\mathbf{M}}_{JJ}]^T (\Omega_m - \omega^2 \mathbf{1}_m)^{-1} [\Phi_{\bar{J}m}^T \hat{\mathbf{M}}_{JJ}] \right] \beta_{JI}^{(j)} \quad (19c)$$

Les matrices \mathbf{K}_{II}^* et \mathbf{M}_{II}^* ne dépendant pas de la fréquence, elles sont calculées avant la boucle en fréquence. La matrice $\mathbf{M}_{II}^o(\omega)$ est calculée à chaque incrément de fréquence mais elle ne fait intervenir que des multiplications et des inversions triviales de matrices diagonales.

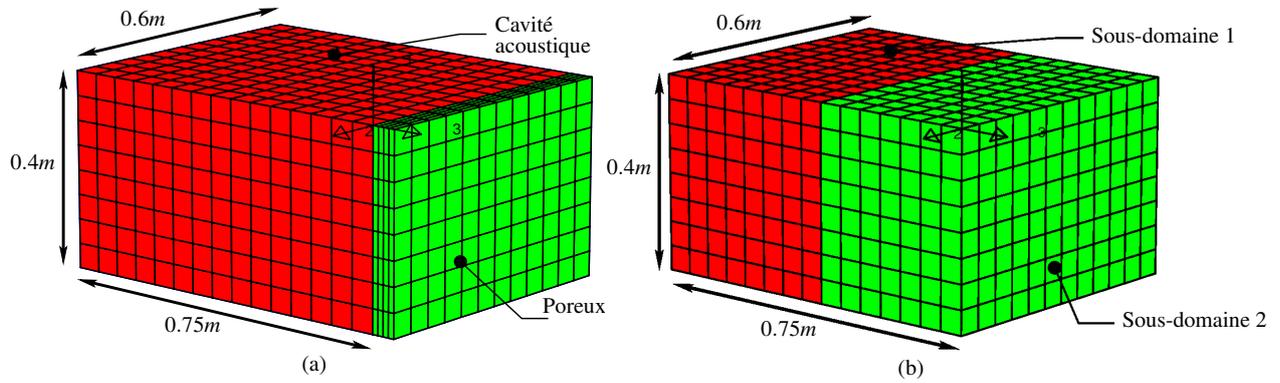


FIGURE 5 – Maillage et dimensions de la cavité acoustique : (a) un sous-domaine et (b) deux sous-domaines

phase solide	phase fluide	autres paramètres
$E_s = 800.8 \text{ kPa}$	$c_0 = 343 \text{ m/s}$	$\phi = 0.9$
$\nu_s = 0.4$	$\gamma = 1.4$	$\sigma = 25 \text{ kNs/m}^4$
$\rho_s = 30 \text{ kg/m}^3$	$Pr = 0.71$	$\alpha_\infty = 7.8$
	$\rho_f = 1.21 \text{ kg/m}^3$	$\Lambda = 226\mu\text{m}$
	$\eta = 1.84 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$	$\Lambda' = 226\mu\text{m}$

TABLE 1 – Valeurs des paramètres du modèle de Biot-Allard utilisés

4 Etude de convergence et applications

4.1 Effets du nombre de sous-domaines et du nombre de modes conservés

On considère une cavité acoustique de dimensions $0.4 \times 0.6 \times 0.75 \text{ m}^3$ comprenant un matériau poreux d'épaisseur 5 cm sur une paroi [13]. Une excitation harmonique est appliquée sur un coin opposé au matériau poreux.

La cavité est discrétisée par des éléments tétraèdres à 4 nœuds ($8 \times 12 \times 15$ éléments) où la fluctuation de pression est la seule inconnue aux nœuds (Fig. 5). Les paramètres du modèle de Biot-Allard du matériau poreux sont donnés dans le tableau 1. La couche de matériau poreux est de même discrétisée par des éléments tétraèdres à 4 nœuds ($8 \times 12 \times 4$ éléments), chaque nœud possède 6 ddl correspondants aux déplacements des phases fluide et solide.

Des conditions de Dirichlet sont appliquées sur les bords extérieurs de la couche de matériau poreux :
– encastrement pour la face en contact avec le mur rigide ;
– glissement pour les faces latérales.

Ce modèle éléments finis contient 1872 ddl de pression acoustique ainsi que 2648 ddl de déplacement poreux conduisant à 4520 ddl pour le problème couplé.

Dans un premier temps, un seul sous-domaine est utilisé pour réduire le problème (Fig. 5 (a)). Les réponses obtenues pour différents nombres de modes conservés dans la base modale (10, 20 et 50) sont comparés sur la figure 6 en terme de pression quadratique moyenne dans la cavité. Ces trois bases correspondent à des fréquences de troncatures de 625 Hz, 887 Hz and 1250 Hz respectivement. L'erreur en dB présentée sur la figure 6 (b) montre la bonne capacité de la stratégie de réduction proposée à reproduire la réponse du système couplé si la base de réduction est tronquée à approximativement le double de la fréquence d'intérêt la plus élevée. Par exemple, l'erreur reste inférieure à 0.7 dB jusqu'à 320 Hz avec 10 modes utilisés, c'est à dire une fréquence de troncature de 625 Hz.

Dans un deuxième temps, la cavité est décomposée en deux sous-domaines (Fig. 5 (b)). Les résultats sont présentés sur la figure 7. On observe que l'utilisation de 25 modes par sous-domaines avec deux sous-domaines donne de moins bons résultats que l'utilisation de 50 modes avec un seul sous-domaine. Par ailleurs, l'augmentation du nombre de sous-domaines tout en gardant le même nombre de modes par sous-domaine diminue les erreurs par rapport au problème non réduit. Même si l'effort de calcul des bases modales des sous-domaines comportant moins de ddl est moins important et peut être parallélisé, l'augmentation du nombre de sous-domaines entraîne une augmentation du nombre de ddl d'interface et

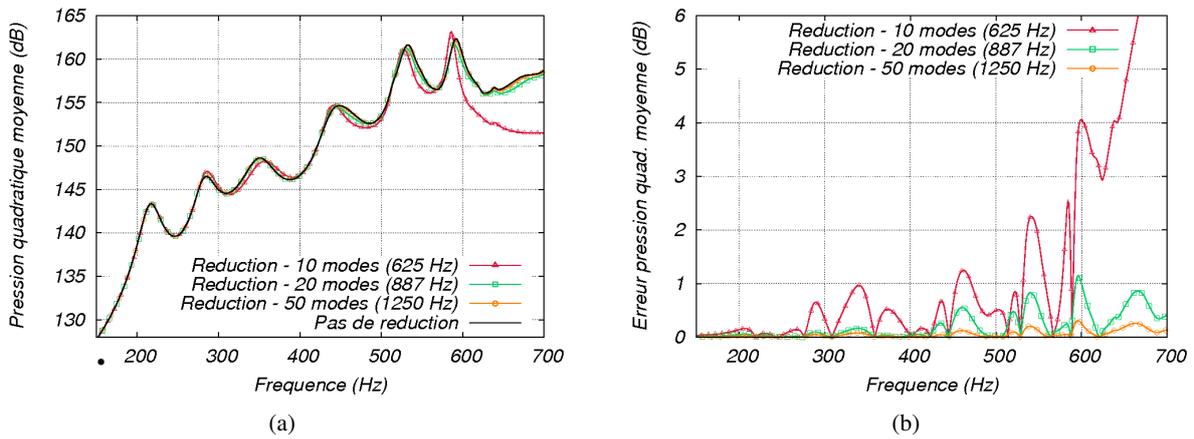


FIGURE 6 – Réduction avec un sous-domaine : (a) FRF avec 10, 20 et 50 modes, (b) erreur en dB par rapport à la réponse du système non réduit

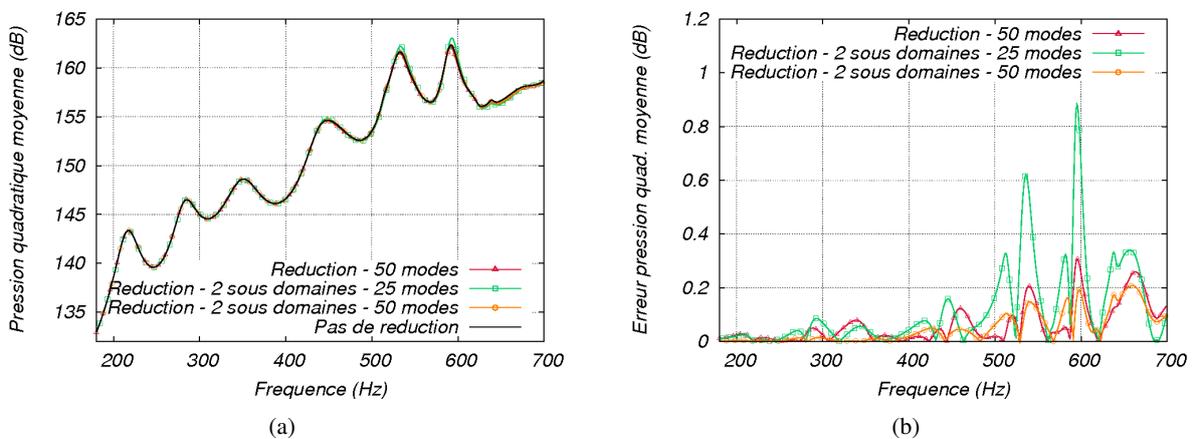


FIGURE 7 – Réduction avec deux sous-domaines : (a) FRF avec 25 et 50 modes, (b) erreur en dB par rapport à la réponse du système non réduit

donc du problème réduit à résoudre à chaque incrément de fréquence. Un compromis est alors à trouver entre le nombre de sous-domaines et la taille de l'interface, notamment dans un objectif de parallélisation.

4.2 Application à un intérieur de véhicule

La méthode de réduction proposée est appliquée à un modèle simplifié de véhicule automobile constitué de deux domaines acoustiques (cavité moteur et cavité passagers) séparés par une structure flexible. Afin d'atténuer le bruit généré dans la cavité passagers (bruit transmis par la cavité moteur à travers la structure), une des parois est recouverte de matériau absorbant (Fig. 8).

Pour la gamme de fréquence d'intérêt, le maillage complet est constitué de 18400 éléments représentant 28500 degrés de liberté. Les cavités acoustiques sont décomposées en quatre sous-domaines contenant chacune approximativement le même nombre d'éléments (Fig. 8). La structure n'est pas réduite ici car elle est discrétisée par des éléments coques et a donc déjà la dimension spatiale d'une interface.

La méthode de réduction à interface fixe est tout d'abord appliquée aux quatre sous-domaines fluide. Le problème comporte alors 10600 degrés de liberté dont 8700 appartiennent au milieu poreux non réduit. Les résultats sont comparés à ceux du problème complet et montrent que la base modale de chaque sous-domaine tronquée à une fréquence double de la fréquence d'observation (contenant 1700 modes) permet de très bien représenter la FRF de 0 à 550Hz (Fig. 8). En terme de temps de calcul, le gain est d'environ un facteur 3 sur cette application.

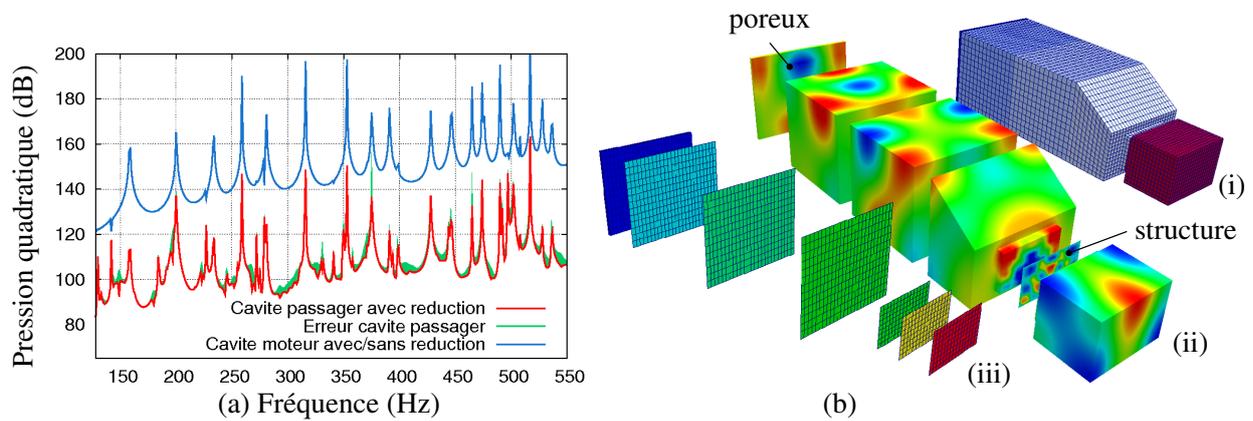


FIGURE 8 – (a) Fonction de réponse en fréquence (FRF) en terme de pression quadratique moyenne dans les deux cavités et écarts entre les modèles complet et réduit. (b) Modèles éléments finis (i) complet, (ii) décomposé en sous-domaines, (iii) réduit aux interfaces.

Références

- [1] P. Göransson, *A 3-D, symmetric, finite element formulation of the Biot equations with application to acoustic wave propagation through an elastic porous medium*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 41(1), 167-192, 1998.
- [2] J.-F. Deü, W. Larbi, R. Ohayon. *Vibration and transient response of structural-acoustic interior coupled systems with dissipative interface*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 197(51-52), 4894-4905, 2008.
- [3] A. Legay, A. Zilian, C. Janssen. *A rheological interface model and its space-time finite element formulation for fluid-structure interaction*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, publié en ligne le 17 décembre 2010, doi :10.1002/nme.3060.
- [4] A. Bermúdez, L. Hervella-Nieto, R. Rodríguez. *Finite element computation of the vibrations of a plate-fluid system with interface damping*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 190(24-25), 3021-3038, 2001.
- [5] R. Rumlper, A. Legay, J.-F. Deü. *Performance of a restrained-interface substructuring FE model for reduction of structural-acoustic problems with poroelastic damping*, Computers and structures, soumis en 2011.
- [6] E. Balmès. *Model reduction for systems with frequency dependent damping properties*, Proceedings of International Modal Analysis Conference, 223–229, 1997.
- [7] R. Craig, M. Bampton. *Coupling of substructures for dynamic analysis*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 6(7), 1313-1319, 1968.
- [8] R. Ohayon. *Reduced models for fluid-structure interaction problems*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 60(1), 139-152, 2004.
- [9] P. Davidsson. *Structure-acoustic analysis : Finite element modelling and reduction methods*, Ph.D Thesis, Lund University, 2004.
- [10] J. Herrmann, M. Maess, L. Gaul. *Substructuring including interface reduction for the efficient vibro-acoustic simulation of fluid-filled piping systems*, Mechanical systems and signal processing, 24(1), 153-163, 2010.
- [11] R.L. Taylor. *FEAP - A Finite Element Analysis Program*, <http://www.ce.berkeley.edu/projects/feap>.
- [12] J.-F. Allard. *Propagation of Sound in Porous Media : Modelling Sound Absorbing Materials*, Elsevier Science Publishers Ltd, London, 1993.
- [13] P. Davidsson, G. Sandberg. *A reduction method for structure-acoustic and poroelastic-acoustic problems using interface-dependent Lanczos vectors*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 195(17-18), 1933-1945, 2006.