HAL
open science

Un cadran solaire digital

Etienne Ghys

To cite this version:

Etienne Ghys. Un cadran solaire digital. Images des Mathématiques, 2008, http://images.math.cnrs.fr/Un-cadran-solaire-digital.html. hal-00590215

HAL Id: hal-00590215
https://hal.science/hal-00590215v1

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

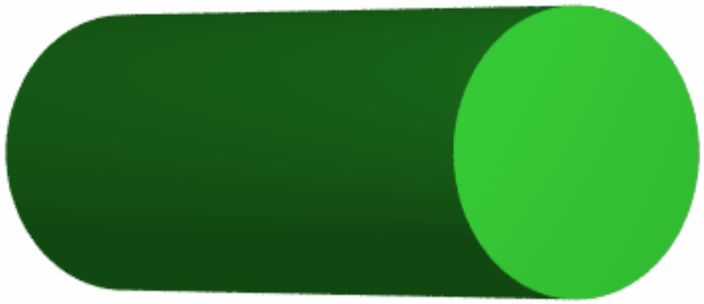
Un cadran solaire digital

ou, comment bien dépenser 91€

Le 28 octobre 2008, par **Étienne Ghys**
Directeur de recherche CNRS, École Normale Supérieure de Lyon
(**page web**)

Il arrive que des résultats mathématiques très abstraits aient des retombées « concrètes » surprenantes. En 1986, le mathématicien Kenneth Falconer, spécialiste de la théorie des fractales, était loin de penser qu'un de ses théorèmes mènerait à un objet commercialisé...

SUPPOSONS qu'on observe un objet **X** dans l'espace en en faisant le tour et en prenant par exemple des photographies dans toutes les directions. Comme nous sommes mathématiciens, nous n'hésitons pas à dire que nous avons une *infinité* de photographies, une pour chaque direction ! Réciproquement, supposons maintenant qu'on dispose d'une infinité de photos, une pour chaque direction. Existe-il un objet **X** dans l'espace dont les photos sont celles dont on dispose ? Par exemple, si toutes nos photos représentent toujours le même disque, alors on sait bien que **X** peut être une boule. Mais si par exemple, certaines photos représentent un rectangle et d'autres un disque ? Alors **X** est peut-être un cylindre, qui est vu comme un disque par en haut et comme un rectangle quand on le regarde de côté.



Falconer démontre alors le théorème qu'un tel objet **X** existe toujours, quelles que soient les photos dont on dispose.

Voici un énoncé plus précis, que le lecteur peut ne pas lire s'il le souhaite.

Supposons que l'on dispose pour chaque plan P passant par l'origine dans l'espace, d'une partie X_P *de ce plan (une photo placée dans ce plan). Alors, il existe un objet X dans l'espace tel que lorsqu'on le projette orthogonalement (i.e. lorsqu'on photographie) sur (presque) tous les plans P, la projection est (presque)* X_P*. Pour être encore plus précis, il faut dire que les mots "presque" sont pris au sens de la mesure de Lebesgue, qui est l'une des formulations mathématiques les plus adaptées à notre problème. Pour être encore plus précis, il faudrait dire que* X_P *dépend mesurablement de P mais le lecteur non mathématicien peut ne pas lire cela et le mathématicien peut aller consulter l'article de K. Falconer.*

Pour illustrer son théorème, un peu comme une plaisanterie, Falconer a l'idée d'un cadran solaire digital.

« *Il est possible, au moins en théorie, de construire un ensemble dans l'espace dont l'ombre à presque tout moment de la journée donne l'heure écrite en chiffres* » écrit-il dans son article.

Voici le dessin qu'il inclut.

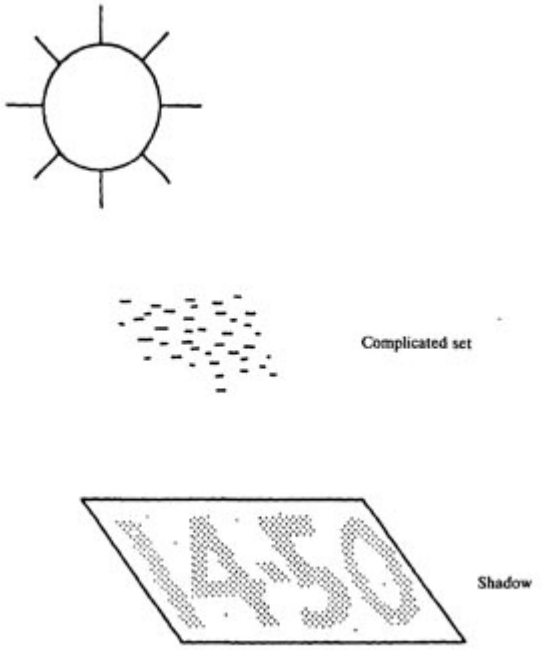


FIG. 1. A digital sundial

En 1986, il aurait été bien surpris d'entendre qu'un jour un brevet serait déposé et qu'on pourrait acheter sur internet un cadran solaire digital pour la somme de 91 € !

C'est pourtant ce qui fut fait par H. Scharstein, W. Krotz-Vogel et D. Scharstein.

On peut acheter l'objet sur

http://www.digitalsundial.com/order...

Voici une photographie du cadran.

Ainsi, lorsque l'on installe son cadran solaire digital dans son jardin, convenablement orienté bien sûr, l'ombre du soleil indique l'heure en chiffres directement sur le cadran ! Incroyable mais vrai.

Une indication sur le preuve du théorème de Falconer ? Le principe est celui des stores vénitiens. La lumière du soleil est bloquée par un store vénitien dans presque toutes les directions et passe sans difficultés dans les directions parallèles aux lattes du store. Si l'on superpose un grand nombre de stores, orientés dans de multiples directions, on peut faire en sorte que la lumière passe dans certaines directions et pas dans d'autres, un peu selon notre souhait. C'est l'idée générale...

Pour plus de détails, le lecteur a deux possibilités. La première est de lire l'article de K. Falconer, s'il est suffisamment versé en mathématiques.

Falconer, K. J. *Sets with prescribed projections and Nikodým sets*. Proc. London Math. Soc. (3) 53 (1986), no. 1, 48—64.

La seconde, pour les bricoleurs, est de lire brevet qui contient tous les détails :

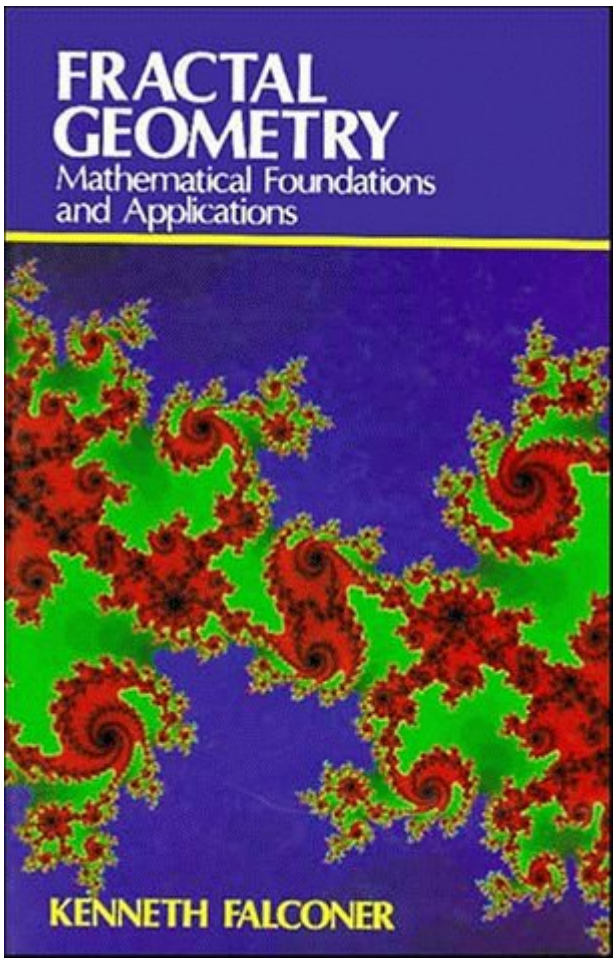
http://community.middlebury.edu/~sc...

Pour la petite histoire, K. Falconer m'a fait une démonstration de « son » cadran solaire digital dans son bureau de l'Université de St Andrews en Écosse. Il m'a expliqué qu'il n'est pas facile pour lui de l'utiliser car d'une part le soleil n'est pas si ardent en Écosse, et d'autre part son bureau est orienté au nord ! Il en est donc réduit à montrer le fonctionnement de son cadran grâce à une lampe de poche. Fidèle à la tradition du mathématicien « pur », il n'avait pas pensé à déposer un brevet pour son idée... mais l'entreprise *Digital Sundial International* qui fabrique le cadran a eu la gentillesse de lui envoyer un exemplaire gratuit !

Bien sûr, le cadran indique l'heure solaire et pas l'heure légale ! Voir **l'article**.

Kenneth Falconer a écrit un livre remarquable (et pas trop difficile à lire si vous avez une formation mathématique) sur la géométrie fractale :

Fractal Geometry : Mathematical Foundations and Applications, John Wiley & Sons



Je vois sur *Amazon.com* qu'on peut acheter ce livre pour 165,83 € et il est peut-être préférable d'acheter un cadran à 91€ ! mais on peut aussi acheter des exemplaires d'occasion du livre pour 15,09 € !

Crédits images

Pour citer cet article : **Étienne Ghys**, **Un cadran solaire digital**. *Images des Mathématiques*, CNRS, 2008. En ligne, URL : **http://images.math.cnrs.fr/Un-cadran-solaire-digital.html**