HAL open science

Lissage de la surface de contact par une interpolation quasi C1

Maha Hachani, Lionel Fourment

To cite this version:

Maha Hachani, Lionel Fourment. Lissage de la surface de contact par une interpolation quasi C1. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. 8 p. ; Clé USB. hal-00592718

HAL Id: hal-00592718

https://hal.science/hal-00592718v1

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2011
10e Colloque National en Calcul des Structures
9-13 mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

Lissage de la surface de contact par une interpolation Quasi C1

M.Hachani[1], L.Fourment[2]

[1,2] *Mines ParisTech, CEMEF - Centre de Mise en Forme de Matériaux Mines Paritech, CNRS UMR 7635, maha.hachani@mines-paristech.fr , lionel.fourment@mines-paristech.fr*

Résumé — Cet article décrit l'effet de la discrétisation de l'outil sur la précision de la simulation des procédés de mise en forme et particulièrement pour des procédés à faible zone de contact. Une méthode d'interpolation quadratique proposée par Nagata est alors implémentée pour le lissage de la surface des outils discrétisés par des éléments plans. La nouvelle surface interpolée s'approche de la surface réelle. Elle est déterminée d'une façon locale à partir seulement de la position des nœuds et des normales nodales. Ces normales sont calculées à partir des normales aux facettes entourant le nœud considéré en utilisant la méthode des normales votées. L'efficacité de cette méthode est testée pour plusieurs procédés de mise en forme.

Mots clefs — Contact, lissage de surface, normales nodales, laminage, forgeage

1 Introduction

La simulation numérique des procédés de mise en forme ayant une faible portion de matière en contact, tels que le laminage circulaire, le laminage droit, l'étirage, le tréfilage, etc., n'est pas toujours parfaitement satisfaisante. Bien que les calculs sont trop longs (temps de simulation est de l'ordre des semaines sur des machines parallèles), il arrive que les calculs ne soient pas suffisamment précis dans la zone de contact où est imposé l'essentiel de la déformation. Ce manque de précision conduit à des erreurs importantes sur l'écoulement de matière et sur les variables thermomécaniques du procédé. Notre travail consiste alors à améliorer la modélisation du contact en vue d'obtenir de meilleurs résultats de simulation tout en ne pas augmentant les temps de calcul qui sont déjà rédhibitoires. En d'autres termes cela revient à ne pas diminuer les pas de temps des calculs ni à augmenter le nombre de nœud du maillage.

La modélisation numérique du problème de contact dans des zones réduites exige une description plus lisse et plus réaliste de la géométrie de contact localement discrétisée. Alors, pour bien modéliser le flux de matière à travers des surfaces représentées par des éléments linéaires, on a généralement besoin de concentrer un nombre important de mailles dans les zones de contact réduites. Cela peut conduire à des calculs complexes et imprécis. Il est intéressant alors d'améliorer la description des zones de contact pour une représentation plus réaliste et plus continue des interactions de contact.

Dans le cadre de ce travail, on propose de rétablir la continuité de la courbure par des méthodes de lissage soit simples reposant sur une description analytique qui concerne les procédés avec des outils analytiques comme le laminage circulaire (outils cylindriques et coniques Figure 1.a) et aussi plus complexes et plus générales pour la simulation de tout procédés avec des outils de géométries plus complexes. Les résultats de l'utilisation de la surface analytique ont montré que, même si la modélisation des outils est assez fine, le lissage de la surface de l'outil a une grande influence sur la qualité des résultats. Par exemple, pour le cas de laminage circulaire (Figure 1.a), il arrive que le maillage dans les zones de contact ne soit pas suffisant pour bien modéliser le contact (figure 1.b). On observe alors des zones de contact très réduites, qui ne sont pas détectées dès le début de la simulation et qui oscillent au cours du temps. Cela peut être dû essentiellement à la description discontinue par des éléments plans de la surface de contact conduisant à des résultats numériques imprécis. En effet, on observe des déformations qui sont très importantes ($\bar{\varepsilon} \geq 5$). La figure 2.a montre qu'avec la surface analytique, on obtient une zone de contact plus large et plus régulière dès le début de la simulation. On montre aussi sur la figure 2.b que le lissage de contact permet de diminuer les déformations.

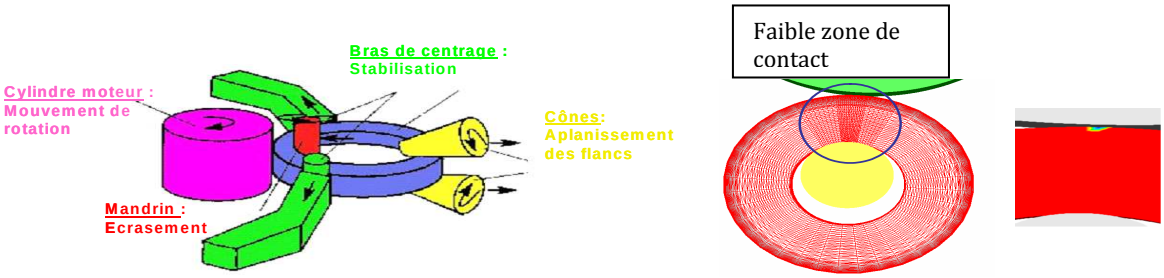


FIG. 1 – (gauche) procédé de laminage circulaire (droite) maillage utilisé pour la simulation éléments finis et zone de contact

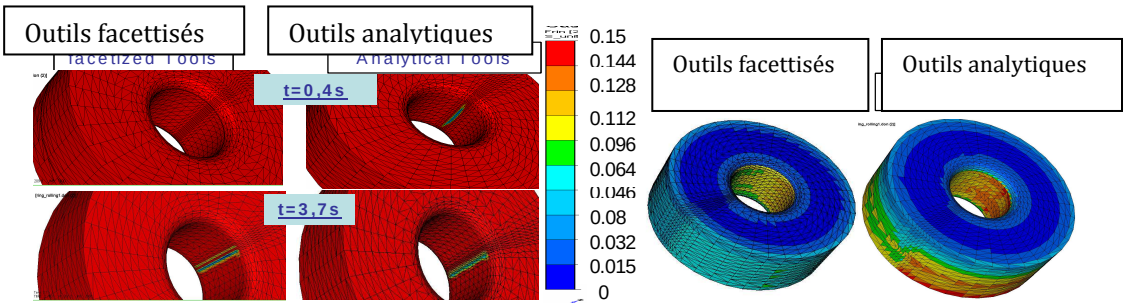


FIG. 2 – Comparaison (gauche) de la zone de contact à deux instants (droite) de la déformation équivalente entre l'utilisation des outils analytiques et les outils facettisés.

Il est intéressant alors de généraliser cette idée de lissage des obstacles pour des géométries plus complexes. Plusieurs méthodes de lissage de la surface des outils ont été étudiées et les auteurs ont montré l'intérêt de leurs applications au problème de contact. Dans la littérature on peut trouver des méthodes globales et des méthodes locales. Parmi ces méthodes, on pourra citer les approches quadratiques globales [1], l'interpolation d'Hermite [2], l'interpolation de Bezier [2].Parmi les méthodes locales on peut citer, les patchs de Grégory [3] et la technique d'approximation diffuse [4]. Il a été montré que ces méthodes assurent une bonne précision d'interpolation de la surface discrétisée qui s'approche de la surface réelle. Cependant leur application à des problèmes éléments finis peut montrer certaines difficultés. Pour régulariser une surface discrétisée d'une façon précise, ces méthodes impliquent généralement une forte connectivité entre les différents nœuds de la surface. Cette forte continuité rend l'utilisation de ces méthodes compliquée dans un environnement de calcul parallèle. Aussi, ces méthodes utilisent en général des paramètres et des hypothèses qui doivent être donnés à priori, mais ces approximations deviennent difficiles à être déterminées dès que les propriétés analytiques des surfaces de départ sont inconnues. En outre, les surface interpolées sont décrites par des polynômes de degré élevé (polynôme de degré 3 ou plus). Cela compliquerait la détermination des variables nécessaires pour la formulation des problèmes physiques tel que la distance pour le cas de contact qui résulte de la projection des nœuds frontières sur la surface de l'obstacle. Pour notre problème de régularisation de l'aire de contact, notre choix a porté plutôt sur une méthode d'approximation quadratique locale facette par facette de la surface courbe générale. C'est la méthode de Nagata [5].

2 Technique de lissage de contact

2.1 Méthode de lissage

Le principe de la méthode de Nagata consiste à approcher la surface réelle par une surface discrétisée en éléments courbe quasi C1 au lieu des éléments plan C0. On passe donc des éléments P1 aux éléments P2 et cela en déterminant pour chaque élément la position des nœuds de mi-arête (Figure 3. a-b).

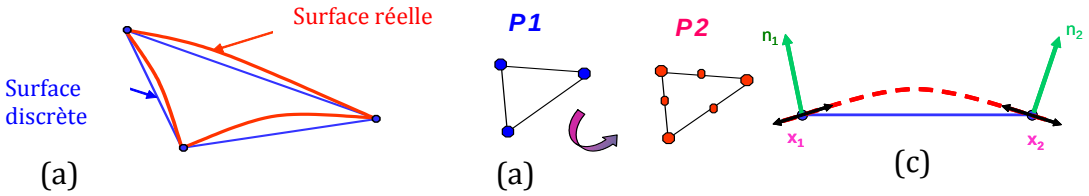


FIG. 3 – (a-b) :Patch de Nagata: interpolation d'une face (c) : Interpolation d'une arête

Cette approche simple permet, ainsi, une interpolation quadratique de chaque face en utilisant seulement les positions des nœuds de la face et les normales aux nœuds. Le caractère complètement local de cette méthode rend une éventuelle parallélisation aisée. En outre, cette méthode garantit la continuité C1 des normales sur l'ensemble du domaine. Elle est également robuste et efficace du fait du faible degré d'interpolation (degré 2). Cette méthode a été utilisée pour la modélisation des outils utilisés dans la simulation éléments finis des procédés de mise en forme des tôles [6]. Elle a été aussi utilisée pour bien prédire la courbure des rives de tôles dans la formulation ALE pour la simulation tridimensionnelle du laminage de produits plats [7].

Chaque face est interpolée indépendamment du reste. Une facette d'une surface triangulée comprend trois arêtes. Le lissage de la surface C^0 se fait arête par arête (Figure 3.c). On estime tout d'abord la courbe pour chaque arête à l'aide d'un polynôme quadratique. On déduit de ces trois courbes « frontières » la surface courbe pour l'ensemble de la facette (Figure 3.a).

L'équation quadratique de l'arête s'écrit alors : $X(\xi) = X_1 N_1(\xi) + X_2 N_2(\xi) + \bar{X} N_3(\xi)$ (1)

Où ξ la coordonnée locale compris entre 0 et 1. $\boldsymbol{N_1}$ *et* $\boldsymbol{N_2}$ sont les fonctions d'interpolation linéaire $(N_1(\xi) = 1-\xi ; N_2(\xi) = \xi)$ et $\boldsymbol{N^3}$ est la fonction hiérarchique d'interpolation d'ordre 2 $N_3(\xi) = 4\xi(1-\xi)$. $\boldsymbol{X_1}$ et $\boldsymbol{X_2}$ sont les positions des nœuds extrêmes de l'arête et $\bar{\boldsymbol{X}}$ est le terme correctif ou la position du nœud mi-arête à déterminer. $\bar{\boldsymbol{X}}$ est alors l'inconnu à déterminer pour pouvoir écrire l'équation quadratique de l'arête et cela en utilisant les deux conditions: les nœuds du maillage appartiennent à la surface réelle et la tangente à la courbe doit être orthogonale à la normale en chaque nœud. Elle est déterminée en utilisant l'inverse généralisée pour résoudre le système à trois inconnues et deux. $\bar{\boldsymbol{X}}$ est alors donnée par l'expression suivante : $\bar{X} = (A^t A + \varepsilon E)^{-1} A^t B$ (2)

Où $A = \begin{bmatrix} u_1 \; v_1 \; w_1 \\ u_2 \; v_2 \; w_2 \end{bmatrix}$, (u_1, v_1, w_1)et $(u_2 \; v_2 \; w_2)$ sont respectivement les coordonnées des normales nodales $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$, $B_1 = -\frac{1}{4}(\overrightarrow{M_1M_2}.\vec{n}_1)$, et $B_2 = \frac{1}{4}(\overrightarrow{M_1M_2}.\vec{n}_2)$; E est la matrice unité et ε est un paramètre très petit.

On refait la même procédure pour les deux autres arêtes. On obtient ainsi l'équation de l'interpolation de la face. Si on note les termes de courbure $\bar{X}_4, \bar{X}_5, \bar{X}_6$ pour les trois arêtes, la position $\boldsymbol{X}$ de tout point de la surface interpolée sur la face est alors donnée par la relation suivante :

$$X(\xi,\eta) = X_1 N_1(\xi,\eta) + X_2 N_2(\xi,\eta) + X_3 N_3(\xi,\eta) + \bar{X}_4 N_4(\xi,\eta) + \bar{X}_5 N_5(\xi,\eta) + \bar{X}_6 N_6(\xi,\eta) \qquad (3)$$

Cette expression fait intervenir les trois fonctions hiérarchiques d'interpolation linéaire N_1, N_2 et N_3 et les trois fonctions hiérarchiques d'interpolation quadratique N_4, N_5 et N_6 :

$$\begin{cases} N_1(\xi,\eta) = 1-\xi-\eta \\ N_2(\xi,\eta) = \xi \\ N_3(\xi,\eta) = \eta \end{cases} \quad \begin{cases} N_4(\xi,\eta) = 4(1-\xi-\eta)\xi \\ N_5(\xi,\eta) = 4\xi\eta \\ N_6(\xi,\eta) = 4(1-\xi-\eta)\eta \end{cases} .$$

Pour assurer la continuité de la nouvelle surface interpolée, le traitement des points de singularité (arête ou coin) est pris en compte en considérant les normales discontinues ou multiples en ces points (Figure 4 a-b). Cela augmente le nombre d'équation de système pour déterminer le point milieu de l'arête (Figure 4 c). qui est résolu en utilisant l'inverse généralisé.

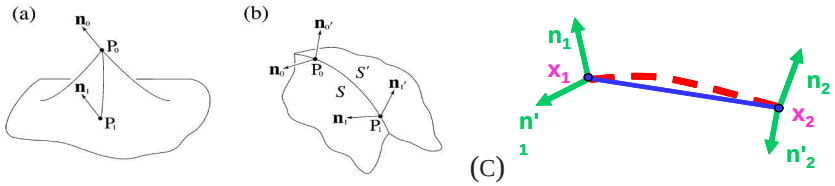
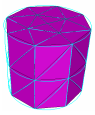


FIG. 4 – (a-b) discontinuités géométriques (c) interpolation d'une arête vive

2.2 Validation

Afin de valider cette technique, elle a été appliquée au lissage des géométries simples comme sphère et cylindre. Il est facile par la suite de déterminer pour ces géométries les normales nodales d'une façon analytique. Ces géométries sont initialement grossièrement maillées seulement en surface. Pour visualiser la surface après lissage, on a ajouté au maillage de nouveaux nœuds dont leurs positions sont issues de l'équation (3). Une nette amélioration de la description de la forme est obtenue avec notre méthode de lissage (Tableau 1).

TAB. 1 – Lissage d'une sphère et un cylindre en utilisant les normales analytiques

	Géométrie initiale	**Géométrie Lissée**	**Comparaison**
Sphère			
Cylindre			

Maintenant pour des géométries plus complexes, on doit calculer les normales à la surface aux nœuds du maillage. La seule information dont on dispose c'est le maillage initial de la géométrie.

3 Calcul des normales nodales

3.1 Principe

Il est important alors d'avoir une bonne précision de ce calcul pour assurer une meilleure description de la surface interpolée. Pour atteindre cet objectif, on a investigué plusieurs méthodes qui sont les normales consistantes [8], les normales calculées par la méthode SPR (Superconvergent Patch Recovery) [9] et enfin les normales votées [10]. Toutes ces méthodes permettent de déterminer les normales en chaque nœud *m* à partir du patch d'ordre 1 ∂P_m (voir Figure 6.B). Cette spécification rend l'estimation des normales aux nœuds plus simple à implémenter et sa parallélisation plus aisée.

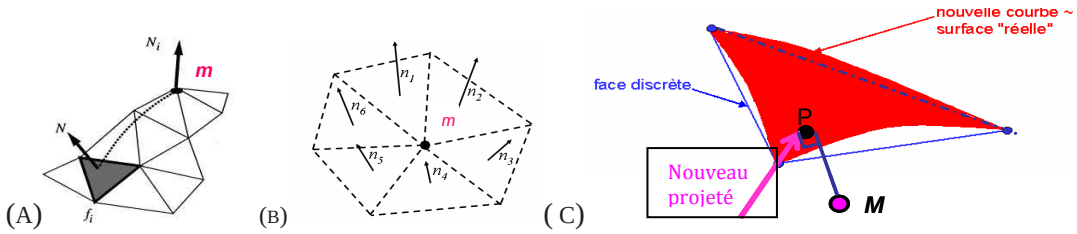


FIG. 5 – (A) Vote de la facette f_i pour déterminer l'orientation du point ***m*** (B) patch du premier ordre (C) Projection sur la surface courbe

La méthode des normales votées a donné les meilleurs résultats. L'idée se résume au fait que chaque triangle du patch choisi contribue ou vote pour estimer l'orientation du nœud (Figure 5.A). On

construit, par la suite, un tenseur $\boldsymbol{A}$ qui s'appelle « Voting Tenser »[10]. Il s'agit de la matrice de covariance où on collecte toutes les contributions $\boldsymbol{V_i} = \boldsymbol{NN^t}$ des triangles f du patch.

$$A = \sum w_i V_i = \sum w_i N_i N_i^t \quad \text{avec} \quad w_i = \frac{S_i}{S_{max}} exp\left(\frac{\|\overrightarrow{mc_i}\|}{\sigma}\right) \tag{4}$$

Où S_i est l'aire de la facette f_i considérée et $S_{\max}$ l'aire maximale des facette f_i du patch, σ représente la distance maximale sur un patch.

Cette matrice est par la suite diagonalisée et les vecteurs propres sont les normales au nœud considéré. Après, selon un critère sur l'intensité des valeurs propres, on détermine le nombre des directions principales [11]. Utilisée dans diverses applications telles que l'imagerie [12] et la régulation du maillage [11], il a été montré que cette méthode permet une bonne précision du calcul des directions principales d'une surface discrétisée

3.2 Validation

Le même test de lissage d'une sphère en utilisant la méthode de Nagata avec des normales votées a été effectué. Ces résultats représentés sur le Tableau 1 montrent que la surface obtenue par la méthode de Nagata et des normales votées s'approchent des résultats de lissage en utilisant les normales analytiques. L'erreur maximale entre la normale calculée et la normale analytique calculée par l'expression $\underset{m\in\partial\Omega}{Max}\left(\left|AnalyticalNormal_i^m - NormalVoting_i^m\right|\right)$ est de l'ordre 0,09 ce qui montre la précision de cette méthode.

TAB. 2 – Comparaison des normales analytiques et des normales votées

	Maillage initial	**Surface lissée (normales analytiques)**	**Surface lissée (normales votées)**
Sphère			

4 Algorithme de contact

Le lissage des surfaces discrétisées utilisant la méthode de Nagata avec des normales votées décrite ci-dessus a été intégré dans l'algorithme de contact pour le lissage des outils. La formulation du contact aux points de la surface frontière d'une pièce revient à étudier la position des nœuds frontière à la surface à l'outil. Ces nœuds frontières $\boldsymbol{M}$ sont projetés alors sur la nouvelle surface interpolée (Figure 5.C). Cela revient à chercher les coordonnées locales du point projeté $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X}(\xi_p,\eta_p))$ sur la face la plus proche satisfaisant l'équation (3).

5 Résultats numériques

Le nouvel algorithme de contact intégrant le lissage des outils a été appliqué sur plusieurs cas pour valider son efficacité. On présente dans cet article les résultats de deux cas : un cas académique de repassage de cylindre et un cas de procédé industriel qui est un cas de tréfilage.

5.1 Repassage cylindre

Il s'agit du cas d'indentation d'un cylindre dans un massif plan élastique (Figure 6A). Le cylindre a une vitesse horizontale selon $\overrightarrow{u_x}$: $\overrightarrow{v_{out}} = -0.01\overrightarrow{u_x}$. L'épaisseur du massif plan est initialement de *5mm*, la taille de l'élément (*h_elt=1,13mm, Δx_elt=1mm).* Le rayon du cylindre est de *5mm* et la taille des éléments de l'outil est de *h_out=1,66mm*. Le pas de temps de la simulation est fixe (*dt=1s*)

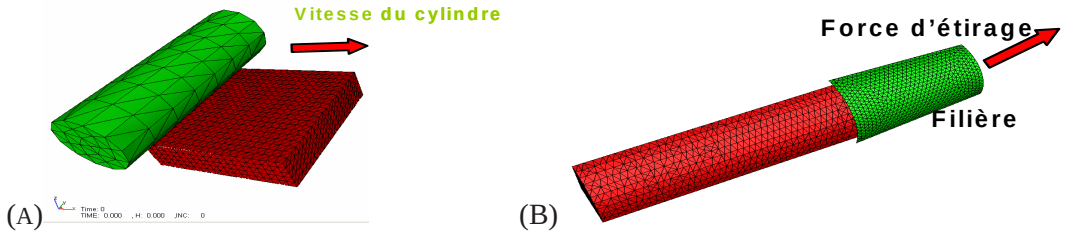
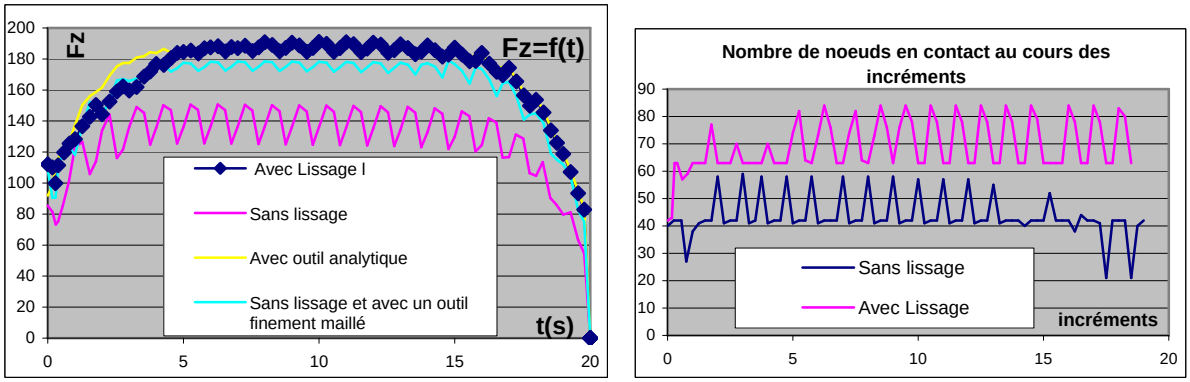


FIG. 6 – (A) Repassage cylindre (B) : cas tréfilage

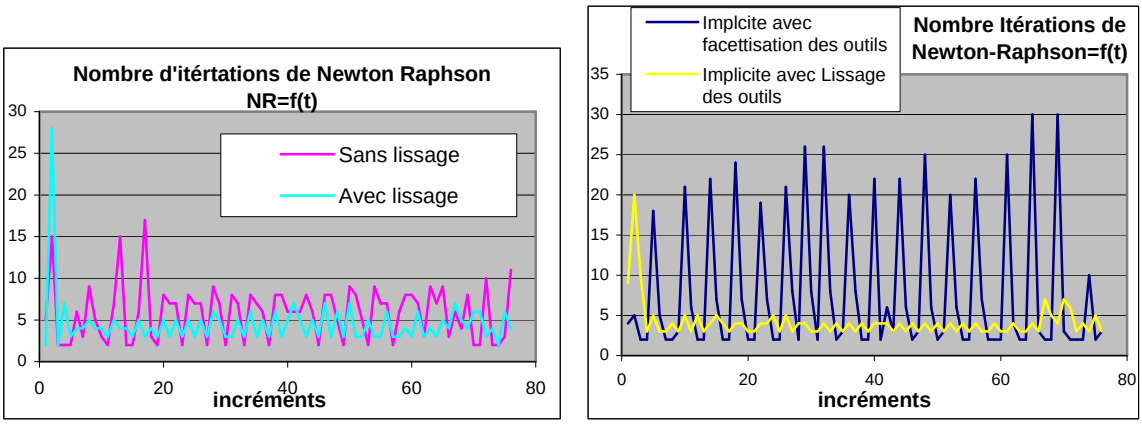
La Figure 7.A compare la force Fz calculée sur l'outil cylindre en fonction du temps pour les différents cas : avec lissage, sans lissage, la projection sur l'outil analytique et le même cas avec un cylindre finement maillé (un cylindre 4 fois plus fin). On observe sur cette courbe, premièrement, que les résultats avec lissage sont presque identiques aux résultats analytiques ce qui montre la précision de la méthode de lissage utilisée. Deuxièmement, le lissage donne une meilleure précision de calcul par rapport aux résultats avec un maillage d'outil très fin. On constate aussi qu'avec la régularisation de la surface de contact, on réduit les oscillations de la force *Fz*. Cela est dû essentiellement au fait que les zones de contact sont plus larges et plus stables. Il n'y a plus des nœuds qui oscillent c'est-à-dire qui rentrent et sortent des zones de contact brusquement (Figure 7.B). Ce résultat revient aussi à la continuité de la normale de contact due au lissage de la surface de contact.



(A) (B)

FIG. 7 – (A) Comparaison de l'évolution du nombre de nœud en contact (B) Evolution de la force Fz

La Figure 8.A et Figure 8.B représentant l'évolution du nombre d'itération de Newton-Raphson en fonction du temps respectivement pour un schéma explicite et pour un schéma implicite de contact. On montre alors que le lissage permet une meilleure convergence. En effet, la continuité de la normale et la stabilité de la zone de contact permettent de limiter les changements dans la condition de contact. Cette amélioration permet de diminuer les oscillations de l'algorithme de Newton-Raphson et d'avoir ainsi une convergence plus rapide. Le lissage de contact s'avère surtout important pour le cas de contact implicite (Figure 8.B) où la condition de contact est recalculée à chaque itération. Ce schéma de réactualisation peut révéler des problèmes de convergence de Newton-Raphson dus à la discontinuité de la normale de contact. Lors du passage de l'angle que peut former deux éléments plans du maillage de l'outil, on a un changement brutal de normale.



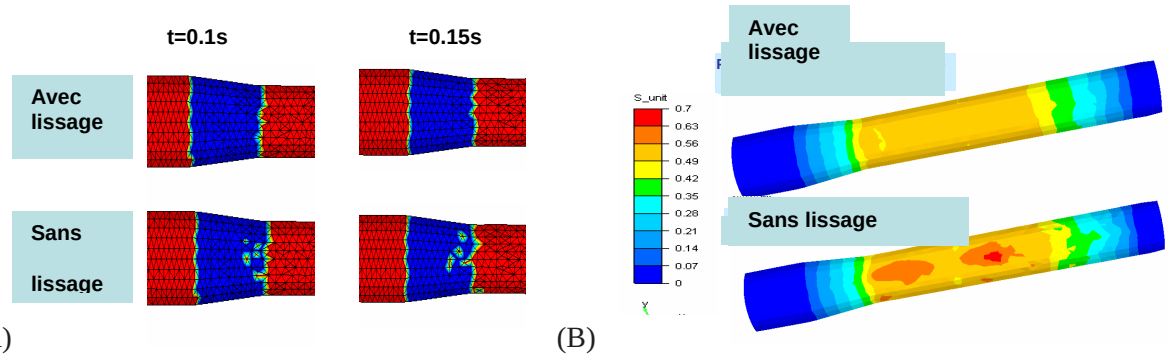
(A) (B)

FIG. 8 – Comparaison de l'évolution du nombre d'itération de Newton-Raphson pour un schéma de contact explicite (A) et un schéma de contact implicite (B)

5.2 Cas tréfilage

Les géométries et le maillage de la filière et de la pièce sont présentés sur Figure 6.B. La taille de l'élément *h_elt=0,75mm* et la taille des éléments de l'outil est de *h_out=0,5mm*. Le pas de temps de la simulation est fixe et il est de *dt=0,0025s*. La loi de comportement de la pièce est elasto-viscoplastique et le contact est glissant.

La Figure 9.A représentant les zones de contact à deux instants différents en utilisant les deux approches sans et avec lissage des outils pour la définition de la surface de contact. On peut observer alors que même si la surface de l'outil est définie avec un maillage fin et régulier, le lissage permet une meilleure précision dans la détection des zones de contact.



(A) (B)

FIG. 9 – (A) les zones de contact (B) : la déformation équivalente

La Figure 9.B représente la déformation équivalente en utilisant les deux algorithmes de contact avec et sans lissage des outils. Cette figure montre que le lissage de la surface de contact permet d'avoir des champs de déformations plus homogènes, plus régulières et avec des maximums moins importants. En effet, le maximum de déformation est de *0.75* avec facettisation des outils et il est de *0.5* avec lissage. Cela est dû à la précision dans la détection des zones de contact et la continuité des normales et par conséquence des interactions de contact. Le nouvel algorithme de contact s'avère aussi non coûteux par rapport à la projection sur la surface discrétisée de l'outil. En effet, même si on fait une interpolation quadratique de la surface de l'outil et on projette sur cette nouvelle surface, le temps CPU augmente seulement de *7mins 37s* à *7mins 55s*.

5 Conclusions

Une méthode de lissage de contact utilisant la méthode de Nagata et des normales votées à été implémentée en vue d'améliorer la modélisation de contact. Cette méthode permet une meilleure

détection des zones de contact et ainsi une description plus précise des interactions de contact. Cette précision dans le gestion de contact permet d'une part d'améliorer les résultats de simulation. D'autre part, la continuité de la normale dans la zone de contact due à la l'interpolation quadratique de cette surface permet de diminuer les oscillations numériques des forces de contact sur la surface frontière et aussi de diminuer les oscillations numériques de l'algorithme de Newton-Raphson. Enfin, même si on projette sur des surfaces quadratiques, cette méthode ne s'avère pas coûteuse en temps de calcul.

Références

[1] E. Hinton, J. S. Campbell A framework for development of surface smoothing procedures in large deformation frictional contact analysis Int. J. for Num Methods in Engrg 1974

[2] P.Wriggers, L.Krstulovic-Opara , Korelc J. Smooth C1 interpolations for two-dimensional frictional contact problems, Int. J. Numer. Methods Engrg. 2001;51:1469–95.

[3] MA.Puso, TA.Laursen A 3D contact smoothing method using Gregory patches. Int. J. Num. M. Eng. 2002

[4] D. Chamoret, P. Saillard, A. Rassineux et J.-M. Bergheau, New smoothing procedures in contact mechanics J. of Comp. and Applied Math. 2003

[5] Nagata T. Simple local interpolation of surfaces using normal vectors. Comp. Aided Geo. Design 2005.

[6] 6. Hama T., Nagata T., Teodosiu C., Makinouchi A., Takuda H. Finite-element simulation of springback in sheet metal forming using local interpolation for tool surfaces Int. J. Mech. Sci., vol. 50, pp. 175–192, 2008

[7] S.Philippe Développement d'une formulation arbitrairement eulérienne lagrangienne pour la simulation tridimensionnelle du laminage de produit plat. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2009

[8] Guerdoux S. Numerical simulation of the Friction Stir Welding process , Thèse, Mines ParisTech, 2007

[9] O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu, The Superconvergent Patch Recovery (SPR) and adaptive finite element. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Vol. 101, pp.207-224, 1992.

[10] D. L. Page, Y. Sun, A. F. Koschan, J. Paik, and M. A. Abidi. Normal Vector Voting: Crease Detection and Curvature Estimation on Large, Noisy Meshes. Graphical Models 2002

[11] 11. T. Shimizu, H.Date, S.Kanai, T.Kishinami, A New Bilateral Mesh Smoothing Method by Recognizing Features, Ninth Int. Conf. on Comp Aided Design and Computer Graphics (CAD/CG 2005)