HAL
open science

Remaillage semi-régulier pour les maillages surfaciques triangulaires : un état de l'art

Céline Roudet, Frédéric Payan

To cite this version:

Céline Roudet, Frédéric Payan. Remaillage semi-régulier pour les maillages surfaciques triangulaires : un état de l'art. Revue Electronique Francophone d'Informatique Graphique, 2011, 5 (1), pp.27-40. hal-00588154

HAL Id: hal-00588154

https://hal.science/hal-00588154v1

Submitted on 22 Apr 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Revue Électronique Francophone d'Informatique Graphique, Volume 1, Numéro 1, pp. 1–14, 2007

Remaillage semi-régulier pour les maillages surfaciques triangulaires : un état de l'art

Céline Roudet [1], Frédéric Payan [2]

[1]Université de Bourgogne, Laboratoire LE2I
[2]Université de Nice-Sophia Antipolis, Laboratoire I3S

Résumé
Les maillages surfaciques triangulaires sont désormais couramment utilisés pour modéliser des formes tridimensionnelles. Beaucoup de ces modèles géométriques sont obtenus à partir de techniques de numérisation scanner ou de représentations implicites (isosurfaces). Ainsi la géométrie de ces maillages est souvent très dense (sur-échantillonnage) et leur connectivité arbitraire (irrégularité du voisinage des sommets). Il est alors souvent nécessaire de les remailler afin de réduire leur complexité (simplification), améliorer la qualité des triangles produits, optimiser l'échantillonnage de la géométrie ou encore rendre la connectivité la plus régulière possible. Concernant ces deux dernières propriétés, un grand nombre de méthodes de remaillage semi-régulier ont récemment vu le jour. Elles consistent à produire une structure hiérarchique (à connectivité de subdivision), idéale pour l'analyse multirésolution, mais aussi pour la compression progressive. Dans cet article, nous passons en revue les principales méthodes de remaillage semi-régulier de l'état de l'art, basées sur une paramétrisation du modèle original vers un complexe de base. Après une définition de la notion de paramétrisation, nous présentons une classification de ces méthodes en différentes catégories. Enfin, étant donné que le remaillage semi-régulier est principalement pertinent pour la compression basée ondelettes, nous présentons quelques courbes de compression relatives aux meilleurs algorithmes actuels de la littérature.

Mots clé : Maillages surfaciques triangulaires, remaillage semi-régulier, paramétrisation, ré-échantillonnage, analyse multirésolution, ondelettes, compression.

1. Introduction

Grâce aux avancées des techniques d'infographie, de numérisation et de vision 3D, la représentation tridimensionnelle de données géométriques est aujourd'hui utilisée dans de nombreux domaines : CAO, loisirs numériques, réalité augmentée, médecine, simulations numériques, etc. Dans ce contexte, les maillages surfaciques triangulaires constituent l'un des modèles mathématiques les plus utilisés grâce à leur simplicité et leur efficacité (notamment en termes de rendu). Le modèle original est alors approximé par une surface linéaire par morceaux constituée d'un ensemble de facettes triangulaires planes.

Compte tenu des attentes toujours croissantes de réalisme imposées par les applications manipulant ces maillages, il est indispensable de disposer de techniques efficaces pour stocker, échanger et même visualiser ces objets. L'obtention d'une représentation la plus compacte possible n'est pourtant pas le seul objectif visé. En effet, un des enjeux actuels est de proposer une adaptation du transfert de ces données aux ressources à disposition (type de réseau et nature des terminaux utilisés pour la visualisation), mais aussi aux diverses demandes de l'utilisateur. Pour cela, des techniques basées sur l'analyse multirésolution sont généralement considérées, car la structure multi-échelle produite permet de développer des approches "progressives" (scalabilité des données).

L'analyse multirésolution est en effet une alternative à la simplification séquentielle pour traiter les maillages de manière progressive. C'est un outil performant, utilisé depuis longtemps dans le domaine de l'imagerie ou de la vidéo ; la technique la plus répandue étant la transformée en ondelettes [Mal89]. Les ondelettes sont très utilisées en compression, dans la norme *JPEG2000* [JPE] pour les images par exemple, car elles permettent une analyse spatio-fréquentielle des données qui améliore par la suite la quan-

© REFIG 2011, Revue Électronique Francophone d'Informatique Graphique.
Publiée par l'Association Française d'Informatique Graphique

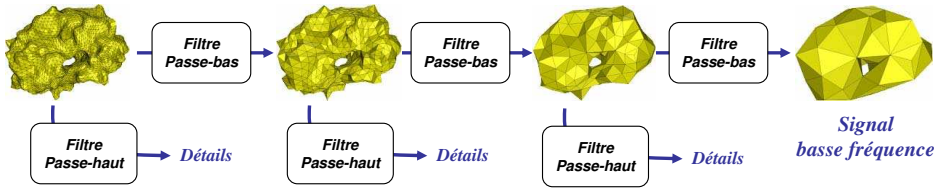


Figure 1: *Principe de l'analyse multirésolution.*

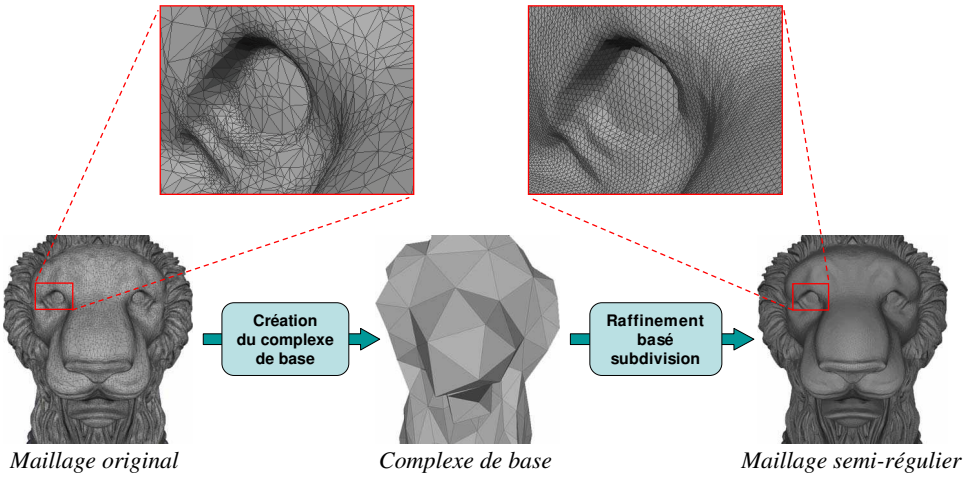


Figure 2: *Principe général du remaillage semi-régulier.*

tification et le codage [VK95]. L'idée principale de l'analyse multirésolution, lorsqu'elle est appliquée aux surfaces, est de décomposer un maillage donné en deux ensembles à l'aide de filtres d'analyse : un maillage *basse fréquence*, plus grossier, obtenu à l'aide d'un filtre passe-bas, et un ensemble de *détails haute fréquence* (ou *coefficients d'ondelettes*) calculés dans un espace transformé à l'aide d'un filtre passe-haut. En appliquant cette technique de manière itérative sur le maillage basse résolution obtenu lors de l'itération précédente, on obtient une représentation multirésolution du maillage original. La figure 1 illustre ce principe.

Cependant, il n'est pas trivial d'appliquer une transformée en ondelettes sur les maillages triangulaires car ces derniers ne sont généralement pas échantillonnés sur une grille régulière (connectivité irrégulière), contrairement aux signaux multimédias classiques tels que les images fixes ou la vidéo. Malgré le développement d'ondelettes irrégulières pour maillages triangulaires [VP04], la solution privilégiée depuis plus d'une décennie pour pallier ce problème fut le développement de méthodes de *remaillage semi-régulier (SR)*, dont l'objectif est de modifier la structure afin de la rendre la plus régulière possible. L'idée de base de ces méthodes, illustrée par la figure 2, est de ré-échantillonner la géométrie de la surface de l'objet tout en assurant une connectivité semi-régulière (ou connectivité de subdivision, dont le principe est présenté à la figure 3). Ainsi les sommets deviennent réguliers en termes de connectivité (hormis un faible nombre dans le complexe de base), c'est-à-dire relié à six sommets voisins, et cela permet d'appliquer des ondelettes plus simplement. De plus, les maillages semi-réguliers ont une structure multi-échelle de par leur construction, comme le montre la figure 4.

Figure 3: *Principe de la connectivité de subdivision quaternaire pour les facettes triangulaires.*

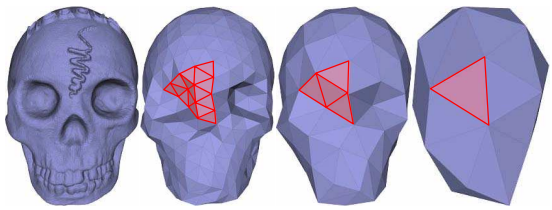


Figure 4: *Exemple de maillage semi-régulier, de sa version la plus résolue (à gauche) à la moins résolue (à droite).*

© REFIG 2011.

Khodakovsky *et al.* [KSS00, KG03] ont fait remarquer qu'une méthode de remaillage SR associée à une technique de compression adaptée permettent de réduire d'un facteur quatre l'erreur de reconstruction pour un même taux de compression, en comparaison des méthodes préservant la connectivité du maillage original. Il n'est donc pas étonnant que les techniques de compression les plus performantes actuellement soient celles utilisant une décomposition en ondelettes sur des maillages SR [KG03, PA05, SKKL04].

C'est en s'appuyant sur ces considérations que de nombreux remailleurs SR ont vu le jour. Cependant, le remaillage SR n'est pas seulement intéressant en compression, mais aussi pour un grand nombre d'applications comme la visualisation adaptative en fonction du point de vue de l'utilisateur (*view-dependent*), spécifiée notamment dans la norme MPEG-4 AFX [GAB04], le plaquage de texture, la visualisation interactive [CPD*96], ou encore l'édition hiérarchique de maillages [ZSS97].

Dans cet article nous nous intéressons aux remailleurs SR basés sur une paramétrisation. Dans un premier temps, nous allons définir le terme "paramétrisation" de façon générale et plus particulièrement pour les maillages surfaciques triangulaires de topologie arbitraire. La suite de l'article présente les principaux algorithmes de remaillage SR de l'état de l'art, basés sur une telle paramétrisation. Une classification de ces méthodes en trois catégories est proposée, de façon à plus facilement comparer les approches similaires. Enfin, le remaillage SR étant utilisé majoritairement en compression, nous finissons par comparer les taux de compression obtenus sur des modèles remaillés par les meilleurs algorithmes de la littérature.

2. Définition du terme "paramétrisation"

On définit par paramétrisation la correspondance entre une surface S et un domaine paramétrique D, ce qui revient à déplier cette surface sur le domaine de paramétrisation. Pour une surface ouverte, ce dépliement s'effectue généralement sur un carré unitaire (illustré par la figure 5) ou un cercle trigonométrique. Cela permet alors de traiter la surface comme si elle était plate et de réaliser facilement, par exemple, un plaquage de textures ou de cartes de normales. Pour des surfaces fermées, le domaine paramétrique peut être une sphère [GGS03] ou tout autre surface plus complexe. Etant données deux surfaces de même topologie, il est généralement possible de définir une correspondance bijective entre elles. Si l'une de ces surfaces est un maillage triangulaire M, on parle alors de paramétrisation de maillage (*mesh parameterization*). Plus précisément, le terme de plongement de maillage (*mesh embedding*) est employé pour définir le plaquage des sommets et des arêtes du maillage M dans le domaine paramétrique D (où deux arêtes ne doivent pas se croiser dans le plan). La paramétrisation de maillage est alors l'opération inverse à ce plongement.

La paramétrisation fut introduite en informatique graphique pour le plaquage de texture sur les surfaces. On s'intéresse dans ce cas à une paramétrisation planaire, consistant à exprimer chaque point de coordonnées (x,y,z) de la surface (approximée par un maillage triangulaire) par un point de coordonnées (u,v) dans le domaine paramétrique. Il s'agit ainsi de trouver une fonction linéaire par morceaux Φ (*i.e.* pour chaque triangle du maillage) telle que :

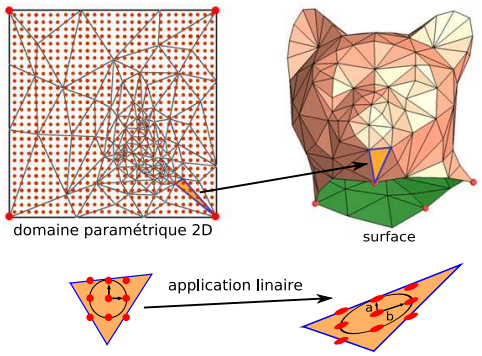


Figure 5: *Illustration d'une fonction de paramétrisation (d'un domaine paramétrique planaire D vers un maillage M plongé dans l'espace tridimensionnel). Les paramètres a et b sont les valeurs singulières traduisant la distorsion induite par cette application.*

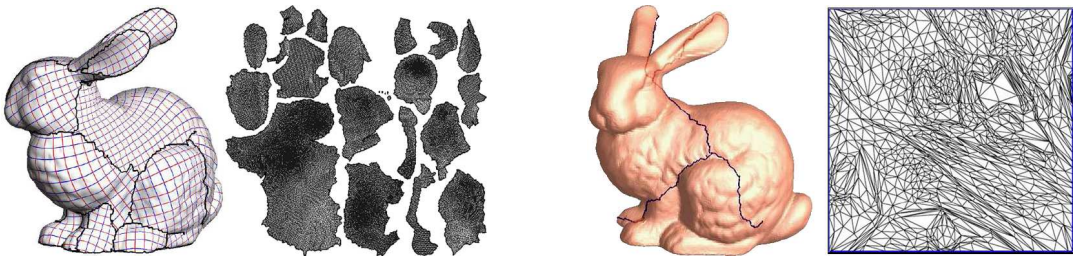
$$\Phi : D \subset \mathbb{R}^2 \to S \subset \mathbb{R}^3$$
$$(u,v) \mapsto (x,y,z)$$
$$\Phi(u,v) = (x(u,v), y(u,v), z(u,v)), \forall (u,v) \in D$$

La difficulté pour construire une telle fonction réside alors dans la minimisation des déformations angulaires et du changement des longueurs et des aires. Plusieurs méthodes standard permettent de minimiser ces distorsions dans le plan, pour des objets topologiquement simples (homéomorphes à un disque ou une sphère). Les paramétrisations conformes (qui préservent les angles) ou quasi-conformes sont les plus étudiées dans la mesure où elles conservent au mieux la géométrie de la surface parametrisée. Mais d'autres métriques sont également utilisées pour minimiser les étirements géométriques. Les lecteurs intéressés peuvent consulter l'article de Floater et Hormann [FH05].

Malheureusement il existe un grand nombre de maillages non homéomorphes à un disque ou une sphère pour lesquels la construction d'une fonction de paramétrisation s'avère beaucoup plus difficile. De nombreux travaux ont donc proposé des techniques de paramétrisation pour les surfaces de topologie arbitraire.

Un premier courant de méthodes [MYV93, SSGH01, LPRM02] propose de diviser le modèle en un ensemble de surfaces homéomorphes à un disque. Elles sont ensuite paramétrisées indépendamment dans un plan 2D par une des méthodes décrites précédemment, pour former ce qu'on appelle communément un atlas (voir figure 6(a)). Leurs résul-

© REFIG 2011.



(a) La surface est divisée en un ensemble de partitions paramétrisées indépendamment dans un plan sous forme d'atlas (extrait de [LPRM02]).

(b) La surface originale est découpée topologiquement, puis dépliée dans un carré unitaire (extrait de [GGH02]).

Figure 6: *Deux exemples de généralisation de paramétrisation planaire aux surfaces de topologie arbitraire.*

tats théoriques sont satisfaisants, mais des discontinuités apparaissent entre les fragments dues à une paramétrisation indépendante de chacun d'entre eux, sans définir une correspondance continue. Ces discontinuités se traduisent par des artéfacts visibles lors du plaquage de texture. Une technique de couture est par la suite proposée par Sander *et al.* [SWG*03] pour palier à ces problèmes de discontinuités. Cette technique, dont les temps de calcul sont relativement longs, réduit de manière significative les artéfacts visuels, mais introduit un effet de flou sur les zones traitées.

L'alternative mise au point par Gu *et al.* [GGH02] en 2002 repose sur un système de découpe topologique de la surface de façon à déplier le maillage sur un carré unitaire (voir figure 6(b)). Afin de minimiser les étirements géométriques lors de la paramétrisation, la découpe passe par les extrema de courbure du maillage, ce qui permet d'estomper les discontinuités produites habituellement par les atlas. On obtient ainsi une frontière "artificielle" du maillage fermé, qui permet, une fois le dépliage effectué, d'obtenir une "image 2D" de la géométrie du maillage. La zone de découpe reste tout de même généralement délicate à dissimuler.

Les méthodes précédemment décrites et les problèmes induits par les frontières ont mis en lumière le fait qu'il est plus pertinent de considérer un domaine paramétrique homéomorphe au modèle initial, en particulier pour des applications telles que remaillage ou morphing.

3. Principe du remaillage SR s'appuyant sur une paramétrisation non planaire

Il est difficile de trouver une définition précise du remaillage, puisque cela varie beaucoup avec l'application cible considérée. Les lecteurs intéressés pourront se référer à l'étude d'Alliez *et al.* [AUGA05] qui donne un large aperçu des méthodes de remaillage de surfaces.
Les principaux remailleurs SR pour maillages surfaciques triangulaires reposent sur la même philosophie. Celle-ci consiste à rendre implicite l'information de connectivité (excepté pour le maillage le plus grossier) et à réduire l'information paramétrique, afin de représenter la surface avec seulement l'information géométrique. Le principe est le suivant : un maillage irrégulier M est simplifié afin d'obtenir un *complexe de base* grossier S_0 sur lequel les sommets originaux sont projetés lors de l'étape de paramétrisation. Chaque triangle de S_0 est ensuite raffiné par *subdivision quaternaire* (*triangle quadrisection*) et chaque nouveau sommet régulier ajouté par ce processus est repositionné sur la surface originale en utilisant la paramétrisation préalablement déterminée. En réitérant cette étape, on obtient une séquence d'approximations $S_0, S_1, \ldots$ de plus en plus détaillées. Le processus est arrêté lorsque l'approximation $S_m = M_{SR}$ est suffisamment résolue pour ne plus pouvoir distinguer la surface modélisée par M_{SR} de celle modélisée par M.

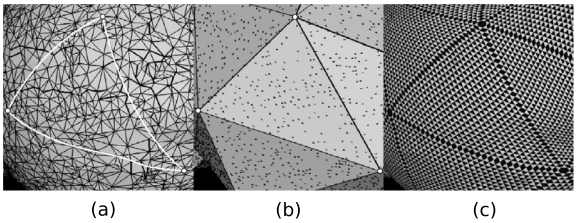


Figure 7: *Principe du remaillage semi-régulier (SR). Chaque sommet contenu dans la région délimitée par les courbes blanches (a) est projeté dans le triangle grossier du complexe de base correspondant (points noirs sur l'image (b)). Le maillage SR (c) est ensuite obtenu par subdivision itérative et mise en correspondance avec la surface à l'aide de la paramétrisation (schéma tiré de [SKKL04]).*

Le remaillage SR (dont un exemple est illustré par la figure 7) permet ainsi d'approximer au mieux la géométrie du modèle original, tout en maintenant une complexité du maillage acceptable. Il subsiste malgré tout une *erreur de remaillage*, négligeable si la paramétrisation construite durant le processus de remaillage n'introduit pas trop de distorsion et si le nouvel échantillonnage est suffisamment fin.

© REFIG 2011.

La paramétrisation fournit une correspondance entre les sommets du modèle original et les triangles du complexe de base sur lequel ils ont été projetés. Deux courants sont considérés pour construire ce complexe, de même topologie que la surface originale : soit par partitionnement de la surface initiale et simplification des patchs, soit par décimation progressive.

3.1. Remaillage SR construit par partitionnement

Afin de développer le concept d'ondelettes de subdivision pour maillages surfaciques de topologie arbitraire, Lounsbery *et al.* [LDW97] ont proposé en 1997 une technique de remaillage SR. La limite principale de cette méthode est que les auteurs n'utilisent pas d'étape de simplification pour obtenir un complexe de base S_0 homéomorphe à la surface à remailler. Partant d'un polyèdre très simple comme complexe de base, cette méthode présente deux inconvénients majeurs. Tout d'abord, de nombreuses itérations sont nécessaires pour obtenir une forme ressemblant à la surface que l'on remaille, sachant que pour les maillages complexes, il est souvent difficile d'y aboutir en partant d'un polyèdre simple. De plus, il faut connaitre la topologie de l'objet à remailler afin d'adapter le complexe de base à chaque surface à traîter.

En parallèle, Eck *et al.* [EDD*95] proposent de construire le complexe de base en faisant une partition grossière de Voronoï de la surface initiale (basée sur les distances géodésiques), puis en exploitant son dual, la triangulation de Delaunay. Le schéma général de cette méthode est rappelé à la figure 8. Cependant, la partition de Voronoï obtenue contient généralement peu de cellules et donc de sites. Ainsi l'obtention d'une triangulation valide, à partir du dual de ce diagramme de Voronoï, construit sur une surface de topologie complexe, n'est pas aussi triviale que pour une partition dans un plan 2D. Les auteurs utilisent donc une approximation linéaire par morceaux des transformations (ou cartes) harmoniques dans les différentes cellules de la partition de Voronoï, pour applanir localement la triangulation et s'assurer l'obtention d'un complexe de base S_0 valide.
Les cartes harmoniques permettent la minimisation d'une énergie élastique associée au maillage, dans le domaine paramétrique. Pour bien comprendre le principe, on peut s'imaginer que le domaine de paramétrisation est composé de triangles élastiques, cousus ensembles le long de leurs arêtes. Après avoir fixé les points de la frontière, la carte harmonique est définie par la configuration produisant l'énergie élastique minimale pour le système. On peut également considérer que chaque arête est un ressort qui concentre l'énergie élastique de ses deux triangles adjacents.
Une approximation des cartes harmoniques est aussi utilisée dans cette méthode pour projeter tous les sommets (du maillage initial M) d'une région définie par la triangulation de Delaunay sur le triangle associé du complexe de base S_0 (voir figure 8). Pour cela, on fixe généralement les coordonnées paramétriques des points de la frontières de cette région, puis on résout un système linéaire pour déterminer les autres points de la région (par exemple, par la méthode des gradients conjugués). Cette mise en correspondance permet d'obtenir une paramétrisation lisse dans chaque triangle du domaine de base ainsi qu'une continuité C^0 au niveau des arêtes, ce qui produit finalement une paramétrisation globale par morceaux.
Après plusieurs étapes de subdivision du complexe de base, on obtient une suite de maillages auxquels sont ajoutés un déplacement des sommets dans $\mathbb{R}^3$ en utilisant la paramétrisation locale construite. Cette méthode automatique garantit des bornes d'erreurs pour les maillages résultants, mais la technique utilisée durant la simplification rend difficile le contrôle de la qualité du domaine de base S_0.

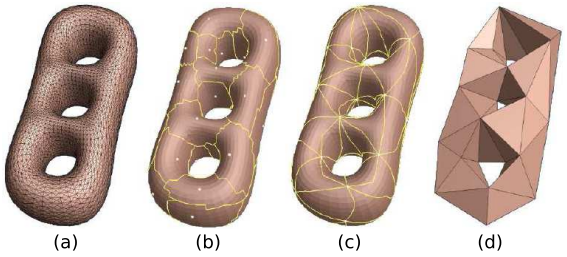


Figure 8: *Création du maillage de base S_0 avec la méthode de Eck et al. [EDD*95]. (a) maillage d'origine, (b) diagramme de Voronoï, (c) triangulation de Delaunay (d) maillage grossier obtenu (schéma tiré de [EDD*95]).*

Pour pouvoir adapter la théorie des ondelettes sur les maillages produits par les méthodes décrites précédemment, il est nécessaire de transformer le problème géométrique en problème d'analyse fonctionnelle. Or, comme l'a fait remarquer Gioia dans [Gio99], cette transformation n'est pas unique et dépend fortement du remaillage utilisé. Ainsi la partition de Voronoï et la paramétrisation utilisées dans [EDD*95] peuvent générer un maillage de base très peu fidèle géométriquement au maillage initial, impliquant que les bases d'ondelettes ne sont pas pas adaptées aux propriétés géométriques du modèle à représenter. Un grand nombre de raffinements est alors nécessaire lors de la reconstruction, ne permettant pas d'obtenir les taux de compression promis par la théorie.
En partant de ces considérations, Gioia [Gio99] a proposé une méthode reposant sur une paramétrisation respectant les caractéristiques géométriques et les propriétés visuelles du maillage. Pour cela, l'algorithme de remaillage s'appuie sur un partitionnement de la surface initiale et construit une paramétrisation préservant les zones à hautes variations, afin d'obtenir un maillage de base plus fidèle à l'objet. Gioia cherche ainsi à minimiser les variations géométriques avec la surface initiale. Cela se traduit par exemple par une conservation des arêtes vives dans le maillage grossier de base, pour lesquelles il faut en théorie un nombre infini de coeffi-

© REFIG 2011.

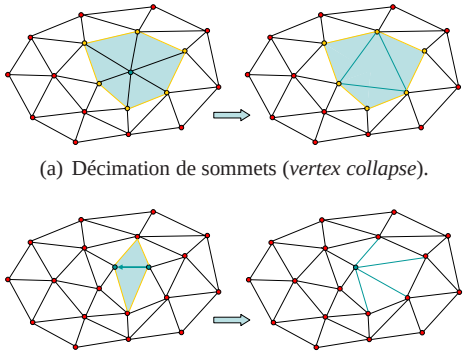
(a) FANDISK original. (b) [EDD*95] (51 coefficients, $e = 10,2\%$). (c) [Gio99] (50 coefficients, $e = 4,7\%$). (d) [EDD*95] (401 coefficients, $e = 2,9\%$). (e) [Gio99] (400 coefficients, $e = 0,7\%$).

Figure 9: *Comparaison des reconstructions obtenues avec les algorithmes [EDD*95] et [Gio99], en fonction du nombre de coefficients d'ondelettes considéré. La valeur "e" donne un ordre de grandeur pour l'erreur de reconstruction (basée sur la distance de Hausdorff [CRS96, ASCE02] normalisée par la dimension de l'objet). Images extraites de [Gio99].*

cients pour procéder à leur raffinement en partant d'une zone lisse.
D'une manière générale, le partitionnement pour cette méthode est construit de telle sorte que les singularités géométriques se retrouvent au niveau des frontières des patchs, afin que ces derniers soient aussi planaires que possible. Ces patchs sont ensuite paramétrisés au moyen de cartes harmoniques. Les résultats en termes de compression dépendent fortement de la forme du maillage à coder. Le gain est évident pour les objets de type CAO (lisses par morceaux). La figure 9 illustre le fait que l'erreur de reconstruction (calculée sur des approximations de l'objet FANDISK) est divisée par plus de deux, en comparaison de celle obtenue par la méthode de Eck *et al.* [EDD*95]. Les résultats présentés sur un objet plus "naturel" sont légèrement moins compétitifs. L'auteur précise néanmoins que les maillages de base créés à partir d'objets de ce type permettent d'obtenir en moyenne deux fois moins de coefficients d'ondelettes (en comparaison avec les méthodes précédentes) et réduisent le nombre de raffinements à effectuer, tout en conservant une bonne approximation du modèle.

Plus récemment, Guskov [Gus07] s'est également servi d'un partitionnement en cellules de Voronoï, pour proposer cette fois-ci un remaillage basé sur une paramétrisation globale. Nous détaillons cet algorithme à la section 3.3.

Enfin, Kammoun *et al.* ont proposé en 2010 un remaillage SR qui utilise une partition de Voronoï pour l'obtention du complexe de base, mais aussi lors de l'étape de raffinement [KPA10]. Le principe général est le suivant. Le complexe de base est obtenu par l'intermédiaire d'une partition grossière de Voronoï du maillage original de manière semblable à la méthode [EDD*95]. Ensuite, à chaque itération durant l'étape de raffinement, les auteurs considèrent les nouveaux sommets (ajoutés lors de la subdivision quaternaire) comme des nouvelles graines de la partition, qu'il faut donc mettre à jour pour obtenir de nouveau un diagramme de Voronoï. Pour cela les auteurs utilisent un algorithme de relaxation de Lloyd, qui va recalculer la position de toutes les graines afin d'obtenir la meilleure partition au sens de Voronoï centroïdal. Le maillage semi-régulier est finalement construit en utilisant le dual de la partition obtenue après plusieurs itérations, et tend donc vers une triangulation de Delaunay.



(a) Décimation de sommets (*vertex collapse*).

(b) Décimation de demi-arêtes (*half-edge collapse*).

Figure 10: *Deux techniques de décimation de maillages utilisées par plusieurs remailleurs semi-réguliers.*

3.2. Remaillage SR basé sur une paramétrisation locale et une simplification séquentielle

Le deuxième courant de remailleurs SR propose de créer le complexe de base grossier par simplification itérative du maillage original. A chaque itération, une ou plusieurs primitives (sommets ou arêtes) sont décimées tout en modifiant localement le maillage pour préserver la forme et la topologie de la surface initiale. Chaque méthode utilise un critère spécifique pour déterminer les sommets à supprimer ou les arêtes à contracter en priorité. Ce procédé permet de contrôler plus facilement la génération du maillage de base qu'avec les méthodes décrites précédemment. Les arêtes vives et l'estimation de la courbure locale peuvent être en effet directement prises en considération durant la simplification.

L'algorithme pionnier de ce courant, *MAPS* [LSS*98], utilise par exemple la décimation de sommets (voir figure

© REFIG 2011.

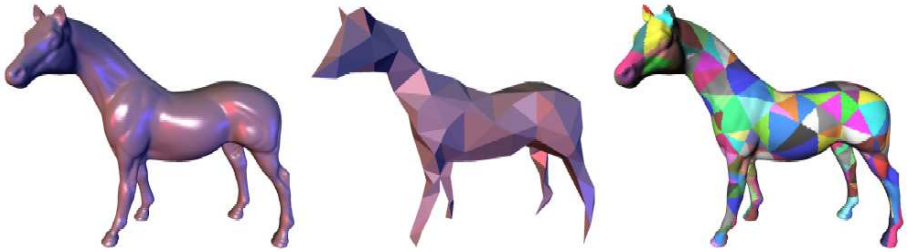


Figure 11: *Aperçu de l'algorithme MAPS sur* HORSE. *A gauche : modèle original. Milieu : domaine de paramétrisation obtenu par simplification de maillage. A droite : régions du maillage original associées aux triangles du complexe de base. Images tirées de [LSS*98].*

10(a)). Il supprime en priorité à chaque itération du processus, l'ensemble maximal de sommets indépendants présentant les plus faibles courbures et dont les 1-voisinages possèdent les plus petites surfaces. La suppression d'un sommet implique qu'il faut trianguler le "trou" relatif à son 1-voisinage. Pour cela, les auteurs proposent d'aplanir cette zone à l'aide d'une carte conforme centrée sur le sommet concerné, de supprimer le sommet dans l'espace 2D, et d'appliquer une triangulation 2D de Delaunay de cette région. La paramétrisation par rapport au futur maillage de base se construit durant ce processus, et consiste à exprimer chaque sommet supprimé à l'aide de ses coordonnées barycentriques calculées par rapport à la nouvelle triangulation dans l'espace 2D. La notion d'application barycentrique se prête mieux à ce type de mise en correspondance qu'à l'approximation des cartes harmoniques utilisée dans les méthodes précédemment présentées, dont la fonction de paramétrisation n'est pas toujours bijective, à cause du calcul d'approximation.
A chaque retriangulation locale, les coordonnées des sommets supprimés précédemment doivent aussi être mises à jour de manière similaire. A la fin du processus de simplification, chaque sommet du maillage original supprimé est donc projeté sur un triangle du complexe de base (voir figure 11), et exprimé en fonction de coordonnées barycentriques. La paramétrisation vers la surface originale est donc obtenue par bijection inverse de ce processus. Lors de l'étape de raffinement, chaque nouveau sommet ajouté par subdivision quaternaire sur le maillage grossier peut donc être finalement placé sur la surface originale, grâce à cette bijection inverse. Cette technique produit globalement de meilleurs résultats que les méthodes précédentes sur les objets moins lisses et plus complexes, car le complexe de base est plus fidèle géométriquement à l'original qu'avec les méthodes précédentes. Mais le choix de la technique utilisée pour la simplification (critère et contrainte de suppression d'un nombre maximal de sommets indépendants à chaque itération) entraîne que de nombreux objets ne seront pas remaillés de manière satisfaisante sans supervision de l'utilisateur, pour indiquer les arêtes ou les sommets à conserver absolument lors de la simplification (voir figure 12).

Plus récemment, Ahn *et al.* ont proposé une implémentation *out-of-core* de *MAPS* [AGL06], pour pouvoir remailler les maillages massifs qui ne peuvent être chargés entièrement en mémoire. La technique consiste à charger le maillage en dehors de la mémoire principale grâce à un principe de synchronisation de buffers durant l'étape de simplification. Deux buffers sont ainsi utilisés pour stocker en mémoire d'un côté la partie du maillage traitée qui doit être simplifiée, et de l'autre son information de paramétrisation.

L'algorithme *INM* (pour "Interpolating Normal Meshes") développé par Guskov *et al.* [GVSS00] propose de créer le complexe de base par contractions successives de demi-arêtes (voir figure 10(b)). La paramétrisation globale des patchs disjoints utilise cette fois la méthode de Floater [Flo97] au lieu des coordonnées barycentriques. Mais l'originalité de cette méthode réside dans la technique de raffinement. Les auteurs proposent de subdiviser les triangles du complexe de base à l'aide du filtre de Butterfly [ZSS96]. Une fois positionnés à l'aide de cette technique, les nouveaux sommets sont ensuite déplacés le long de la normale à la surface jusqu'à ce qu'ils "percent" la surface originale. Cette étape est répétée plusieurs fois jusqu'à obtenir le maillage SR final.

Figure 12: SCREWDRIVER *remaillé avec MAPS sans supervision de l'utilisateur. A gauche : l'original. Au milieu : MAPS non supervisé. A droite : MAPS avec une technique automatique de préservation d'arêtes lors de la simplification [KPA09].*

© REFIG 2011.

L'intérêt majeur de cette méthode se justifie lors de la compression de ces maillages "normaux". Si on utilise le schéma de Butterfly non lifté comme transformée en ondelettes lors de l'analyse, les coefficients d'ondelettes produits sont assurés d'être toujours dans la direction de la normale à la surface. Par conséquent les coordonnées x et y (appelées composantes tangentielles) des coefficients 3D seront nulles, et toute l'information sera concentrée dans les coordonnées z (appelées composantes normales). Ainsi au lieu d'avoir à coder un coefficient 3D (cas des autres maillages SR) pour chaque sommet, on doit coder seulement un scalaire.
La particularité de ces maillages "normaux" permet d'atteindre des taux de compression bien plus élevées qu'avec la majorité des autres remailleurs. Cependant, la contrainte de positionner les nouveaux sommets le long de la normale est forte : certains sommets, qualifiés de sommets non "normaux" ($<$ 10% en moyenne), ne peuvent être représentés par un simple "déplacement normal". Dans ce cas les coefficients restent classiquement des vecteurs 3D. Malgré cela, les taux de compression obtenus restent très performants sur de nombreux maillages. Initialement, cet algorithme ne traite que les surfaces fermées, mais une extension a été proposée par la suite pour gérer les bords [LKK03]. Enfin, en 2004, Friedel *et al.* [FSK04] proposent un nouvel algorithme pour produire des maillages "normaux". Etant basée sur une paramétrisation globale, nous détaillons cette méthode dans la section 3.3, dédiée à ce type de paramétrisation.

Les algorithmes de remaillage SR décrits jusqu'à présent sont tous basés sur une paramétrisation continue par morceaux (*i.e.* correspondance entre chaque triangle du domaine paramétrique et son "patch" associé sur la surface originale). Des distorsions sont alors présentes au niveau des bords de ces régions. Pour atténuer ces phénomènes, une étape de lissage basée sur la subdivision de Loop est par exemple appliquée sur la paramétrisation *MAPS* durant le raffinement. Cette technique améliore significativement la répartition des sommets du maillage SR sur la surface, mais cela reste néanmoins sous-optimal.
C'est pour répondre à ces problèmes de distorsion paramétrique qu'une nouvelle classe de paramétrisation est apparue, qualifiée de *globale* ou *globalement lisse*, pour exprimer son caractère différentiable en tout point du maillage. La paramétrisation ne s'effectue alors plus indépendamment sur chaque triangle grossier, mais tient également compte des frontières entre ces patchs, grâce à des fonctions de transition. Les taux de compression de ces maillages, ainsi que leur qualité dépendent fortement du caractère globalement lisse de la paramétrisation sous-jacente.

3.3. Remaillage SR basé sur une paramétrisation globale

La première méthode conçue dans ce contexte [KLS03], appelée *GSP* par la suite, suit la même procédure de simplification que *MAPS*. La paramétrisation qui en résulte est ensuite optimisée grâce à une procédure de relaxation appliquée sur l'ensemble des patchs, mais également entre ces patchs (à l'aide de fonctions de transition). Ceci permet alors de mieux contrôler la continuité globale de la paramétrisation, ainsi que sa distorsion locale, de façon à se rapprocher le plus possible d'une isométrie (respect des angles, des longueurs et des aires des triangles du maillage). Ainsi, la forme des triangles du complexe de base S_0 peut être mieux adaptée à celle de leurs patchs associés dans le maillage original. Cet article introduit la notion de paramétrisation globalement lisse pour décrire une paramétrisation dont les courbes isoparamétriques traversent les frontières de patchs de façon "lisse" (*i.e.* les vecteurs tangents aux courbes isoparamétriques d'un patch coïncident avec ceux des patchs voisins).
Une comparaison visuelle de cette méthode de paramétrisation avec les précédentes (en considérant leur aspect globalement lisse) est illustrée sur la figure 13. Les deux premières paramétrisations présentent beaucoup plus de discontinuités au niveau des frontières de patchs que la paramétrisation globale *GSP*. Les seules discontinuités restantes se situent au niveau des sommets irréguliers du complexe de base, où les fonctions de transition ne sont pas définies et où il est généralement difficile d'obtenir un champ de vecteurs tangents lisse. L'utilisation de la paramétrisation *GSP* à la place de *MAPS* lors du remaillage permet un gain significatif de l'ordre de +3 à +5 dB en moyenne, lorsque les objets sont compressés avec la technique de l'état de l'art *PGC* [KSS00].

La seconde méthode de remaillage basée sur une paramétrisation globalement lisse (appelée par la suite *VNM* pour "Variational Normal Meshes") a été proposée par Friedel *et al.* [FSK04] en 2004, pour améliorer cette fois-ci les maillages dits "normaux". La motivation des auteurs est basée sur le fait que la méthode initiale développée par Guskov *et al.* [GVSS00] contraint un maximum de détails ajoutés entre deux résolutions à être scalaires (détails "normaux"). Ceci limite inéluctablement l'efficacité du remailleur d'un point de vue erreur de reconstruction. Il semble donc pertinent d'autoriser l'obtention de plus de détails non "normaux" si cela permet d'obtenir des maillages SR plus fidèles aux modèles originaux d'un point de vue géométrique. Ces travaux proposent ainsi d'optimiser le compromis entre nombre maximal de détails "normaux" (hautes performances en terme de compression) et erreur minimale de remaillage tout au long du processus (amélioration de la qualité des surfaces remaillées).
Pour optimiser ce compromis, les auteurs de [FSK04] utilisent une approche variationnelle, appelée par la suite *VNM : Variational Normal Meshes*. Ils partent d'une paramétrisation globalement lisse qui est ensuite mise à jour durant le processus de raffinement, ce qui contraste avec les méthodes précédentes qui calculent la paramétrisation "au fil de l'eau" durant la simplification. La mise à jour de cette paramétrisation, qui se fait par minimisation d'une fonctionnelle, permet d'obtenir à chaque nouvelle résolu-

© REFIG 2011.

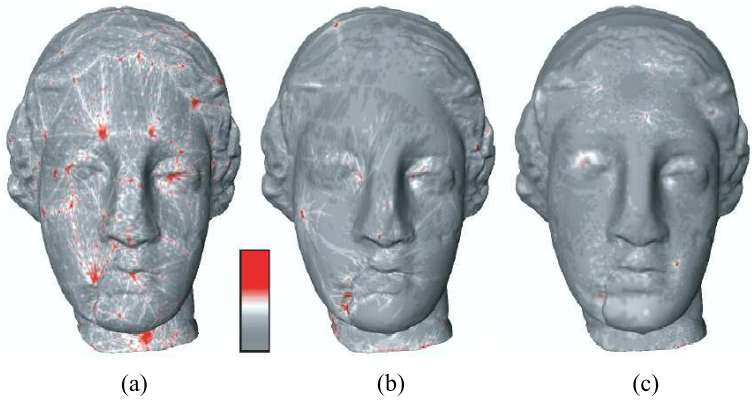


Figure 13: *Comparaison des paramétrisations obtenues avec (a) MAPS [LSS*98], (b) Normal Mesh [GVSS00] et (c) GSP [KLS03]. La couleur indique les variations des vecteurs tangents aux courbes isoparamétriques (en gris les variations faibles, en rouge les variations fortes). Images tirées de [KLS03].*

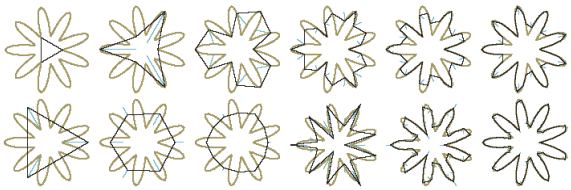


Figure 14: *Approximation produites par des courbes "normales" interpolantes [GVSS00] (en haut) ou approximantes [FSK04] (en bas). Les détails "normaux" liés à la méthode interpolante sont plus importants. Images tirées de [FSK04].*

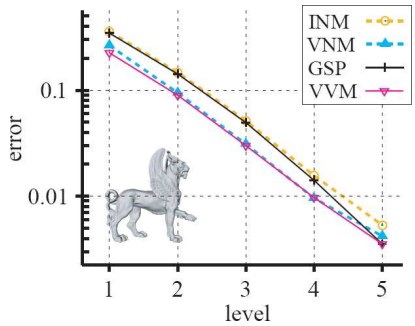


Figure 15: *Evolution de l'erreur de remaillage (définie par l'équation (2)) pour les méthodes* VNM, INM, GSP *et* VVM. *Cette dernière est une variante de* VNM *sans aucune contrainte sur la direction des détails. Ces courbes confirment non seulement que l'utilisation d'un schéma approximant est plus efficace qu'un schéma interpolant, mais aussi que la contrainte d'obtenir un maximum de détails "normaux" n'est pas trop pénalisante en termes d'erreur de remaillage. Images tirées de [FSK04].*

tion le maillage SR qui *approxime* le mieux la surface originale (au sens des moindres carrés) avec un maximum de détails "normaux". Ainsi, la méthode *VNM* implique l'obtention de maillages "normaux" approximants, et non pas interpolants comme la méthode initiale [GVSS00] (appelée d'ailleurs *INM* pour *Interpolating Normal Mesh* par les auteurs de *VNM*).
L'intérêt de ne plus contraindre l'ensemble des sommets à être répartis sur la surface originale (voir figure 14) permet non seulement de réduire significativement l'erreur de remaillage par rapport aux méthodes interpolantes *INM* et *GSP* (voir figure 15), mais également : i) d'éviter l'apparition d'artéfacts dus au phénomène d'aliasing propre aux schémas interpolants, ii) de mieux préserver le volume des surfaces fermées.

Plus récemment, Guskov [Gus07] a lui aussi proposé un remailleur basé sur une paramétrisation globale, notée par la suite *TriReme*. Cette méthode se distingue de *VNM* et de *GSP* par le fait que les valeurs paramétriques de tous les sommets du maillage original sont déterminées à l'aide du même critère. De plus, dans les deux méthodes précédemment citées, une intervention de l'utilisateur est nécessaire pour contraindre certains sommets du complexe de base à ne pas trop s'éloigner des arêtes vives ou des coins, de façon à produire une paramétrisation lisse avec peu de distorsion au niveau de ces sommets. *TriReme* ne nécessite pas cette intervention de l'utilisateur, tous les sommets ont donc la même "importance". L'auteur considère donc que sa paramétrisation est réellement globale, contrairement aux méthodes précédentes. Le principe de cette méthode est de partir d'une paramétrisation initiale qui met en correspondance un ensemble de "régions" de la surface originale (issu d'une partition de Voronoï) avec les triangles du complexe de base (obtenu à partir du dual de cette même partition).
Cette paramétrisation est par la suite optimisée par minimi-

© REFIG 2011.

sation d'une fonctionnelle globale, basée sur une structure différentielle que l'auteur construit à partir du complexe de base et qui se justifie par une implémentation plus simple qu'avec les techniques habituelles. L'optimisation modifie les frontières entre les régions mais aussi la mise en correspondance entre les sommets du maillage original et les triangles du complexe de base, afin de réduire la distortion liée à la paramétrisation.
Cette méthode permet finalement d'obtenir des maillages SR très propres, généralement isotropes, ce qui est très intéressant pour la compression. De plus l'algorithme est simple à implémenter et ne nécessite aucune intervention de l'utilisateur (hormis pour le contrôle de la complexité du complexe de base). Cependant, une telle paramétrisation tend à limiter la qualité d'approximation du remaillage.
L'auteur propose donc une extension permettant de contrôler l'anisotropie du maillage de sortie, en prenant en compte les courbures de la surface durant les étapes de partitionnement et de paramétrisation. Pour cela, il propose d'appliquer le partitionnement non pas sur le maillage original, mais plutôt sur une version "exagérée" de celui-ci. Cette dernière conserve la connectivité initiale, seule la position des sommets est modifiée de façon à amplifier les parties à fortes courbures de l'objet. Ainsi ces régions sont échantillonnées plus finement lors du remaillage, ce qui permet au final de préserver les zones à forte courbure toujours sans intervention de l'utilisateur.
Cette extension réduit significativement l'erreur d'approximation à chaque niveau de résolution, sans pour autant perdre trop en efficacité de compression. De plus elle n'entraîne pas un surcoût très important, puisque les étapes de partitionnement et de paramétrisation (les plus consommatrices en temps de calcul) sont réalisées de la même manière sur le maillage original ou la version "exagérée". Le seul surcoût provient de la construction de cette dernière version et d'une correspondance à établir entre celle-ci et le maillage original à partir duquel est effectuée la phase de rééchantillonnage.

4. Comparaison des méthodes en termes de compression

Nous présentons dans cette section une brève étude des performances en termes de compression de plusieurs remailleurs SR décrits dans ce papier. La compression est en effet une des applications qui tirent un maximum de profit des remailleurs SR [KSS00, SKKL02, KG03, LCB03, SKKL04, PA05, PMA09, SDM*10]. La structure semi-régulière des maillages obtenus permet non seulement de réduire très fortement l'information de connectivité (seule la liste des triangles du complexe de base est nécessaire pour connaitre toute la connectivité du maillage), mais aussi de leur appliquer des outils d'analyse multirésolution tels que les ondelettes [LDW97, KSS00].

La figure 16 présente les principales étapes d'un codeur basé ondelettes pour maillages SR. Le principe est le suivant : i) la surface originale est remaillée semi-regulièrement ; ii) la transformée en ondelettes est appliquée pour décomposer le maillage SR en un maillage grossier (sous-bande "basse fréquence"), et plusieurs sous-bandes de coefficients d'ondelettes tridimensionnels, *i.e.*, les détails hautes fréquences qui ont été successivement éliminés lors de l'analyse (voir figure 1) ; iii) les sous-bandes sont ensuite quantifiées, puis mises sous format binaire à l'aide d'un codeur de type entropique (Huffman, arithmétique, ...) ; iv) la connectivité du maillage grossier, identique à celle du complexe de base et nécessaire pour reconstruire le maillage semi-régulier décompressé, est généralement codée en parallèle, puis stockée avec la géométrie. Notons que le codage des sous-bandes est généralement réalisé sous la contrainte d'un paramètre imposé soit par l'utilisateur soit automatiquement, pour tenir compte des spécificités dues au stockage, à la transmission ou l'affichage des maillages. Ce paramètre peut être une taille de fichier [KSS00], un débit [PA05, PA06], une qualité de reconstruction, etc.

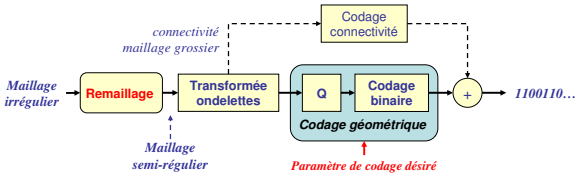


Figure 16: *Schéma général d'un codeur basé ondelettes pour maillages semi-réguliers. Q représente l'étape de quantification.*

Un tel schéma de compression entraîne inévitablement une *distorsion* sur les maillages produits. Tout d'abord, au niveau du remailleur qui introduit une erreur d'approximation, et ensuite au niveau du codage géométrique qui peut introduire une perte d'informations. Dans l'état de l'art, cette distorsion est souvent interprétée comme la distance géométrique entre les surfaces modélisées par le maillage original M et le SR compressé $\hat{M}_{SR}$. Pour estimer cette distance *surface-surface*, on utilise généralement l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) pour maillages surfaciques, inspirée de la distance de Hausdorff [CRS96, ASCE02]. Cette EQM est une moyenne des distances *point-surface* entre deux surfaces X et Y donnée par la formule suivante

$$d(X,Y) = \left(\frac{1}{area(X)} \int_{x \in X} d(x,Y)^2 dx\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (1)$$

où $d(x,Y)$ représente la distance entre un point x et la surface Y. Cette distance n'étant pas symétrique ($d(X,Y) \neq d(Y,X)$), l'EQM pour maillages surfaciques est définie comme étant le maximum des distances $d(X,Y)$ et $d(Y,X)$. Dans notre contexte, l'EQM sera donc formulée de la manière suivante :

$$EQM = max(d(M,\hat{M}_{SR}), d(\hat{M}_{SR},M)). \qquad (2)$$

© REFIG 2011.

Afin de pouvoir comparer les performances de compression sur des objets de tailles différentes, on utilise aussi le *PSNR* (*Peak Signal to Noise Ratio*) mesuré en décibels (*dB*). Ceci calcule le ratio entre la dynamique du signal et l'erreur de compression : plus l'erreur de compression est faible, plus le PSNR est élevé. Pour les maillages surfaciques, le PSNR est donné par la formule :

$$PSNR = 20.\log_{10}\frac{BBdiag}{EQM}, \tag{3}$$

où *BBdiag* désigne la diagonale de la boîte englobante du modèle original M.

Pour comparer les performances des différents remailleurs SR en termes de compression, nous nous basons sur les courbes issues de l'article de Guskov [Gus07] (voir figure 17), qui présente la méthode la plus récente que nous avons décrite. Ces courbes comparent les performances de compression de maillages issus des remailleurs *TriReme* en version anisotropique [Gus07] et *GSP* [KLS03] qui utilisent une paramétrisation globale, ainsi que des remailleurs *INM* [GVSS00] et *MAPS* [LSS*98] qui utilisent une paramétrisation locale, lisses par triangle du complexe grossier. Pour l'obtention de ces courbes, le codeur basé ondelettes *PGC* [KSS00] a été utilisé. L'axe horizontal correspond à la taille (en kilobits) du fichier décompressé progressivement. L'axe vertical indique le PSNR calculé avec l'outil METRO [CRS96] entre le maillage original M et le semi-régulier compressé $\hat{M}_{SR}$.
On observe sur ces quatre courbes que les deux méthodes basées sur une paramétrisation globale donnent des résultats similaires, et bien meilleurs que *MAPS* avec sa paramétrisation locale, ce qui était prévisible. Par contre, la différence entre les méthodes à paramétrisation globale et la méthode *INM* est moins marquée. En effet, la méthode *INM* bien qu'utilisant une paramétrisation locale, compense ce désavantage avec le fait que les maillages qu'elle produit sont "normaux". Les coefficients d'ondelettes étant pour la plupart décrits à l'aide de simples scalaires (contrairement aux autres méthodes qui produisent des vecteurs 3D), les maillages "normaux" permettent de (quasiment) diviser par trois la taille des données compressées. Grace à cela, *INM* est généralement la méthode la plus efficace à bas et moyen débits. Mais elle perd son avantage à plus haut débit car elle est pénalisée par une erreur de remaillage généralement plus grande que les méthodes à paramétrisation globale, ce qui limite asymptotiquement son PSNR à une valeur plus faible.

5. Conclusion et discussion

Nous avons présenté les principales méthodes de l'état de l'art permettant de remailler semi-régulièrement des surfaces à topologie arbitraire, modélisées par des maillages triangulaires. L'un des atouts de ce type de remaillage est de produire des maillages multirésolutions basés sur une connectivité de subdivision. Cette structure facilite un grand nombre de traitements, notamment la compression basée ondelettes (qui produit les meilleurs taux de compression actuellement), ou encore la transmission progressive de modèles 3D. L'étude proposée permet de se rendre compte que l'efficacité en termes de taux de compression est fortement corrélée à la qualité de la paramétrisation calculée lors du remaillage, puisque celle-ci conditionne la qualité d'approximation du maillage semi-régulier par rapport au modèle original. L'obtention d'un maximum de détails dits "normaux" durant l'analyse multirésolution est aussi primordiale, puisque l'on remarque que la spécificité de ces détails réduit fortement le débit des maillages compressés, même sans paramétrisation optimale.

Bien que les méthodes récentes soient performantes, des améliorations sont envisageables, par exemple pour traiter les maillages possédant des triangles non uniformes ou dégénérés (qui nécessitent actuellement des pré-traitements afin d'améliorer la qualité de la triangulation originale), ou encore pour traiter les modèles massifs que l'on ne peut charger entièrement en mémoire (une seul implémentation *out-of-core* à notre connaissance). Il nous semble aussi intéressant de pouvoir intégrer à terme l'étape de remaillage dans la chaîne de compression. Malheureusement, ceci implique d'atteindre des temps de calcul rapides, "quasi temps réel", ce qui est loin d'être le cas des remailleurs actuels. Dans le futur, une plus forte préoccupation de la complexité des algorithmes de remaillage pourrait donc être judicieuse.

En parallèle, il nous semble pertinent de s'intéresser aussi à la construction d'un complexe de base "optimal". Jusqu'à présent la plupart des travaux se focalise sur l'étape de paramétrisation, sans se soucier véritablement de la pertinence du maillage de base. Sa construction est pourtant primordiale, puisqu'elle influe directement sur la qualité de la paramétrisation, et à terme du remaillage. De plus, le nombre de triangles du complexe de base joue un rôle déterminant d'un point de vue compression, puisqu'un nombre minimal de facettes éliminerait quasiment toute l'information de connectivité. *A contrario*, un trop petit nombre de triangles grossiers sur certains modèles complexes impliquerait un grand nombre d'itérations lors du raffinement pour obtenir un maillage semi-régulier fidèle au modèle original (et donc trop d'informations géométriques à conserver). Optimiser ce compromis est finalement un problème ouvert, auquel il nous semble judicieux de s'intéresser dans les années à venir.

Par ailleurs, on peut penser que la structure semi-régulière pourrait aussi être pertinente pour les animations 3D (souvent définies par des séquences de maillages), et ce pour les mêmes raisons que pour les maillages statiques : meilleurs taux de compression, transmission progressive, affichage adaptatif, etc. Pourtant, à notre connaissance deux travaux seulement existent sur le remaillage semi-régulier d'animations 3D [YKL06, PKA08]. Une des raisons, à notre avis, est que pour la plupart des animations 3D, les maillages ac-

© REFIG 2011.

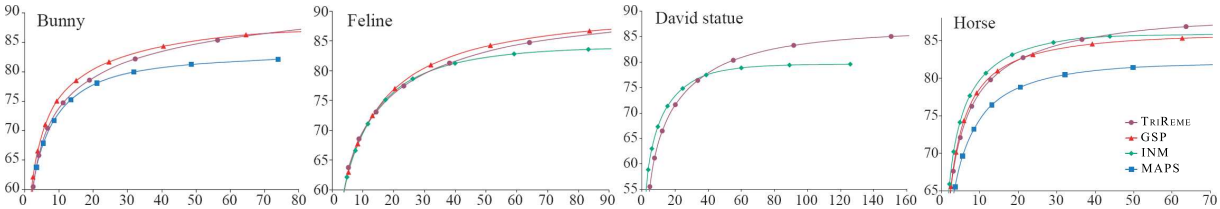


Figure 17: *Comparaison des performances de compression. Images tirées de [Gus07].*

tuels ne sont pas très résolus ni détaillés, ce qui implique un nombre de sommets relativement faible (quelques milliers seulement pour la plupart). Or le remaillage semi-régulier n'a d'intérêt que pour les maillages fortement échantillonnés et finement détaillés. On peut donc penser que l'apparition future d'animations 3D plus denses devrait motiver le développement de nouvelles méthodes de remaillage semi-réguliers pour ces données.

Enfin, dans la lignée de ces remailleurs semi-réguliers, on peut évoquer le développement très récent d'un remailleur produisant des maillages semi-réguliers quadrangulaires à partir de surfaces triangulées [DSC09]. Les facettes quadrangulaires étant mieux adaptées que les facettes triangulaires pour approximer certaines surfaces (ou partie de surfaces), il semble pertinent de vouloir créer des maillages semi-réguliers quadrangulaires, afin de profiter aussi des avantages déjà évoqués de la structure hiérarchique des maillages semi-réguliers. On peut donc aussi penser que des travaux se focaliseront durant les prochaines années sur le développement de remailleurs produisant des maillages semi-réguliers quadrangulaires, voire hybrides [RLL*06], *i.e*, combinant différents types de facettes (triangulaires, quadrangulaires...).

6. Remerciements

Nous tenons à remercier les relecteurs de REFIG ainsi que Basile Sauvage pour la pertinence de leurs commentaires, qui nous ont permis d'améliorer la qualité de cet article.

Références

[AGL06] AHN M., GUSKOV I., LEE S. : Out-of-core remeshing of large polygonal meshes. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. Vol. 12*, Num. 5 (2006), 1221–1228.

[ASCE02] ASPERT N., SANTA-CRUZ D., EBRAHIMI T. : MESH : Measuring errors between surfaces using the hausdorff distance. In *IEEE International Conference on Multimedia and Expo* (2002), vol. I, pp. 705 – 708.

[AUGA05] ALLIEZ P., UCELLI G., GOTSMAN C., ATTENE M. : Recent advances in remeshing of surfaces. *State-of-the-art report of the AIM@SHAPE EU network* (2005).

[CPD*96] CERTAIN A., POPOVIC J., DEROSE T., DUCHAMP T., SALESIN D., STUETZLE W. : Interactive multiresolution surface viewing. In *ACM SIGGRAPH'96* (1996), pp. 91–98.

[CRS96] CIGNONI P., ROCCHINI C., SCOPIGNO R. : *Metro : measuring error on simplified surfaces*. Tech. rep., 1996.

[DSC09] DANIELS II J., SILVA C. T., COHEN E. : Semi-regular quadrilateral-only remeshing from simplified base domains. *Computer Graphics Forum. Vol. 28*, Num. 5 (2009), 1427–1435.

[EDD*95] ECK M., DEROSE T., DUCHAMP T., HOPPE H., LOUNSBERY M., STUETZLE W. : Multiresolution analysis of arbitrary meshes. In *ACM SIGGRAPH'95* (1995), pp. 173–182.

[FH05] FLOATER M. S., HORMANN K. : Surface parameterization : a tutorial and survey. In *Advances in Multiresolution for Geometric Modelling* (2005), Springer, pp. 157–186.

[Flo97] FLOATER M. S. : Parametrization and smooth approximation of surface triangulations. *Computer Aided Geometric Design. Vol. 14*, Num. 4 (1997), 231–250.

[FSK04] FRIEDEL I., SCHRÖDER P., KHODAKOVSKY A. : Variational normal meshes. *ACM Transactions on Graphics. Vol. 23*, Num. 4 (2004), 1061–1073.

[GAB04] GIOIA P., AUBAULT O., BOUVILLE C. : Real-time reconstruction of wavelet-encoded meshes for view-dependent transmission and visualization. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology. Vol. 14*, Num. 7 (2004), 1009–1020.

[GGH02] GU X., GORTLER S. J., HOPPE H. : Geometry images. In *ACM SIGGRAPH'02* (2002), vol. 21, pp. 355–361.

[GGS03] GOTSMAN C., GU X., SHEFFER A. : Fundamentals of spherical parameterization for 3D meshes. *ACM Transactions on Graphics. Vol. 22*, Num. 3 (2003), 358–363.

[Gio99] GIOIA P. : Reducing the number of wavelet coefficients by geometric partitioning. *Computational Geometry : Theory and Applications. Vol. 14*, Num. 1-3 (1999), 25–48.

© REFIG 2011.

[Gus07] GUSKOV I. : Manifold-based approach to semi-regular remeshing. *Graphical Models. Vol. 69*, Num. 1 (2007), 1–18.

[GVSS00] GUSKOV I., VIDIMCE K., SWELDENS W., SCHRÖDER P. : Normal meshes. In *ACM SIGGRAPH'00* (2000), pp. 95–102.

[JPE] Jpeg2000 part 1 final draft international standard. ISO/IEC/ JTC1/SC29 WG1. http ://www.jpeg.org.

[KG03] KHODAKOVSKY A., GUSKOV I. : Compression of normal meshes. *Geometric Modeling for Scientific Visualization* (2003), 189–206.

[KLS03] KHODAKOVSKY A., LITKE N., SCHRÖDER P. : Globally smooth parameterizations with low distortion. In *ACM SIGGRAPH'03* (2003), pp. 350–357.

[KPA09] KAMMOUN A., PAYAN F., ANTONINI M. : *A Feature-Preserving Remeshing Scheme For Surface Meshes*. Tech. rep., Laboratoire I3S, CNRS-Université de Nice-Sophia Antipolis, 2009.

[KPA10] KAMMOUN A., PAYAN F., ANTONINI M. : Adaptive semi-regular remeshing : A voronoi-based approach. In *Proc. of IEEE international workshop on MultiMedia Signal Processing* (Saint-Malo, France, september 2010).

[KSS00] KHODAKOVSKY A., SCHRÖDER P., SWELDENS W. : Progressive geometry compression. In *ACM SIGGRAPH'00* (2000), pp. 271–278.

[LCB03] LAVU S., CHOI H., BARANIUK R. : Geometry compression of normal meshes using rate-distortion algorithms. In *SGP '03 : Proceedings of the 2003 Eurographics/ACM SIGGRAPH symposium on Geometry processing* (2003), pp. 52–61.

[LDW97] LOUNSBERY M., DEROSE T. D., WARREN J. : Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type. *ACM Transactions on Graphics. Vol. 16*, Num. 1 (1997), 34–73.

[LKK03] LEE K., KANG S., KIM T. : Remeshing into normal meshes with boundaries using subdivision. *Computers in Industry. Vol. 50*, Num. 3 (2003), 303–317.

[LPRM02] LÉVY B., PETITJEAN S., RAY N., MAILLOT J. : Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation. In *ACM SIGGRAPH'02* (2002), pp. 362–371.

[LSS*98] LEE A. W. F., SWELDENS W., SCHRÖDER P., COWSAR L., DOBKIN D. : MAPS : multiresolution adaptive parameterization of surfaces. In *ACM SIGGRAPH'98* (1998), vol. 32, pp. 95–104.

[Mal89] MALLAT S. : A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. Vol. 11*, Num. 7 (1989), 674–693.

[MYV93] MAILLOT J., YAHIA H., VERROUST A. : Interactive texture mapping. In *ACM SIGGRAPH'93* (1993), pp. 27–34.

[PA05] PAYAN F., ANTONINI M. : An efficient bit allocation for compressing normal meshes with an error-driven quantization. *Computer Aided Geometric Design - Special issue on Geometry Mesh Processing. Vol. 22*, Num. 5 (2005), 466–486.

[PA06] PAYAN F., ANTONINI M. : Mean square error approximation for wavelet-based semiregular mesh compression. *Transactions on Visualization and Computer Graphics (TVCG). Vol. 12* (2006).

[PKA08] PAYAN F., KAMMOUN A., ANTONINI M. : Remeshing and spatio-temporal wavelet filtering for 3D animations. In *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)* (Las Vegas, US, March-April 2008).

[PMA09] PAYAN F., MÉRIAUX F., ANTONINI M. : View-dependent geometry coding of 3D scenes. In *Proceedings of IEEE International Conference in Image Processing (ICIP)* (2009).

[RLL*06] RAY N., LI W., LÉVY B., SHEFFER A., ALLIEZ P. : Periodic global parameterization. *ACM Transactions on Graphics. Vol. 25* (October 2006), 1460–1485.

[SDM*10] SATTI S. M., DENIS L., MUNTEANU A., CORNELIS J., SCHELKENS P. : Modeling wavelet coefficients for wavelet subdivision transforms of 3D meshes. In *ACIVS : Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems (1)* (2010), pp. 267–278.

[SKKL02] SIM J., KIM C., KUO C., LEE S. : Normal mesh compression based on rate-distortion optimization. In *IEEE Workshop on Multimedia Signal Processing* (2002), pp. 13–16.

[SKKL04] SIM J., KIM C., KUO C., LEE S. : Rate-distortion optimized compression and view-dependent transmission of 3D normal meshes. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology. Vol. 14* (2004), 854–868.

[SSGH01] SANDER P. V., SNYDER J., GORTLER S. J., HOPPE H. : Texture mapping progressive meshes. In *ACM SIGGRAPH'01* (2001), pp. 409–416.

[SWG*03] SANDER P. V., WOOD Z. J., GORTLER S. J., SNYDER J., HOPPE H. : Multi-chart geometry images. In *ACM SIGGRAPH Symposium on Geometry Processing* (2003), pp. 146–155.

[VK95] VETTERLI M., KOVACEVIC J. : *Wavelets and Subband coding*. Prentice Hall PTR, Engelwood Cliffs, New Jersey 07632, 1995.

[VP04] VALETTE S., PROST R. : A wavelet based compression scheme for triangle meshes : Wavemesh. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. Vol. 10*, Num. 2 (2004), 123–133.

© REFIG 2011.

[YKL06] YANG J., KIM C., LEE S. : Semi-regular representation and progressive compression of 3D dynamic mesh sequences. *IEEE Transactions on Image Processing. Vol. 15*, Num. 9 (2006), 2531–2544.

[ZSS96] ZORIN D., SCHRÖDER P., SWELDENS W. : Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology. In *SIGGRAPH'96* (1996), pp. 189–192.

[ZSS97] ZORIN D., SCHRÖDER P., SWELDENS W. : Interactive multiresolution mesh editing. In *SIGGRAPH'97* (1997), pp. 259–268.

© REFIG 2011.