HAL
open science

L'effet papillon

Etienne Ghys

To cite this version:

Etienne Ghys. L'effet papillon. Images des Mathématiques, 2007, http://images.math.cnrs.fr/L-effet-papillon.html. hal-00583250

HAL Id: hal-00583250

https://hal.science/hal-00583250v1

Submitted on 5 Apr 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'effet papillon

un coup de feu au Maroc…

Le 12 novembre 2007, par **Étienne Ghys**

Directeur de recherche CNRS, École Normale Supérieure de Lyon (**page web**)

Un coup de feu éclate au Maroc… Incident sans importance, mais qui va changer la vie d'un couple d'américains, d'une nourrice mexicaine, d'une adolescente japonaise. Tout un jeu de petits effets et de grandes conséquences. Une réflexion sur la destinée humaine, soumise au hasard ou à la nécessité ? Beaucoup d'émotion dans Babel, ce film de Alejandro González Iñárritu sorti en 2006. Les critiques de cinéma n'ont pas manqué d'y voir une illustration du fameux effet papillon qui est probablement le phénomène mathématique le plus connu du grand public.

Que signifie l'effet papillon ?

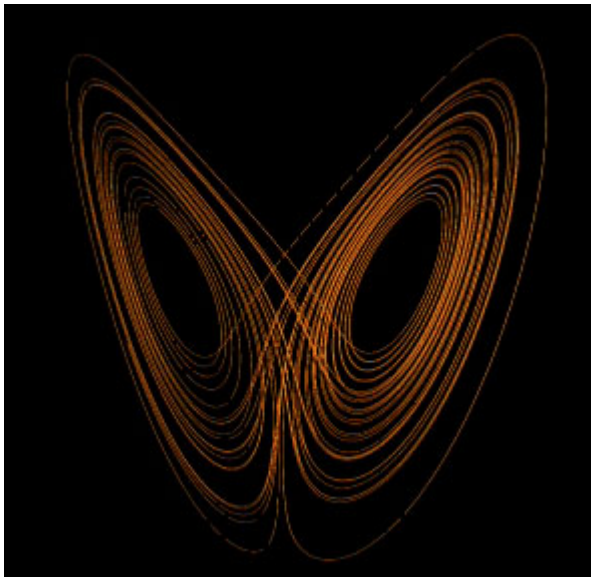
G*OOGLE* cite 409 000 pages sur « Effet Papillon » et 1 900 000 pages sur « Butterfly Effect ». On trouve tout et n'importe quoi : des interprétations contradictoires, des affirmations fantaisistes. Selon un internaute s'exprimant dans un forum d'amateurs de cinéma, l'effet papillon serait ... un proverbe japonais !

Un peu d'histoire.

La météorologie étudie un phénomène d'une complexité inextricable : le mouvement de l'atmosphère. L'équation qui régit ce mouvement est connue depuis longtemps : c'est l'équation de ***Navier-Stokes.*** Mais, savoir écrire une équation ne signifie pas qu'on sache la résoudre ! Qu'on songe un peu à la quantité d'informations nécessaires pour décrire l'atmosphère : il faut connaître la température, la vitesse du vent, la pression atmosphérique, l'hygrométrie etc., non seulement en un endroit donné mais aussi en tous les endroits du globe terrestre ! Avoir une connaissance exacte de ces données est tout simplement impossible : *il faut une infinité de données, la plupart inaccessibles*.

Edward Lorenz était un théoricien de la météorologie, de formation mathématique, disparu récemment. En 1962, il a l'idée de caricaturer l'équation de Navier-Stokes, de simplifier à l'extrême, de faire « comme si » l'atmosphère ne dépendait *que de trois paramètres*, alors qu'il en faudrait une infinité ! Simplifier un problème compliqué en espérant qu'il gardera l'essence du phénomène étudié : voilà bien une activité de mathématicien. Et dans son « atmosphère atrophiée » réduite à ses trois coordonnées, E. Lorenz peut faire tourner son ordinateur et calculer les solutions numériques qui sont censées décrire le mouvement. Imaginez l'ordinateur de Lorenz, avec ses petites capacités, en 1962 ! C'est alors qu'il constate « expérimentalement » que la moindre modification dans « son atmosphère jouet », ajouter par exemple 0.0000001 à

l'une des trois coordonnées, entraîne dans le mouvement atmosphérique un changement considérable après un temps relativement modeste. C'est le phénomène de la « *dépendance sensible aux conditions initiales* », le paradigme de la *théorie du chaos*.



Regardez l'image. Elle représente une trajectoire de l'équation de Lorenz simplifiée, dans l'espace tri-dimensionel. Ces courbes tournent comme des folles, tantôt par la gauche, tantôt par la droite, et il semble impossible de prévoir si un tour à droite sera suivi par un autre tour à droite ou à gauche. Et pourtant, pour une condition initiale donnée, pour une atmosphère donnée, il y a un futur bien défini ; *le **déterminisme** n'est pas remis en cause*. En revanche deux points proches dans l'espace tri-dimensionel, si proches qu'on ne les distingue peut-être pas sur la figure, définissent des trajectoires qui commenceront par être proches mais qui peuvent finir par se séparer de manière importante : l'un part à gauche et l'autre à droite ! Ainsi, si on ne connaît un point qu'avec une certaine incertitude, aussi petite soit-elle, la prédiction de l'avenir devient illusoire.

En 1973, Lorenz fait une conférence dont titre magnifique résume à merveille cette idée. En voici la traduction française :

« **Le battement des ailes d'un papillon au Brésil peut-il provoquer un ouragan au Texas ?** ».

L'effet papillon était né !

Pourquoi a-t-il fallu attendre Lorenz pour que ce concept passe dans le public ?

Lorenz n'était pas le premier à comprendre cette limitation dans le déterminisme. **Henri Poincaré** et **Jacques Hadamard**, au début du vingtième siècle, l'avaient bien compris dans un contexte à peine différent : le mouvement des corps célestes peut être sensible aux conditions initiales... Lorenz le sait bien d'ailleurs et son article cite largement ses sources.

Peut-être que Hadamard et Poincaré n'ont pas su « trouver les mots » et qu'ils se sont contentés

d'écrire des articles de mathématiques incompréhensibles ? Cette interprétation ne tient pas. Tous les deux ont fait des efforts de vulgarisation. Poincaré écrit par exemple dans *La Science et l'Hypothèse*, un ouvrage de divulgation tiré à des centaines de milliers d'exemplaires :

« *Un dixième de degré en plus ou en moins en un point quelconque, le cyclone éclate ici et non pas là, et il étend ses ravages sur des contrées qu'il aurait épargnés*. »

Le papillon n'y est pas, mais le cyclone y est ! Probablement que Hadamard et Poincaré étaient trop en avance sur leur temps, et que la société n'était pas prête pour ce changement profond dans le concept de déterminisme. La physique du début du vingtième siècle représente le triomphe de la science du déterminisme, hérité de Newton et Laplace. Tout se calcule, tout se prédit, et pour ce qu'on ne sait pas prédire, on est confiant que ce n'est qu'une question de temps et que la physique ou les mathématiques sauront y répondre. C'était compter sans les révolutions quantiques et relativistes, qui ont ébranlé bien des idées préconçues... En 1973, l'opinion publique est plus ouverte à ces nouvelles idées, et sans se lancer dans des discussions historico-sociologico-philosophiques, l'idée que le moindre papillon, et pourquoi pas ma modeste personne, pourrait avoir une influence sur le déroulement global du monde qui m'entoure, est bien mieux perçue en 1973 qu'en 1900.

Efficacité d'un papillon au Texas ?

Mais n'oublions pas que Lorenz a tiré ses conclusions de l'examen d'une simplification presque absurde de la « vraie équation » qui régit le mouvement de l'atmosphère. *L'effet papillon se fait-il sentir dans la météorologie ?* Lorenz ne s'engage pas sur ce point. Son but est d'expliquer qu'un phénomène naturel, comme par exemple la météorologie, *pourrait* être sensible aux conditions initiales et que ceci *pourrait* avoir des conséquences sur l'impossibilité de prédiction météo à moyen terme. Rendons à Lorenz le mérite d'avoir popularisé cette idée si simple que *si le futur est déterminé par le passé, il ne l'est peut-être pas d'une manière aussi naïve qu'on y pensait auparavant*. Même si le papillon du Brésil s'avérait impuissant, il existe de nombreux autres domaines de la science où cette idée peut s'appliquer. Nous avons parlé des planètes, mais certains n'hésitent pas à parler d'histoire, de politique, de finance etc.

Grâce à Poincaré, Hadamard et Lorenz, notre conception du déterminisme a changé. *Nous savons que le présent détermine le futur, mais nous savons également qu'une connaissance imparfaite du présent, comme c'est presque toujours le cas, rend la détermination du futur illusoire*. Il a fallu un siècle pour que cette idée simple mais fondamentale soit assimilée, malheureusement de manière souvent imparfaite, dans le public mais aussi parmi les scientifiques.

Le message de Lorenz

Voici, en termes légèrement simplifiés, deux citations de Lorenz. La première a été comprise :

« Si un battement d'ailes d'un papillon peut engendrer un ouragan, la même chose est vraie pour tous les autres battements d'ailes du même papillon, mais aussi pour les battements d'ailes des millions d'autres papillons, sans parler de l'influence des activités des innombrables autres créatures plus puissantes, comme les hommes par exemple ! »

La seconde est par contre passée inaperçue :

« J'avance l'idée qu'au fil des années les petites perturbations ne modifient pas la fréquence d'apparition des événements tels que les ouragans : la seule chose qu'ils peuvent faire, c'est de modifier l'ordre dans lequel ces événements se produisent. »

En clair, même si le météorologue ne peut pas prévoir le temps qu'il fera à Lyon dans un mois, il devrait être possible de prévoir des moyennes, des fréquences d'événements météorologiques, avec une bonne précision, en un endroit donné, sur une longue période de temps. Bien sûr, ce type de prédiction est plus modeste, mais il est souvent tout aussi utile. Cette seconde idée de Lorenz recadre le rôle du prévisionniste.

Aujourd'hui

Bien sûr, ces idées vont bien au delà du cas particulier de la météorologie. Une théorie scientifique ne peut pas se fonder sur un principe négatif tel que l'impossibilité de prévoir l'avenir ; il faut qu'elle propose une méthode pour contourner cette difficulté. Aujourd'hui, la théorie mathématique qui discute de ces questions s'appelle la ***théorie des systèmes dynamiques*** et lorsqu'elle prend le point de vue de la seconde citation de Lorenz, elle prend le nom de ***théorie ergodique*** : il s'agit alors de comprendre, non pas des trajectoires particulières, mais des fréquences et des moyennes. Théorie mathématique passionnante et florissante, tout particulièrement depuis les années 1970 !

La bataille fait rage entre les spécialistes de la météo, des équations de Navier-Stokes, pour savoir si le papillon du Brésil influence le Texas. Toute la question est de savoir si les approximations faites par Lorenz sont justifiées dans le cas de l'atmosphère. Pour y répondre, il est nécessaire que des mathématiciens comprennent mieux les systèmes dynamiques qui dépendent d'un grand nombre de dimensions (et même d'une infinité de dimensions). Un **article récent** s'intitule « L'effet papillon n'existe plus ! » mais d'autres auteurs critiquent les hypothèses qui y sont faites. Car bien sûr, il faut aussi consulter les physiciens et les météorologues : aucune théorie mathématique ne peut s'appliquer à une situation concrète si on ne peut vérifier que les hypothèses sont satisfaites dans la pratique. Alors, l'effet papillon existe-t-il « en vrai » ? Laissons les mathématiciens travailler avec leurs collègues physiciens. Ils nous répondront peut-être bientôt. Par exemple, le fait que l'équation de Lorenz, caricaturée avec seulement trois dimensions, satisfait effectivement à la deuxième citation de Lorenz, est un résultat purement mathématique très récent : les mathématiciens disent que l'équation de Lorenz possède une « mesure physique ». Et ce résultat mathématique difficile n'est a priori pas relié avec la question de savoir si l'équation de Lorenz rend compte du mouvement de l'atmosphère.

Quand bien même l'effet papillon n'existerait pas dans l'atmosphère, il resterait une idée mathématique riche et puissante. La théorie des systèmes dynamiques ne se limite pas à la description de l'atmosphère. Comme souvent en mathématiques, un exemple est devenu le germe d'une théorie dont l'ambition est de comprendre un champ beaucoup plus vaste qu'on ne le pensait initialement, et d'établir des connections avec d'autres domaines qui paraissaient bien éloignés. Le concept de chaos, né il y a un siècle pour des raisons de mécanique céleste, s'est enrichi de l'exemple de la turbulence dans l'atmosphère, et a envahi une bonne partie des mathématiques, y compris même la théorie des nombres qui paraît pourtant si « statique » et immuable... Voyez par exemple une illustration dans **cet article**.

Mécanique céleste, météorologie, et théorie des nombres sont donc unis depuis peu dans des méthodes communes. Poincaré nous avait prévenus : « Faire des mathématiques, c'est donner le même nom à des choses différentes ». Aujourd'hui, le chaos signifie beaucoup de choses, bien plus que Poincaré ou Lorenz n'auraient pu l'imaginer.

Crédits images

Pour citer cet article : **Étienne Ghys**, **L'effet papillon**. *Images des Mathématiques*, CNRS, 2007.
En ligne, URL : **http://images.math.cnrs.fr/L-effet-papillon.html**