Perspective, géométrie et esthétique chez Lambert (II)

Christophe Eckes

Perspective, géométrie et esthétique chez Lambert (II)

Le 12 décembre 2010, par **Christophe Eckes**
ATER Paris 7 - Doctorant Institut Camille Jordan, Lyon 1 (**page web**)

Au cours de notre premier article, nous avons tenté de déterminer le lecteur implicite de Lambert dans son traité de perspective (1759 / 1774) ; nous avons précisé les rapports qu'il établit entre la perspective, la géométrie et l'optique et nous avons décrit l'esthétique qu'il développe. Dans ce second article, nous revenons sur deux annexes que Lambert a ajoutées à la seconde édition de son traité de perspective, à savoir (i) ses quinze problèmes de géométrie à la règle que les géomètres français Hachette, Poncelet et Chasles s'approprieront, (ii) son histoire de la perspective.

Introduction

DANS la seconde édition en langue allemande de la *Perspective* (1774), Lambert ajoute deux annexes qui ont un intérêt aussi bien pour les historiens des mathématiques que pour les historiens de l'art. La première annexe contient quinze problèmes de construction à la règle seule. Elle constitue un texte de référence pour les principaux représentants de l'École française de géométrie descriptive et de géométrie projective au cours du premier tiers du XIXe siècle. La seconde annexe est une histoire de la perspective rapportée à certains artistes tels que Leonard de Vinci ou Albrecht Dürer. Nous entendons cerner la réception des quinze problèmes de construction à la règle seule par certains géomètres français avant d'examiner les hypothèses que défend Lambert à propos du développement historique de la perspective.

La réception du traité de perspective de Lambert en géométrie

Comme nous l'avons souligné au cours de notre précédent article, le traité de perspective de Lambert est mentionné en tant qu'ouvrage de référence pour les artistes dans le *Dictionnaire des Beaux-arts* de Millin. De plus, Lambert développe une esthétique fondée sur les notions de point de vue et de paysage dans la seconde section de son ouvrage. Lambert vise aussi bien des géomètres que des praticiens de l'art, qu'ils soient architectes, dessinateurs ou encore peintres. Nous avons également souligné que le traité de Lambert a servi de support pour réformer l'enseignement de la perspective dans les académies des arts de Berlin et de Dresden autour des années 1800. Mettons maintenant en évidence la fortune que connaîtra l'édition augmentée de son traité de perspective (1774) parmi certains mathématiciens tels que Hachette (1769-1834) Poncelet (1788-1867) et Chasles (1793-1880).

Hachette et Poncelet lecteurs de Lambert.

Il convient tout d'abord de rappeler que la perspective linéaire et la perspective aérienne sont abordées par Monge dans les leçons de géométrie descriptive [1] qu'il donne à l'École normale de l'an III et à l'École Centrale des Travaux publics (l'École Polytechnique) en 1795. Comme le précisent les historiens des sciences B. Belhoste et R. Taton,

> « A l'École normale, comme à l'École centrale des travaux publics, les leçons devaient porter non seulement sur les méthodes générales, mais aussi sur les applications, perspective, dessin des ombres, traits de la coupe des pierres et des bois et description des éléments des machines. » [2]

Ainsi, la douzième leçon de Monge à l'École normale est consacrée à la théorie de la perspective ; sa huitième leçon à l'École centrale des travaux publics a pour objet la perspective aérienne, la neuvième leçon est centrée sur les applications de la géométrie descriptive à la perspective linéaire. [3] Monge situe d'ailleurs la géométrie descriptive au fondement des perspectives linéaire et aérienne :

> « La perspective linéaire se réduit à construire la section qu'une surface déterminée fait dans une pyramide dont le sommet et la base sont donnés. (...)
>
> Les méthodes de la géométrie descriptive donnent aisément la solution de ce problème pris dans toute sa généralité, c'est-à-dire en supposant même que le tableau soit une surface courbe quelconque » [4]

En 1799, Hachette publie une première édition des leçons de géométrie descriptive données par Monge à l'École normale sous le titre *Géométrie descriptive*. Comme le soulignent Belhoste et Taton, cette première édition est très utilisée à l'École polytechnique dès sa publication. [5] Hachette constitue donc une figure centrale dans la promotion des méthodes de la géométrie descriptive à l'École polytechnique. En outre, dans les années 1800, il participe à la diffusion des quinze problèmes de géométrie à la règle seule de Lambert.

Comme le rappelle à juste titre R. Laurent :

> « J.N.P. Hachette proposera [les quinze problèmes de Lambert] aux élèves de l'école polytechnique dans la *Correspondance sur l'Ecole polytechnique*, (1804-1808) et ces publications n'échapperont pas à Gaspard Monge, à Jean Victor Poncelet et à Michel Chasles [6] ».

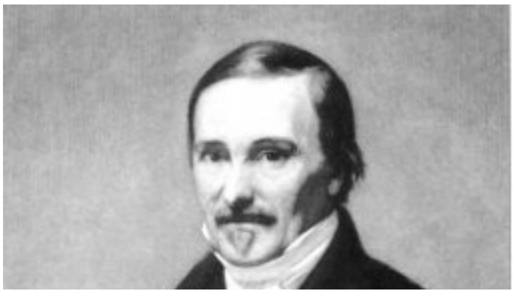
En 1822, Poncelet publie son *Traité des propriétés projectives des figures*. Dans son introduction, il mentionne la *Correspondance sur l'École polytechnique*, ce qui accrédite l'hypothèse de R. Laurent selon laquelle Poncelet a pris connaissance des quinze problèmes de géométrie de la règle de Lambert par ce biais. En outre, il estime que le traité de perspective de Lambert mérite d'être considéré comme une étape essentielle dans l'étude des propriétés géométriques laissées invariantes par projection :

> « On doit encore distinguer le célèbre Lambert qui, dans un traité de perspective publié en 1774, employa le premier, depuis Desargues et Pascal, des considérations générales de cette théorie pour établir plusieurs propositions élégantes, dans le genre de celles de la géométrie de la règle, et qui sentit ainsi, jusqu'à un certain point, les ressources que l'on pouvait tirer de ce genre de considérations. » [7]

Dans son introduction, Poncelet propose une mise en perspective historique des développements de la géométrie dont le terme serait son traité consacré à l'étude des propriétés projectives des figures. Poncelet écrit donc une histoire linéaire de la géométrie, fondée sur quelques figures tutélaires : Desargues, Pascal, Lambert, etc. Si l'on suit les arguments de Poncelet, tout se passe comme si les travaux que Lambert a consacrés à la perspective n'étaient qu'une étape intermédiaire avant l'avènement de la géométrie descriptive et de la géométrie projective. Poncelet défend cet argument à la faveur d'une lecture très partielle de la *Perspective* de Lambert : il ne retient que les quinze problèmes de géométrie à la règle seule, oubliant que Lambert s'est appuyé sur la perspective pour développer des réflexions philosophiques et esthétiques.

Plus profondément, nous voudrions écarter une vision simplificatrice du rapport entre les théories de la perspective élaborées au XVIIe et au XVIIIe siècle et le développement de la géométrie projective au début du XIXe siècle. Il ne faudrait pas croire qu'il existerait une *histoire linéaire* qui irait de la perspective à la géométrie projective et dont les suppléments de Lambert de 1774 constitueraient le « chaînon manquant ». Plusieurs raisons expliquent pourquoi les théories de la perspective ne doivent pas être considérées comme une simple préfiguration de la géométrie projective.

Les traités de perspective publiés par des géomètres tels que Lambert ne sont pas motivés exclusivement par des questions de géométrie. Plus généralement, il est simplificateur de penser que les divers traités de perspective qui voient le jour au cours du XVIIIe siècle ne seraient que des signes annonciateurs de la géométrie projective telle qu'elle se développera au XIXe siècle. Les développements de la perspective et de la géométrie projective sont arborescents : il est inexact de croire que la perspective constituerait un chapitre de la géométrie projective et, réciproquement, que la géométrie projective parachèverait les théories de la perspective. Même à s'en tenir aux écrits de mathématiciens tels que Lambert sur la perspective, cette vision linéaire de l'histoire est réductrice.



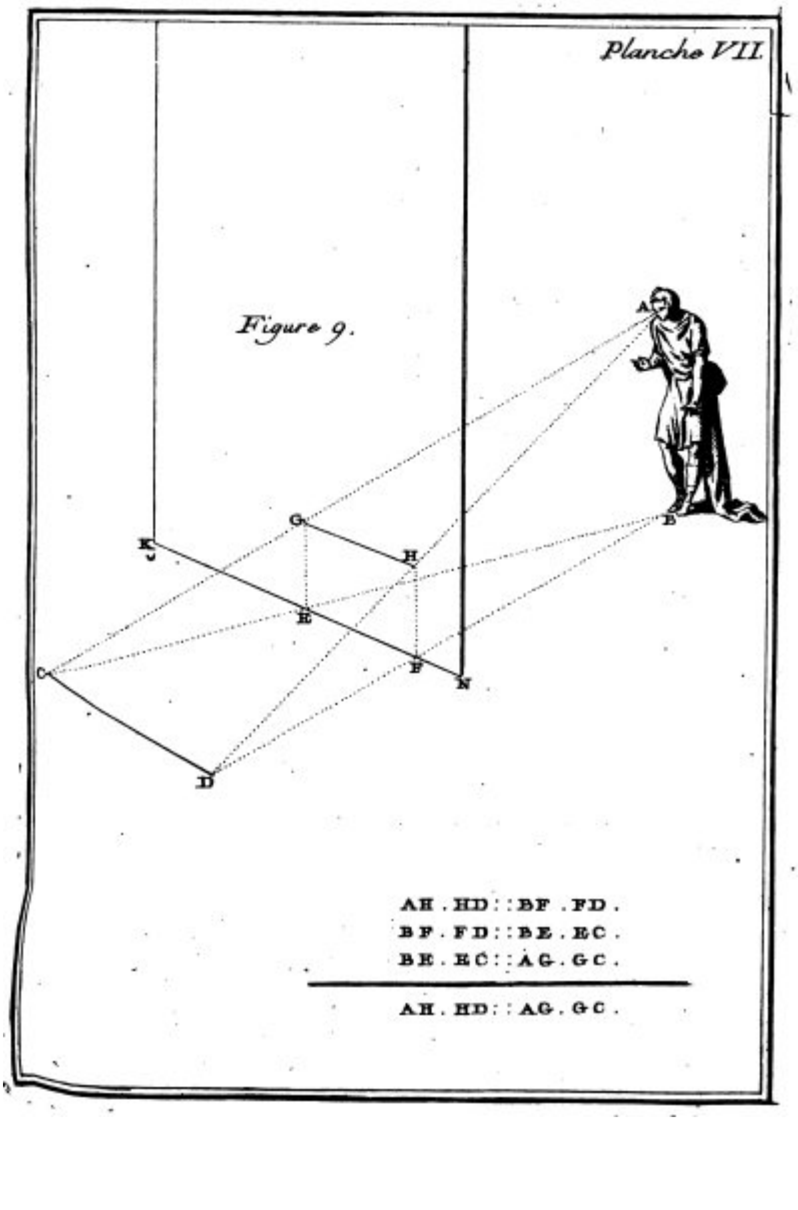
Il n'en reste pas moins vrai que l'annexe de Lambert sur les quinze problèmes de géométrie de la règle constitue un *point de contact* entre sa géométrie perspective, la géométrie descriptive de Monge et Hachette, et la géométrie projective de Poncelet.

Une « géométrie de la règle perspective ».

Dans cette annexe, Lambert commence par rappeler que la perspective « aérienne » a pour objet les effets de profondeur et d'éloignement induits par les dégradés de couleur, alors que la perspective linéaire repose sur l'*usage de la règle seule*, d'où le terme consacré de géométrie de la règle.

À la différence de la géométrie élémentaire dans le plan ou dans l'espace qui traite de la grandeur *objective* d'une figure et donc de ses propriétés métriques, la perspective traite de la grandeur *apparente* d'une figure par rapport à un observateur. La grandeur apparente d'une figure varie en fonction du point de vue qu'il adopte. En effet, une représentation en perspective s'identifie mathématiquement à une projection centrale faite d'un point A, qui correspond au point de vue du spectateur, sur un plan de projection.

Dans les constructions en perspective qu'il effectue, Lambert s'intéresse à des propriétés telles que l'alignement entre des points et l'intersection entre des droites, ces propriétés étant conservées par projection. Il associe les représentations en perspective aux constructions à la règle seule qui ont justement pour objet les propriétés d'alignement entre des points et d'intersection entre des droites. Ainsi, la perspective se trouve associée à un unique instrument de construction, à savoir la règle. Lambert exclut l'utilisation du compas, dans la mesure où il permet de reporter les distances entre des points et donc de prendre en compte les propriétés métriques des figures qui ne sont justement pas conservées dans une représentation en perspective.



Il développe donc une géométrie de la *règle seule* à la fin de la seconde édition de *La Perspective*, comme en atteste le passage suivant :

> « Cela vaut peut-être la peine d'examiner jusqu'où on peut aller en perspective et ensuite aussi en géométrie sans utiliser le compas, la règle seule étant admise, dans le but donc de rendre linéaires au vrai sens du terme la perspective et la géométrie [8]. »

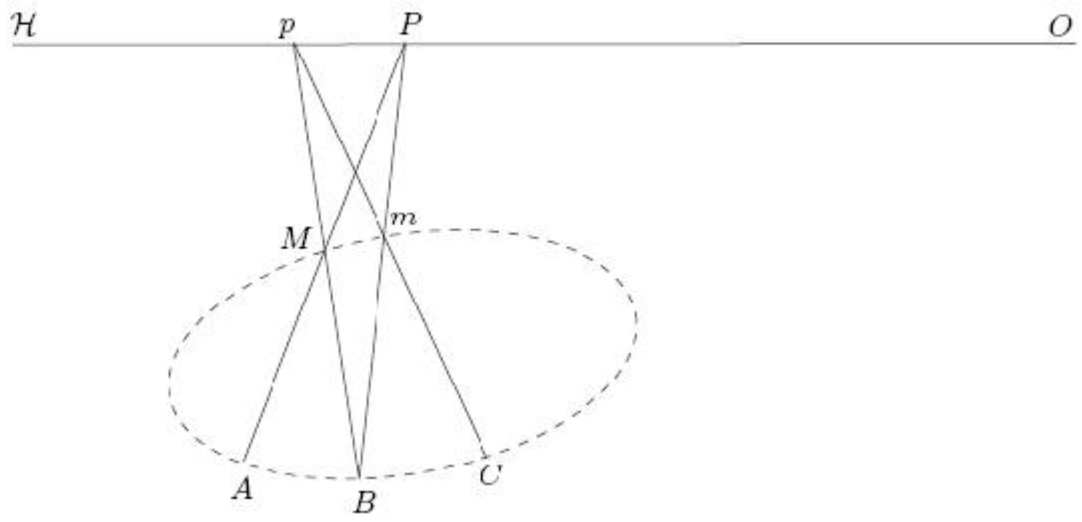
Pour Lambert, les constructions à la règle constituent un point de contact essentiel entre la perspective et la géométrie. Peiffer et Laurent ont donc parfaitement raison de dire que les quinze problèmes formulés par Lambert relèvent de la *géométrie de la règle perspective*. En effet, les constructions effectuées par Lambert présupposent la donnée préalable d'une ligne d'horizon qui renvoie nécessairement au point de vue implicite d'un observateur et à la donnée d'une représentation en perspective. Lambert ne développe donc pas une géométrie de la règle indépendamment des questions de perspective. Nous nous proposons d'étudier les problèmes I et V pour confirmer cet argument.

Le problème I de construction à la règle seule.

Voici comment Lambert énonce ce premier problème :

> « Déterminer à l'aide d'une seule règle plusieurs points situés sur le tracé d'une ellipse, avec quatre points donnés, non alignés, dont chacun est situé en dehors du triangle formé par les trois autres. Ce problème équivaut à mettre en perspective un cercle passant par quatre points donnés. [9] »

Autrement dit, étant donnés quatre points A, B, C et M trois à trois non alignés, tels qu'aucun d'eux ne soit contenu dans le triangle plein formé par les trois autres et une droite (HO) arbitrairement donnée qui ne passe par aucun de ces points et tenant lieu de ligne d'horizon, il s'agit de construire une ellipse passant par ces quatre points en fonction du choix de cette ligne d'horizon. Le but de Lambert est de déterminer un cinquième point m par lequel l'ellipse en question devra passer. Pour ce faire, il trace la droite (AM), celle-ci coupe (HO) en P. Ensuite, il trace la droite (BM) qui coupe (HO) en p. Les droites (BP) et (Cp) se coupent en un point m qui se situe sur le cercle représenté en perspective.

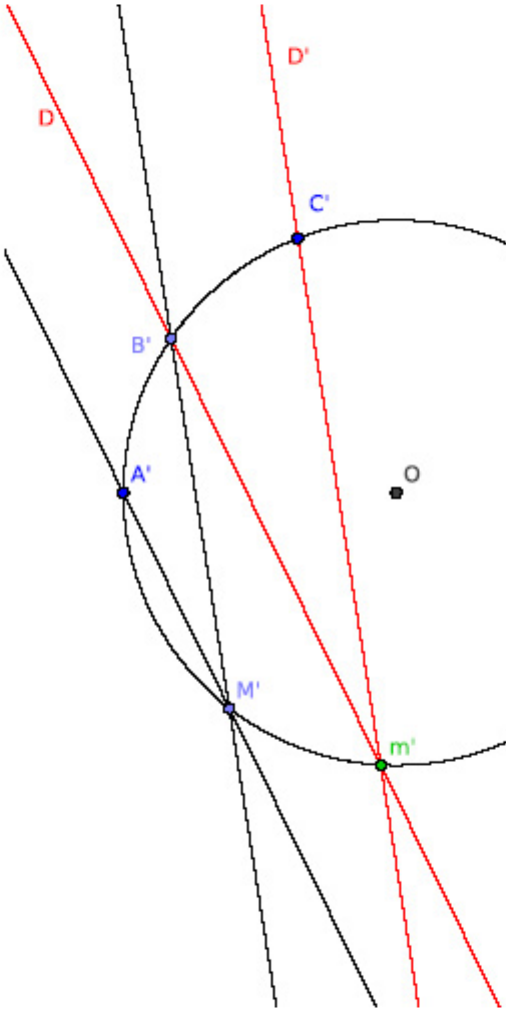


On peut répéter ce processus : on trace la droite (Am), elle coupe (HO) en q. On trace ensuite les droites (Bq) et (CP) dont le point d'intersection n se trouve de nouveau sur l'ellipse recherchée. Ce mode de construction point par point et à la règle seule a un intérêt pratique en dessin : la connaissance des points m, n, etc. sert de guide pour tracer commodément l'ellipse en question à main levée.

Voici l'argument fourni par Lambert pour expliquer pourquoi m est bien image d'un point situé sur le cercle que l'on souhaite représenter en perspective :

> « Ce procédé repose sur le fait que AB, BC sont considérés comme des arcs égaux du cercle censé être mis en perspective. Comme AP et BP sont perspectivement parallèles, Mm représente un arc égal du cercle et tous les angles AMB, MBm, BMC, etc. sont des images d'angles égaux (...) » [10]

Lambert nous invite donc à revenir sur le cercle dont l'ellipse est l'image en perspective pour comprendre la construction qu'il propose. Notons A', B' et C' les points du cercle qui ont respectivement pour image en perspective les points A, B et C. Lambert précise tout d'abord que sur le cercle en question, les points A', B' et C' doivent être placés de telle sorte que les arcs $A'B'$ et $B'C'$ soient égaux. Si on note O le centre du cercle, les angles $\widehat{A'OB'}$ et $\widehat{B'OC'}$ sont donc égaux. On se donne un point M' situé sur le cercle dont M est l'image en perspective, on trace ensuite la droite $(A'M')$ et la droite D qui est la parallèle à $(A'M')$ passant par B' ; ces deux droites ont respectivement pour image en perspective les droites (AP) et (BP). On trace ensuite la droite $(B'M')$ et la droite D' qui est la parallèle à $(B'M')$ passant par C' ; ces deux droites ont respectivement pour image en perspective les droites (Bp) et (Cp). Notons m' l'intersection des droites D et D'. Ce point se situe sur le cercle, comme l'illustre la figure ci-dessous.



En voici la raison, d'après les arguments fournis par Lambert : les angles $\widehat{A'M'B'}$, $\widehat{M'B'm'}$ et $\widehat{B'm'C'}$ sont égaux. De plus, d'après le théorème de l'angle au centre [11], $\widehat{A'OB'} = 2\widehat{A'M'B'}$. Or, nous avons les égalités : $\widehat{A'OB'} = \widehat{B'OC'}$ et $\widehat{A'M'B'} = \widehat{B'm'C'}$, donc $\widehat{B'OC'} = 2\widehat{B'm'C'}$, il en résulte que m' est sur le cercle.

Ajoutons que quatre points trois à trois non alignés ne suffisent pas à déterminer une ellipse de manière unique dans le plan. C'est en revanche le cas si l'on se donne cinq points trois à trois non alignés. Lambert est d'ailleurs parfaitement conscient de ce fait puisqu'il ajoute :

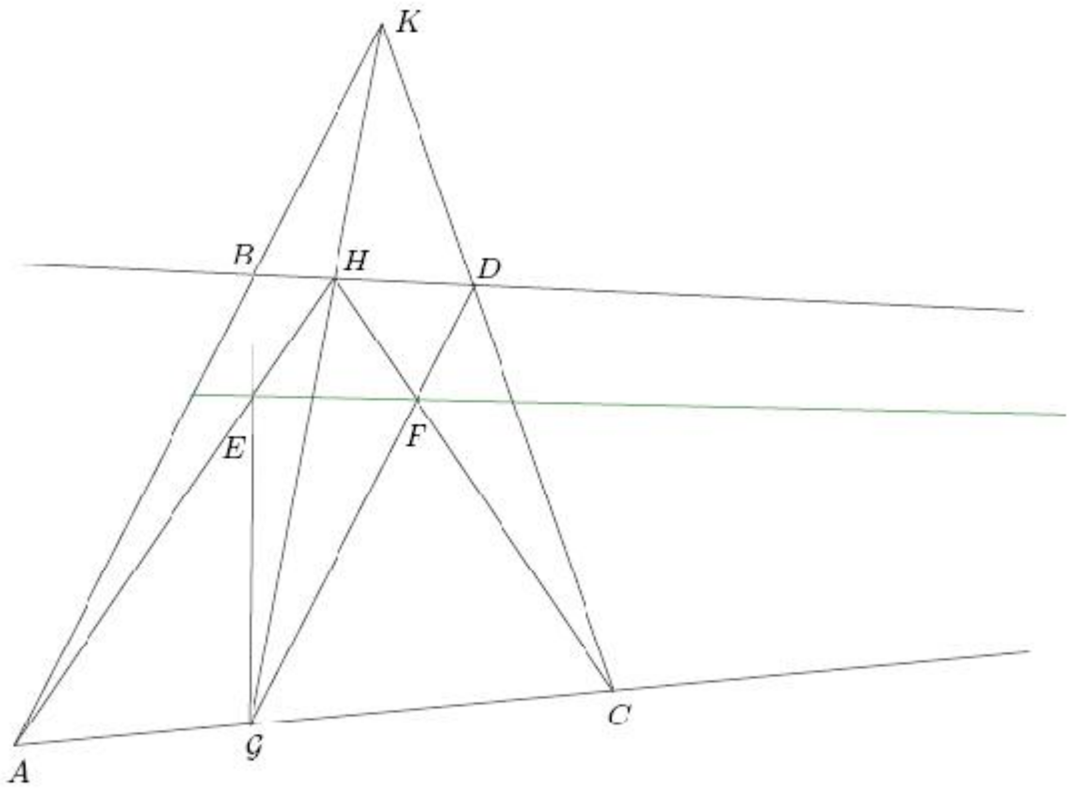
> « En outre, on voit sans peine que l'emplacement de l'horizon n'aurait plus été arbitraire si l'on avait ajouté un point m aux quatre points A, B, C, M. Car les lignes (AM), (BM), (Bm), (Cm) suffisent pour déterminer les deux points p, P par lesquels on aurait dû faire passer l'horizon (...). » [12]

Le problème V de construction à la règle seule.

le problème V, qui est repris littéralement dans la *Correspondance sur l'École Polytechnique* au début du XIXe siècle, se formule comme suit :

« AC, BD sont des lignes qui se coupent en un point en dehors de la table, tracer à l'aide d'une règle seulement et sans prolonger ces lignes, une ligne passant par un point E donné et coupant BD, AC au même point d'intersection [13]. »

Voici l'argument proposé par Lambert pour résoudre ce problème de construction à la règle seule : « On trace deux lignes AH et GB passant par E, puis on trace AB et GH jusqu'à ce qu'elles se coupent en K. On trace KC issue de K, puis HC et GD, EF sera la ligne recherchée. » [14] Si l'on suit les notations et la solution de Lambert, on commence donc par tracer la droite (AE). Celle-ci coupe (BD) en H. Ensuite, on trace la droite (BE) qui coupe (AC) en G. On prolonge les droites (AB) et (GH) jusqu'à ce qu'elles se coupent en un point K. On trace la droite (KC), elle coupe (BD) en D. Désignons par F le point d'intersection entre les droite (CH) et (DG). La droite passant par E et F est la « ligne » recherchée.



Si l'on considère les triangle ABE et CDF dans la figure ci-dessus, alors on peut expliquer pouquoi les droites (AC), (BD) et (EF) convergent vers le même point de fuite en se fondant sur le théorème de Desargues et sa réciproque : si deux triangles ABE et CDF dans le plan sont tels que leurs sommets soient placés deux à deux sur trois droites concourantes en un même point alors, lorsqu'on prolonge leurs côtés, ils se rencontrent deux à deux en trois points alignés K, H, G et réciproquement. [15] Peiffer et Laurent soulignent que dans l'illustration du problème V, les triangles ABE et CDF sont tels que les côtés « AB et CD, BE et DF, AE et HF se coupent respectivement en trois points alignés K, G et H ». [16] D'après la réciproque au théorème de Desargues, les droites (AC), (BD) et (EF) sont concourantes. Il convient de préciser que le théorème de Desargues était mal connu à la fin du XVIIIe siècle, comme en témoignent les arguments développés par Poncelet dans son *Traité des propriétés projectives des figures*. Le problème V de Lambert est avant tout un problème de construction à la règle seule ; c'est seulement a posteriori que Peiffer et Laurent invoquent la réciproque au théorème de Desargues pour justifier le fait que les droites (AC), (BD) et (EF) sont concourantes. En outre, le problème V de Lambert a des applications pratiques essentielles en peinture. Supposons que le point de fuite soit situé en dehors du tableau. Lambert donne ici un moyen de construire des lignes qui convergent bien vers ce point de fuite sans avoir à les prolonger jusqu'à lui [17].

Notre analyse de ces deux problèmes montre que la « géométrie perspective de la règle » de Lambert contient des résultats qui seront repris et prolongés avec le développement de la géométrie projective. Comme le souligne J. Peiffer, Lambert étudie « la conservation des propriétés géométriques des figures par projection conique centrale, systématisée dans le *Traité des propriétés projectives des figures* de J.-V. Poncelet (1822) [18] ». Plus généralement, la géométrie de la règle élaborée par Lambert suscite l'intérêt de l'école française de géométrie à l'École Polytechnique dès le début du XIXe siècle.

Situation de Lambert dans l'histoire de la géométrie de Chasles.

On peut ainsi comprendre pourquoi Chasles insiste sur les travaux de Lambert dans les domaines de la perspective et de la géométrie avant de présenter la géométrie descriptive de Gaspard Monge dans son *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* (1837). En effet, Chasles considère Lambert comme l'un des principaux représentants des méthodes synthétiques en géométrie :

> « Le célèbre Lambert, autre Leibniz par l'universalité et la profondeur de ses connaissances, doit être placé au nombre des mathématiciens qui, dans un temps où les prodiges de l'analyse occupaient tous les esprits, ont conservé la connaissance et le goût de la géométrie et ont su en faire les plus savantes applications [19]. »

L'argument de Chasles est nuancé : il n'oppose pas deux figures de mathématiciens, les uns étant plus géomètres, les autres plus analystes. Il montre cependant qu'avec Lambert, la géométrie entendue comme l'étude des propriétés satisfaites par certains objets mathématiques appelés points, lignes ou plans, demeure un domaine de recherche fructueux. A l'instar de la géométrie descriptive et de la géométrie projective, la géométrie de la règle développée par Lambert donne lieu à des connaissances nouvelles bien qu'elle ne soit pas analytique. Chasles se fonde donc sur la figure de Lambert pour nuancer la thèse selon laquelle le XVIIIe siècle serait le lieu d'une absolue suprématie de l'analyse au détriment de la géométrie.

Le point de vue de Chasles tranche par rapport à la conception d'alembertienne du développement de la géométrie telle qu'elle apparaît dans l'article « géométrie » de l'*Encyclopédie*. Dans cet article, D'Alembert introduit deux couples de distinctions qui nous intéressent au premier chef, mais qui ne se recoupent pas exactement. Il différencie tout d'abord la géométrie *élémentaire* et la géométrie *transcendante* en fonction de leurs *objets*. Ainsi, la géométrie élémentaire « ne considère que les propriétés des lignes droites, des lignes circulaires, des figures et des solides les plus simples ». En revanche, la géométrie transcendante « a pour objet toutes les courbes différentes du cercle, comme les sections coniques et les courbes d'un genre plus élevé [20]. » D'Alembert distingue ensuite la géométrie *ancienne* et la géométrie *moderne*. Cette distinction présuppose une conception du développement historique de la géométrie qui est assujettie à la catégorie de *progrès*. La géométrie ancienne renvoie à des savoirs déjà constitués et, pour ainsi dire, périmés. Mais surtout, D'Alembert différencie les géométries ancienne et moderne en fonction des *méthodes* sur lesquelles elles sont fondées. La géométrie ancienne se caractérise par le fait qu'elle « n'emploie point le calcul analytique » ou qu'elle « emploie le calcul analytique ordinaire ». Dans le premier cas, elle désigne toute la géométrie « avant Descartes » ; dans le second cas, elle se rapporte aux traités de géométrie qui n'utilisent pas le calcul différentiel et intégral.

Si l'on suit la terminologie introduite par D'Alembert, la géométrie de la règle de Lambert appartient à la géométrie ancienne, puisqu'elle ne se fonde ni sur le calcul analytique ordinaire, ni sur les calculs différentiel et intégral. En outre, l'approche de Lambert est synthétique en un double sens puisqu'elle se rapporte à la *construction* de figures et qu'elle ne fait intervenir aucun procédé calculatoire, qu'il soit hérité de l'algèbre ou de l'analyse. Dans le fond, les catégories introduites par D'Alembert sont conditionnées par l'avènement du calcul infinitésimal. Pour lui il ne peut y avoir qu'une géométrie moderne, fondée tantôt sur les calculs analytiques ordinaires (Descartes) tantôt sur le calcul différentiel et intégral (Newton – Leibniz).

Chasles se réfère justement à la figure de Lambert pour contester ce point : il montre en 1837 qu'il n'y a pas une mais *des* modernités en géométrie. On peut innover en géométrie sans en passer par l'algèbre ou l'analyse. Comme l'indique d'ailleurs le sous-titre de son ouvrage, Chasles entend décrire les méthodes « qui se rapportent à la géométrie moderne ». Or, dans le vocabulaire de Chasles, l'expression « géométrie moderne » ne renvoie pas exclusivement aux méthodes algébriques héritées de Descartes ou aux méthodes analytiques que l'on doit à Leibniz ou Newton. Pour Chasles, les travaux de Lambert, de Monge ou encore de Poncelet relèvent pleinement de la modernité, bien qu'ils ne soient pas assujettis à l'analyse. Voici, plus précisément, ce qu'écrit Chasles à propos de la *Perspective* de Lambert :

> « La *Perspective* de Lambert paraît en 1759, puis en 1774, accrue d'une seconde partie, où l'auteur, faisant usage des principes de cet art, comme méthode géométrique, démontra plusieurs propositions concernant les propriétés descriptives des figures (...) et donna des éléments de cette partie de la géométrie qu'on a appelée dans ces derniers temps géométrie de la règle [21]. »

Il met ici en valeur l'annexe que Lambert consacre à la résolution des quinze problèmes de géométrie à la règle. Cette lecture est très sélective : *La Perspective* de Lambert est citée en fonction de l'intérêt que suscitent la géométrie descriptive et la géométrie projective parmi certains mathématiciens français de l'École Polytechnique au cours du premier tiers du XIXe siècle. Les réflexions de Lambert sur le statut « ontologique » de la perspective – via la distinction entre l'être et l'apparence des choses –, sur l'appréciation esthétique d'un tableau en fonction du point de vue adopté par le spectateur et sur le développement historique de la perspective sont tout simplement mis de côté. Pourtant, Lambert entendait s'adresser d'abord à des praticiens – en particulier des peintres – et secondairement à des géomètres. Voilà pourquoi, il nous semble nécessaire de mettre l'accent sur la seconde annexe ajoutée à l'édition de 1774 de *La Perspective*, qui n'est rien moins qu'une « première » histoire de la perspective. Ce texte montre que Lambert entend se situer à l'intersection entre les arts et la science. En particulier, il souhaite dialoguer avec les plus éminents théoriciens de l'art du XVIIIe siècle, parmi lesquels Lessing.

Une « première » histoire de la perspective

Comme nous l'avons indiqué dans nos remarques liminaires, Lambert a pris le soin d'écrire une brève histoire de la perspective dans une note ajoutée à la seconde édition de son traité qui date de

1774. Il participe à un mouvement d'historicisation qui touche aussi bien les arts que les sciences durant la seconde moitié du XVIIIe siècle. Rappelons que Jean-Etienne Montucla (1725-1799) publie une *Histoire des mathématiques* en 1758. En outre, on doit à Savérien (1720-1805) une *Histoire des progrès de l'esprit humain dans les sciences et les arts* en 1766. Lambert s'appuie d'ailleurs à plusieurs reprises sur ces deux ouvrages pour élaborer une histoire de la perspective. N'oublions pas qu'au même moment, l'historien et le théoricien de l'art Winckelmann (1717-1768) propose une périodisation historique de l'art gréco-romain [**22**].

Dans l'absolu, il semble discutable de dire que Lambert propose une « première » histoire de la perspective, puisque Montucla et Savérien l'ont déjà historicisée. Seulement il convient de remarquer que ces derniers ne considèrent pas la perspective pour elle-même. L'histoire de la perspective n'est selon eux qu'un chapitre de l'histoire de la géométrie ou de l'optique entendue comme science de la vision. Ainsi, Savérien déclare :

> « Quelques opticiens cherchèrent à résoudre un problème très important. C'était de déterminer sur un tableau les objets tels qui nous paraissent à différentes situations ou selon les diverses distances, ou autrement la projection des objets à l'égard de l'œil [**23**]. »

Montucla affirme de son côté qu'« On eût pu, à la rigueur, ne regarder cette branche de l'optique que comme un problème de géométrie ; et effectivement, elle ne tient à l'optique que par son problème fondamental qui, une fois admis et conçu de manière abstraite, laisse tout le reste à faire à la géométrie pure [**24**]. » En outre, bien qu'il tire certaines informations de Montucla et de Savérien, Lambert donne un sens précis à ce qu'il appelle l'*histoire* de la perspective, comme en témoigne l'argument suivant de Lambert :

> « Elle [l'histoire de la perspective] ne doit pas être, en effet, un simple répertoire d'écrits sur la perspective, et de leurs auteurs, mais elle doit indiquer avec précision les étapes de son enchaînement et de son perfectionnement [**25**]. »

Lambert vise ici Montucla et Savérien : leurs hypothèses historiques n'apparaissent pas assez explicitement : tantôt elles se dissolvent dans un travail exhaustif de recension d'auteurs – c'est notamment le cas de Montucla – ; tantôt elles sont adossées à des réflexions plus anecdotiques sur les perspectives curieuses. L'expression « étapes de son enchaînement » montre que Lambert est soucieux de proposer une première périodisation de la perspective, son histoire étant encore assujettie à la catégorie du progrès, comme en témoigne assez le terme « perfectionnement ».

Les hypothèses historiques de Lambert sur la perspective.

Voyons quelles sont les hypothèses historiques défendues par Lambert à propos de la perspective. Il indique très justement qu'elle n'était vraisemblablement pas connue des artistes et théoriciens de l'antiquité gréco-latine. Peut-être était-elle utilisée pour les décors de théâtre, comme semble l'indiquer Vitruve dans le Livre IX de l'*Architecture* ; en revanche, les peintres semblaient totalement l'ignorer [**26**]. Lambert prend ainsi position en faveur de Lessing qui, contrairement aux thèses défendues par Boileau, montre que les anciens ne devaient pas maîtriser la perspective. Ainsi, Lambert rejoint Lessing, dont il a lu le *Laocoon* :

« La première question à se poser est celle du premier inventeur de la perspective. Il est donc bien naturel de rechercher si celle-ci était déjà connue des anciens. On peut fortement en douter. Monsieur Lessing, dans son « Laocoon », puis dans ses « Lettres antiques » avance diverses raisons en faveur de cette hypothèse, et Monsieur Lippert dans sa « Dactyliothèque » ne voit que peu de perspective dans tout ce qu'on pourrait qualifier de perspective dans les dessins des Anciens [27]. »

Les thèses défendues par Lessing et Lambert emportent manifestement les suffrages au cours de la deuxième moitié du XVIIIe siècle, comme en atteste la recension effectuée par A. L. Millin dans l'article « Perspective » tiré du *Dictionnaire des Beaux-Arts* publié en 1806 [28]. En effet, l'hypothèse selon laquelle les artistes antiques n'auraient pas maîtrisé la perspective est corroborée par les fouilles archéologiques à Herculanum et Pompéi, mais aussi par les écrits d'Euclide et de Vitruve. Dès le XVIIIe siècle, les théoriciens et les historiens de la perspective mesurent l'écart qui sépare la peinture antique de la peinture issue de la seconde Renaissance en Italie et en Europe du nord. La première Renaissance, que l'on doit situer avant Raphaël et L. de Vinci, était cependant méconnue, voire tout simplement ignorée des théoriciens de l'art au cours du XVIIIe siècle [29].

Il n'est donc pas surprenant que Lambert fasse remonter « l'origine » de la perspective linéaire à L. de Vinci (1452-1519). Cette hypothèse sera d'ailleurs reprise littéralement par Millin dans son *Dictionnaire des Beaux-Arts* en 1806. Pourtant, parmi les peintres italiens, Fra Angelico (av. 1400-1455) et Piero Della Francesca (env. 1415/1420-1492) maîtrisaient la perspective linéaire.

Qui plus est, Lambert ne se réfère à aucun moment à Alberti (1404-1472) [30], Brunelleschi (1377-1446) [31] ou encore de Piero Della Francesca [32] que l'on considère comme les inventeurs et les premiers théoriciens de la perspective.

Cela étant, on peut souligner que Lambert ne se contente pas d'ajouter un nouveau traité de perspective à ceux que l'on doit à ses nombreux prédécesseurs, qu'ils soient ingénieurs, peintres, graveurs, géomètres, voire même géographes. Il tente de déterminer l'épaisseur historique et sans doute l'écart qui le sépare des traités de L. de Vinci ou d'A. Dürer, mais surtout des anciens.

Rapport à l'optique euclidienne et à la géométrie euclidienne.

Avec Lambert, l'« autorité » de l'antiquité est d'ailleurs inquiétée tant dans les domaines de la perspective que de la géométrie élémentaire. Abordons tout d'abord celui de la perspective. Dans son histoire de la perspective, il montre que l'optique euclidienne ne convient pas pour déterminer les premiers principes de la géométrie perspective. Mais il ne va pas jusqu'à soutenir qu'Euclide énonce des propositions qui sont *diamétralement* opposées à celles qui sont au fondement de la perspective linéaire. C'est pourtant bien le cas, si l'on se réfère à la proposition VIII tirée de l'*Optique*. Euclide tente alors de rendre raison de la grandeur apparente des objets. Il suppose que celle-ci ne dépend pas de « l'éloignement des objets relativement à l'œil » [33], mais de la mesure de l'angle visuel. Bref, la perspective dite *angulaire* d'Euclide n'a rien à voir avec la perspective plane ou *linéaire* des modernes ; les grandeurs apparentes des objets ne coïncident pas suivant que l'on se fonde sur l'une ou l'autre de ces deux théories. Rappelons au passage que la perspective albertienne ne s'appuie pas sur la mesure de l'angle visuel pour déterminer la distance apparente entre deux points à l'intérieur du champ de vision. Elle fait intervenir des plans géométraux qui traduisent à une certaine échelle convenablement choisie l'éloignement des objets à représenter par rapport à un spectateur idéal, cyclopéen, dont l'œil serait réduit à un point. Ainsi, dans son histoire de la perspective, Lambert exprime de sérieuses réserves à propos de l'optique euclidienne sans aller jusqu'à montrer que la perspective linéaire des modernes rompt avec elle.

Venons-en au domaine de la géométrie élémentaire. En 1766, soit quelques années avant la réédition de la *Perspective*, Lambert publie un article consacré à la théorie des parallèles et donc au cinquième postulat d'Euclide – que Lambert appelle le « 11ème axiome d'Euclide » : par un point donné on ne peut mener qu'une seule parallèle à une droite donnée. Les apports de Lambert en géométrie ne se résument donc pas à ses quinze problèmes de géométrie à la règle seule (1774) ; ils concernent également les fondements de la géométrie euclidienne.

Contrairement aux mathématiciens Wallis (1616-1703) et plus tard Legendre (1752-1833), Lambert doute de l'évidence du postulat d'Euclide sur les parallèles. Il ignore même si celui-ci est démontrable. Qui plus est, il estime que certains théorèmes fondés sur des hypothèses contraires au 11ème axiome d'Euclide seraient possibles. En ce sens, il ne considère plus la géométrie euclidienne comme devant faire autorité et il permet à la théorie des parallèles de prendre une direction nouvelle, puisqu'il ne cherche pas à prouver que la géométrie d'Euclide serait vraie une fois pour toutes. Il tente davantage d'ouvrir le champ des hypothèses logiquement possibles dans le domaine de la géométrie élémentaire. Voilà pourquoi il envisage des triangles dont la somme des angles serait inférieure (resp. supérieure) à deux droits. Il montre sans ambiguïté que le principe de similitude n'est plus valable dans ces deux cas de figure. Rappelons qu'en géométrie euclidienne, deux triangles sont semblables lorsque leurs côtés sont proportionnels. Ils n'ont pas alors nécessairement la même aire – sauf s'ils sont isométriques –, par contre leurs angles sont deux à deux égaux. Si l'on suppose que la somme des angles d'un triangle est plus petite que deux droits, alors « la différence de 180° croît tout simplement suivant la surface du triangle ; cela veut dire que, lorsque étant donnés deux triangles l'un a une surface plus grande que l'autre, la somme des trois angles est moindre dans le triangle où la surface est plus grande. » [34] Comme le précise le philosophe et historien des mathématiques L. Boi, il ne faudrait cependant pas prêter à Lambert l'invention des géométries non-euclidiennes :

> « le fait d'avoir déduit des propositions en elles-mêmes logiquement non-contradictoires d'une hypothèse différente ou contraire à celle d'Euclide, n'est pas une condition suffisante pour pouvoir construire une nouvelle géométrie logiquement consistante. En tout cas, Lambert n'a à vrai dire jamais conçu un système de géométrie opposé à celui d'Euclide [35]. »

Notre détour par les travaux de Lambert sur la théorie des parallèles indique qu'il adopte une position relativement comparable lorsqu'il se confronte respectivement à la perspective angulaire d'Euclide et à la géométrie euclidienne. En effet, il doute des fondements de la perspective angulaire d'Euclide, mais il ne l'oppose pas frontalement à la perspective linéaire telle qu'elle est inventée à la Renaissance. De manière similaire, il doute que l'on puisse démontrer l'axiome des parallèles en géométrie euclidienne, mais il ne construit pas une nouvelle géométrie sur la base de la négation de cet axiome. Contrairement à Gauss, il n'affirme pas que la théorie des parallèles ne pourra acquérir de fondement solide que si elle subit une refonte complète. [36] Lambert n'introduit donc pas de grandes discontinuités dans son histoire de la perspective. De même, il ne situe pas ses diverses contributions dans le domaine de la géométrie en rupture par rapport à ses prédécesseurs.

Conclusion

À l'issue de notre courte analyse des travaux de Lambert sur la perspective, nous pouvons observer toute la singularité de son approche et de ses résultats. Il entend adapter son traité de perspective de manière à ce qu'il puisse être lu et compris par un public de non géomètres. Dans la première partie de notre article, nous avons d'ailleurs signalé que la *Perspective* de Lambert servira de point d'appui pour réformer l'enseignement de la perspective dans les académies des arts de Berlin et de Dresden dans les années 1800. Il existe donc bien une réception du traité de Lambert parmi les praticiens de la perspective. Nous avons souligné que la *Perspective* de Lambert devait être rapportée à la théorie des apparences ou phénoménologie qu'il développera dans son *Nouvel Organon* (1764). En outre, toute une esthétique du paysage traverse ses écrits sur la perspective ; Lambert préfigure en un certain sens la grande théorie du paysage développée par le peintre P.-H. de Valenciennes (1750-1819) dans ses *Éléments pratiques de perspective* au tout début du XIXe siècle. De plus, les quinze problèmes de construction à la règle que Lambert formule et résout en 1774 connaîtront une fortune indéniable parmi les géomètres français durant la première moitié du XIXe siècle. Nous pensons à Hachette, Poncelet et Chasles en particulier. Enfin, nous devons à Lambert une « première » histoire de la perspective en 1774. Ses contributions dans le domaine de la perspective sont donc à la fois techniques, mathématiques, philosophiques, esthétiques et historiques.

P.S. :

La rédaction d'Images des maths, ainsi que l'auteur, remercient pour leur relecture attentive, les relecteurs dont le pseudonyme est le suivant : Struffi, albenhenni, Laurent Bétermin, EULENSPIEGEL, Pierre Baumann et Christian Mercat.
L'auteur remercie également Amaury Thuillier, Anne Sauvagnargues et Karine Chemla.

Notes

[▲1] Pour une définition de la géométrie descriptive, voir G. Monge, *Leçons de géométrie descriptive*, in J. Dhombres, (sous la dir. de) *L'École normale de l'an III, Leçons de mathématiques, Laplace-Lagrange-Monge*, Paris, éd. Dunod, 1992, p. 308. Comme le précise Monge la géométrie descriptive a d'abord pour but de représenter en deux dimensions des objets qui en ont trois ; elle consiste ensuite à déterminer avec exactitude la forme et les positions respectives des corps représentés.

[▲2] B. Belhoste et R. Taton, « L'invention d'une langue des figures », in J. Dhombres, (sous la dir. de) *L'École normale de l'an III, Leçons de mathématiques, Laplace-Lagrange-Monge*, Paris, éd. Dunod, 1992, p. 282.

[▲3] J.-N.-P. Hachette, *Traité de géométrie descriptive*, deuxième édition, Paris, Corby, libraire-éditeur, 1828, préface, p. IX.

[▲4] *Ibid.*, p. 449

[▲5] *Ibid*, p. 302.

[▲6] R. Laurent, « J.-H. Lambert (1728-1777), les 15 problèmes de géométrie de la règle », *CultureMATH*, 2007, p. 3.

[▲7] J.-V. Poncelet, *Traité des propriétés projectives des figures*, Paris, Bachelier Libraire, 1822, introduction, p. XLIII.

[▲8] L'annexe de Lambert a été traduite par J. Peiffer et elle figure dans l'ouvrage de R. Laurent intitulé *La place de J-H. Lambert dans l'histoire de la perspective*, *cedic*, 1987, p. 262.

[▲9] *ibid.*, p. 263.

[▲10] *ibid.*, p. 263.

[▲11] Dans un cercle, un angle au centre mesure le double d'un angle inscrit interceptant le même arc de cercle.

[▲12] *ibid.*, p. 264.

[▲13] *ibid.*, p. 268.

[▲14] *ibid.*, p. 268.

[▲15] J.-V. Poncelet, *Traité des propriétés projectives des figures*, *op. cit.*, p. 89 : « Deux triangles quelconques étant tellement disposés, sur un plan, que leurs sommets respectifs s'appuient, deux à deux, sur trois droites convergeant vers un même point, les côtés opposés aux sommets qui se correspondent iront concourir, dans le même ordre, en trois points situés en ligne droite ; et réciproquement, si ces trois points sont sur une même droite, les droites, qui joignent dans le même ordre, les sommets correspondants des triangles iront converger en un même point. » Poncelet précise en note que le théorème de Desargues figure en annexe à l'ouvrage d'A. Bosse intitulé *Manière universelle de M. Desargues pour pratiquer la perspective par petit pied* (1648). Poncelet estime que ce résultat aurait été redécouvert seulement en 1804 par Servois dans des *Solutions peu connues de différents problèmes de géométrie pratique*.

[▲16] *ibid.*, p. 268.

[▲17] Je remercie C. Mercat qui a réalisé un dossier contenant une série de constructions pour illustrer et expliquer de manière claire et exhaustive les problèmes I et V de Lambert. Ce dossier est consultable ici.

[▲18] *ibid*., p. 268.

[▲19] M. Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*, Bruxelles, Hayez imprimeur, 1837, p. 125.

[▲20] J. le rond D'Alembert, « Géométrie », in *Encyclopédie* ou *dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, Tome VII, p. 633.

[▲21] Michel Chasles, *op. cit*., p. 186.

[▲22] J.-J. Winckelmann, *Histoire de l'art dans l'Antiquité*, (1764), trad. Tassel, Paris, librairie générale de France, 2005.

[▲23] A. Savérien, *Histoire des progrès de l'esprit humain dans les sciences et dans les arts qui en dépendent*, 1776 pour la seconde édition, Paris, Labombe, p. 258.

[▲24] J.-E. Montucla, *Histoire des mathématiques*, Tome premier, Paris, 1758, p. 632.

[▲25] Traduit par J. Peiffer et reproduit dans R. Laurent, *op. cit*., p. 195.

[▲26] *ibid*., pp. 200-201 : « Dans les tableaux historiques, les anciens alignaient les personnages et même s'ils en plaçaient certains au second plan, les raccourcis perspectifs y faisaient défaut ; les personnages à l'arrière étaient placés un peu plus haut (…), sans que pour autant ils apparaissent plus éloignés. Quand les distances étaient plus grandes, ils déplaçaient tout vers le haut avec tout au plus un raccourci estimé à vue d'œil. »

[▲27] *ibid*., p. 195-196.

[▲28] A.-L. Millin (membre de l'Institut), « Perspective », in *Dictionnaire des Beaux-Arts, op. cit*., p. 239.

[▲29] Ainsi, dans son *Histoire des mathématiques*, Montucla cite Alberti, mais il ne le considère pas comme l'un des fondateurs de la perspective en Italie. D'ailleurs, il situe l'invention ou la réinvention de la perspective par les modernes à la fin du XVe siècle et au début du XVIe siècle. Or, le *De Pictura* d'Alberti date de 1435. Le même constat peut être fait lorsque l'on parcourt l'ouvrage de Savérien et l'histoire de la perspective de Lambert.

[▲30] L.-B. Alberti, *De la Peinture* (1435), trad. Schefer, Paris, éd. Macula, 2006.

[▲31] Dans son *Traité d'architecture* composé entre 1460 et 1464, Le Filarète – architecte et sculpteur florentin – associe l'architecte Brunelleschi à l'invention de la perspective.

[▲32] Piero Della Francesca, *De Prospectiva pingendi*, (De la perspective en peinture) (vers 1474).

[▲33] E. Panofsky, *La Perspective comme Forme symbolique*, trad. Ballangé, éd. de Minuit, Paris, 1975, p. 60.

[▲34] Cité par L. Boi in *Le Problème mathématique de l'Espace*, éd. Springer, Heidelberg, 1992, p. 21.

[▲35] *Ibid*., p. 24.

[▲36] C.-F. Gauss, « Nachlass, zur Theorie der Parallellinien », Ideen, note du 27 avril 1813, in *Werke*, Band VIII, Leipzig, B.G. Teubner (1900), p. 166 : « Nous ne sommes pas plus avancés qu'Euclide dans la théorie des parallèles. Il s'agit de la partie honteuse [en français dans le texte] des mathématiques, qui devra prendre tôt ou tard une tout autre forme. »

Crédits images

Affiliation de l'auteur

ATER Paris 7 - Doctorant Institut Camille Jordan, Lyon 1

Pour citer cet article : **Christophe Eckes**, **Perspective, géométrie et esthétique chez Lambert (II)**. *Images des Mathématiques*, CNRS, 2010. En ligne, URL : `http://images.math.cnrs.fr/Perspective-geometrie-et,852.html`