

# Formulation mixte vitesse-déplacement pour viscoélasticité - confrontation expérimentale et numérique

VT. PHAM<sup>1</sup>, L. Silva<sup>1</sup>, H. Digonnet<sup>1</sup>, C. Combeaud<sup>1</sup>, N. Billon<sup>1</sup>, T. Coupeuz<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Centre de Mise en Forme des Matériaux (CEMEF), École des Mines de Paris, Sophia Antipolis, France, [vu-thu.pham@mines-paristech.fr](mailto:vu-thu.pham@mines-paristech.fr)

---

Mots-clés: viscoélasticité, Kelvin-Voigt, approche monolithique, méthode des éléments finis mixtes, formulation lagrangienne et eulérienne.

## Résumé :

L'objectif de ce travail est de modéliser le comportement des matériaux polymère injectés sous sollicitations dynamiques par une approche monolithique. Basé sur les équations de Navier-Stokes, nous proposons une méthode des éléments finis mixtes avec une interpolation P1+/P1 utilisant le déplacement (ou la vitesse) et la pression en tant que principales variables. La technique implémentée utilise un maillage composé de triangles (2D) ou de tétraèdres (3D) [Coupez, 1997]. Le but de cette approche est de modéliser le comportement viscoélastique des matériaux polymère où les milieux visqueux et élastiques sont mélangés en utilisant une approche multiphasique en vitesse et déplacement.

Notre première étape consiste à modéliser le comportement viscoélastique à l'état solide avec un effort particulier sur le cas limite élastique. Dans un premier temps, nous rappellerons les équations du problème. Nous développerons ensuite l'approche et la résolution par éléments finis mixte de ce problème. Le comportement du matériau d'abord supposé pouvant aller jusqu'au comportement incompressible et peut être décrit par une approche lagrangienne ou eulérienne. La première validation est de déformer une géométrie en s'assurant la totale réversibilité. Deux méthodes de calcul sont: la résolution par déplacement-pression ( $u-p$ ) avec un seul incrément et la résolution incrémentale par vitesse-pression ( $v-p$ ). La comparaison entre les approches lagrangienne et eulérienne, cette dernière basée sur la méthode Level-Set [Coupez, 2006] [Ville, 2010], sera présentée. Une étude sur la stabilisation de la formulation éléments finis sera également détaillée avec un cas test de validation.

Des application en traction et en compression simple en 2D et 3D illustreront et valideront notre méthodologie. Des essais expérimentaux compléteront l'étude. Le polymère choisi est un PMMA, dont le comportement dépend de la température, d'où la possibilité de simuler un comportement passant de l'état solide à l'état fluide viscoélastique.

Cette méthode à 2 champs  $u$  et  $v$  (déplacement, vitesse), les variables primaires d'une formulation déformation, vitesse de déformation, permet très facilement de rendre compte de modèle de type Kelvin-Voigt. L'étape suivant est d'étendre cette formulation à autre type de lois de comportement viscoélastique tout en préservant la robustesse et la simplicité du modèle numérique.

La figure 1 et 2 représente notre simulation en cas élastique par deux approches : lagrangien et eulérien

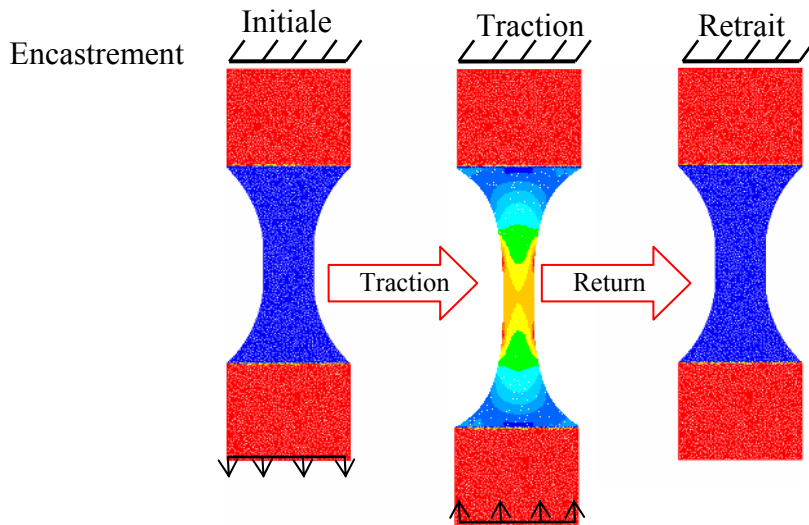


Figure 1: Essai de traction par la méthode de Lagrange. Le schéma représente la forme initiale, en traction et la configuration finale

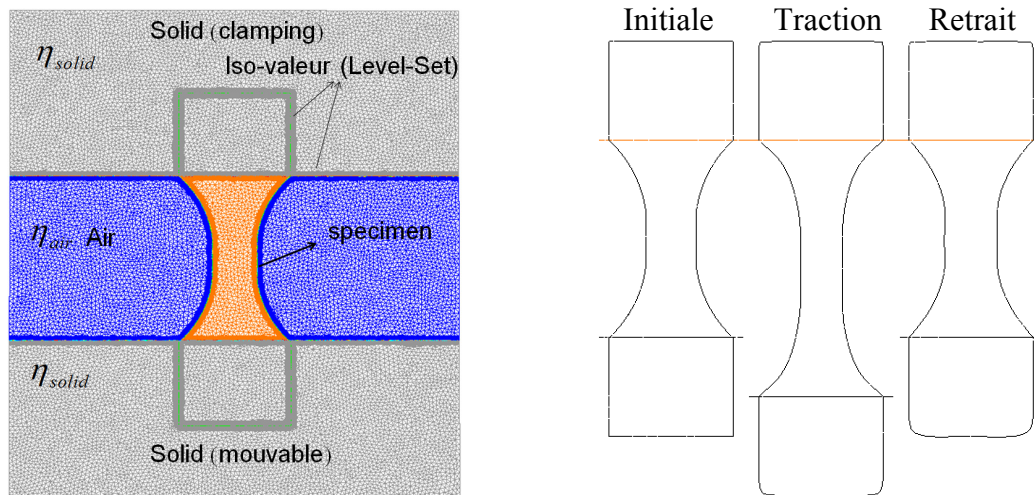


Figure 2: Essai de traction par la méthode eulérienne. Les formes initiale, en traction et finale sont représentées par l'isovaleurs zéro de la fonction Level-Set

[Coupez, 1997] T. Coupez and S. Marie. *From a direct solver to a parallel iterative solver in 3D forming simulation*. International Journal of Supercomputer and Applications, 11:205, 1997.

[Coupez, 2006] T. Coupez. *Réinitialisation convective et locale des fonctions Level Set pour le mouvement de surfaces et d'interfaces*. Journées Activités Universitaires de Mécanique, La Rochelle, France 2006.

[Ville, 2010] L. Ville, L. Silva and T. Coupez. *Convected Level Set method for the numerical simulation of Fluid Buckling*. Int. J. Numer. Meth. Fluids 2000; 00:1–6.