



**HAL**  
open science

## Identification dynamique de robots avec un modèle de frottement sec fonction de la charge et de la vitesse

Pauline Hamon, Maxime Gautier, P. Garrec

### ► To cite this version:

Pauline Hamon, Maxime Gautier, P. Garrec. Identification dynamique de robots avec un modèle de frottement sec fonction de la charge et de la vitesse. Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Jun 2010, Nancy, France. pp.154. hal-00583159

**HAL Id: hal-00583159**

**<https://hal.science/hal-00583159v1>**

Submitted on 5 Apr 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Identification dynamique de robots avec un modèle de frottement sec fonction de la charge et de la vitesse

Pauline HAMON<sup>1</sup>, Maxime GAUTIER<sup>2</sup>, Philippe GARREC<sup>1</sup>

<sup>1</sup>CEA, LIST, Laboratoire de Robotique Interactive,  
18, route du Panorama, BP6, Fontenay-aux-Roses, F-92265, France.  
[pauline.hamon@cea.fr](mailto:pauline.hamon@cea.fr), [philippe.garrec@cea.fr](mailto:philippe.garrec@cea.fr)

<sup>2</sup>Université de Nantes / IRCCyN, UMR CNRS 6597  
1, rue de la Noë, BP 92101, Nantes Cedex 3, F-44321, France.  
[maxime.gautier@irccyn.ec-nantes.fr](mailto:maxime.gautier@irccyn.ec-nantes.fr)

**Résumé**— En robotique, les pertes dans la chaîne d'actionnement articulaire des robots sont généralement prises en compte dans le modèle dynamique par un effort de frottement visqueux proportionnel à la vitesse et par un effort constant de frottement sec. Pourtant, d'après la loi de Coulomb, le frottement sec de glissement varie avec les efforts de contact dans les éléments de transmission. Ainsi, cet effet est à prendre en compte pour les systèmes mécaniques soumis à de fortes variations de charge. Cet article présente un nouveau modèle dynamique dans lequel l'effort de frottement sec est proportionnel à la charge selon un coefficient dépendant de la vitesse. Une nouvelle procédure permet d'identifier ce modèle à partir de mesures faites sur le robot réalisant diverses trajectoires avec différents cas de charge. Une validation expérimentale est réalisée sur un robot industriel.

**Mots-clés**— Robotique, Modélisation, Identification, Frottements.

## I. INTRODUCTION

La méthode classique d'identification basée sur le modèle dynamique inverse (MDI) et la technique des moindres carrés a été appliquée avec succès pour identifier les paramètres d'inertie et de frottement d'un grand nombre de prototypes et de robots industriels [1]-[9]. Une approximation du frottement de Coulomb de glissement,  $F_C \text{sign}(\dot{q})$ , est largement utilisée pour modéliser la force de frottement sec pour des vitesses non nulles, considérant l'effort  $F_C$  comme constant. Le paramètre  $F_C$  est identifié à partir des mesures des positions et des efforts moteurs articulaires du robot en mouvement, sans aucune charge (ou force extérieure) ou avec des charges constantes et connues [8].

Cependant, la loi de Coulomb implique que  $F_C$  dépende de l'intensité des efforts de contact dans le mécanisme de transmission et donc de l'effort transmis par la chaîne d'actionnement. Cet effort est la somme des efforts dynamiques et des efforts extérieurs appliqués au robot. Par conséquent, pour des robots ayant une variation de charge importante, le MDI avec  $F_C$  constant n'est plus assez précis, ce que confirme le rendement des réducteurs industriels (vis-écrous, engrenages) dont la valeur varie significativement avec l'effort transmis. La variation de  $F_C$  avec la charge a été souvent observée pour des éléments de transmission [13]-[17] grâce à des procédures de mesures spécifiques. De plus, le rendement mécanique dépend du sens de transfert de la puissance, menant à deux jeux de paramètres de frottement. Enfin, lorsque le robot est utilisé à très basse vitesse, comme

pour la téléopération, on remarque en plus une variation de  $F_C$  par rapport à la vitesse.

Ce papier présente un nouveau modèle de frottement sec, dans lequel  $F_C$  est proportionnel à l'effort articulaire transmis, avec un comportement dissymétrique suivant le signe de la vitesse, et une variation par rapport à l'amplitude de la vitesse. Une nouvelle procédure d'identification de ce modèle est également proposée. Le papier est divisé en 5 sections. La section 2 présente un rappel du modèle classique et de son identification. La section 3 présente le nouveau modèle et la nouvelle procédure d'identification. La section 4 présente une validation expérimentale sur l'axe 3 d'un robot Stäubli RX130L [23]. Les deux modèles sont alors comparés.

## II. MODELE DYNAMIQUE INVERSE CLASSIQUE ET IDENTIFICATION

### A. Modélisation

Dans la suite, toutes les variables sont données en unités SI et exprimées dans l'espace articulaire. Tous les efforts, positions, vitesses et accélérations ont une convention de signe positif dans le même sens. Cela définit une convention moteur pour les grandeurs mécaniques en entrée et en sortie de la chaîne d'actionnement.

Le modèle dynamique d'un robot rigide composé de  $n$  corps articulés s'écrit comme suit [10] :

$$\tau_{dyn} = \tau_{in} + \tau_f + \tau_{ext} \quad (1)$$

où :

- $\tau_{dyn}$  est un vecteur ( $n \times 1$ ) des efforts dynamiques dus aux effets inertiels, centrifuges, de Coriolis et gravitationnels :

$$\tau_{dyn} = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + Q(q) \quad (2)$$

où  $q$ ,  $\dot{q}$  et  $\ddot{q}$  sont respectivement les vecteurs ( $n \times 1$ ) des positions, vitesses et accélérations généralisées articulaires,  $M(q)$  est la matrice ( $n \times n$ ) d'inertie du robot,  $C(q, \dot{q})$  est la matrice ( $n \times n$ ) des forces centrifuges et de Coriolis,  $Q(q)$  est le vecteur ( $n \times 1$ ) des forces gravitationnelles.

- $\tau_{in}$  est le vecteur ( $n \times 1$ ) des couples moteurs à l'entrée de la chaîne d'actionnement, définie côté moteur :

$$\tau_{in} = G_f(v_f - v_{f_0}) \quad (3)$$

où  $v_f$  est le vecteur ( $nx1$ ) des consignes des amplificateurs de courant qui alimentent les moteurs,  $v_{f_0}$  est le vecteur ( $nx1$ ) des offsets des amplificateurs,  $G_f$  est la matrice ( $nxn$ ) des gains d'actionnement,

$$G_f = NG_i K_t \quad (4)$$

$N$  est la matrice ( $nxn$ ) des rapports de transmission des chaînes articulaires ( $\dot{q}_m = N\dot{q}$  avec  $\dot{q}_m$  le vecteur ( $nx1$ ) des vitesses des rotors moteurs),  $G_i$  est la matrice diagonale ( $nxn$ ) des gains statiques des amplificateurs de courant,  $K_t$  est la matrice diagonale ( $nxn$ ) des constantes de couple électromagnétique des moteurs.

- $\tau_f$  est un vecteur ( $nx1$ ) d'efforts exprimant les pertes par frottement et les pertes fer des moteurs. Généralement,  $\tau_f$  est modélisé par un effort global de frottement sec et un effort global de frottement visqueux :

$$\tau_f = -F_C \text{sign}(\dot{q}) - F_{C_{off}} - F_V \dot{q} \quad (5)$$

où  $F_C$  est la matrice diagonale ( $nxn$ ) des efforts de frottement sec,  $\text{sign}(\cdot)$  désigne la fonction signe, et  $F_V$  est la matrice diagonale ( $nxn$ ) des coefficients de frottement visqueux (Fig. 1.a).  $F_{C_{off}}$  est un vecteur ( $nx1$ ) exprimant la dissymétrie de  $F_C$  par rapport au signe de la vitesse. Le modèle de frottement est linéaire par rapport à  $F_V$  et  $F_C$ .

- $\tau_{ext}$  est le vecteur ( $nx1$ ) des efforts extérieurs appliqués au robot et exprimés dans l'espace articulaire.

Le modèle dynamique (1) s'écrit :

$$\tau_{out} = \tau_{in} + \tau_f = G_f v_f - F_C \text{sign}(\dot{q}) - (F_{C_{off}} + G_f v_{f_0}) - F_V \dot{q} \quad (6)$$

$$\tau_{out} = \tau - F_C \text{sign}(\dot{q}) - F_V \dot{q} - \tau_{off} \quad (7)$$

$\tau_{out} = \tau_{dyn} - \tau_{ext}$  est l'effort moteur en sortie de la chaîne de transmission,  $\tau_{off} = F_{C_{off}} + G_f v_{f_0}$  est un offset regroupant l'offset de l'amplificateur et le coefficient de dissymétrie du frottement de Coulomb.

$$\tau = G_f v_f = \tau_{in} + G_f v_{f_0} \quad (8)$$

$\tau$  est l'effort moteur en entrée du réducteur, décalé par l'offset, mais défini par  $v_f$  qui est la consigne de courant calculée par le contrôleur numérique et enregistrée pour l'identification.

Ainsi (1) peut être écrit sous la forme du modèle dynamique inverse (MDI) qui calcule le vecteur des couples moteur  $\tau$  en fonction des coordonnées généralisées :

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + Q(q) + F_C \text{sign}(\dot{q}) + F_V \dot{q} + \tau_{off} - \tau_{ext} \quad (9)$$

## B. Identification

Le choix des repères liés à chaque corps avec la convention de Denavit-Hartenberg modifiée permet d'obtenir un modèle dynamique linéaire par rapport à un jeu de paramètres dynamiques standard  $\chi_{st}$ , [6], [10] :

$$\tau = D_{st}(q, \dot{q}, \ddot{q}) \chi_{st} \quad (10)$$

où  $D_{st}(q, \dot{q}, \ddot{q})$  est le régresseur et  $\chi_{st} = [\chi_{st}^1 \chi_{st}^2 \dots \chi_{st}^n]^T$ ,

$$\chi_{st}^j = [XX_j \ XY_j \ XZ_j \ YY_j \ YZ_j \ ZZ_j \ MX_j \ MY_j \ MZ_j \ m_j \ I_{a_j} \ F_{C_j} \ F_{V_j} \ \tau_{off_j}]^T :$$

- $XX_j, XY_j, XZ_j, YY_j, YZ_j, ZZ_j$  sont les 6 coefficients du tenseur d'inertie,  ${}^j J_j$  du corps  $j$  dans le repère  $j$ ,
- $MX_j, MY_j, MZ_j$  sont les 3 composantes du premier moment,  ${}^j MS_j$  du corps  $j$ ,
- $m_j$  est la masse du corps  $j$ ,
- $I_{a_j}$  est le moment d'inertie total (rotor, réducteur) de la chaîne d'actionnement de l'articulation  $j$ .

Les vitesses et accélérations sont calculées en utilisant un filtrage passe-bande des positions articulaires [7].

Les paramètres de base sont les paramètres minimaux nécessaires pour calculer le modèle dynamique. Ils sont obtenus en éliminant les paramètres standard qui n'interviennent pas dans le modèle et en regroupant linéairement certains autres [11], [12]. Le modèle dynamique inverse minimal s'écrit :

$$\tau = D(q, \dot{q}, \ddot{q}) \chi \quad (11)$$

où  $D(q, \dot{q}, \ddot{q})$  est le régresseur minimal et  $\chi$  est le vecteur ( $bx1$ ) des  $b$  paramètres de base.

Le modèle dynamique inverse (11) est échantillonné avec les mesures des couples et positions articulaires du robot, en poursuite de trajectoire excitante, afin d'obtenir un système linéaire surdéterminé tel que [6] :

$$Y(\tau) = W(q, \dot{q}, \ddot{q}) \chi + \rho \quad (12)$$

avec  $Y(\tau)$  le vecteur des mesures,  $W$  la matrice d'observation et  $\rho$  le vecteur des erreurs.

La solution des moindres carrés  $\hat{\chi}$  minimise la norme 2 du vecteur des erreurs  $\rho$ . Lorsque  $W$  est une matrice ( $rxb$ ) de plein rang et bien conditionnée, avec  $r = N_e \times n$ , et  $N_e$  le nombre d'échantillons sur les trajectoires, la solution des moindres carrés  $\hat{\chi}$  est unique et est donnée par :

$$\hat{\chi} = (W^T W)^{-1} W^T Y = W^+ Y \quad (13)$$

Elle est calculée en utilisant la factorisation QR de  $W$ . Des écart-types  $\sigma_{\hat{\chi}}$  sont estimés à partir de résultats classiques de statistique. On admet que  $W$  est déterministe, et que  $\rho$  est un bruit indépendant de moyenne nulle et d'écart-type :

$$C_{\rho\rho} = E(\rho\rho^T) = \sigma_\rho^2 I_r \quad (14)$$

où  $E$  est l'espérance mathématique et  $I_r$  est la matrice identité ( $rxr$ ). Une estimation non biaisée de  $\sigma_\rho$  est :

$$\hat{\sigma}_\rho^2 = \|Y - W\hat{\chi}\|^2 / (r - b) \quad (15)$$

La matrice de covariance de l'erreur d'estimation est calculée comme suit :

$$C_{\hat{\chi}\hat{\chi}} = E[(\chi - \hat{\chi})(\chi - \hat{\chi})^T] = \hat{\sigma}_\rho^2 (W^T W)^{-1} \quad (16)$$

$\sigma_{\hat{\chi}_i}^2 = C_{\hat{\chi}\hat{\chi}ii}$  est le  $i^{\text{ème}}$  coefficient sur la diagonale de  $C_{\hat{\chi}\hat{\chi}}$ . L'écart-type relatif  $\% \sigma_{\hat{\chi}_i}$  est donné par :

$$\% \sigma_{\hat{\chi}_i} = 100 \sigma_{\hat{\chi}_i} / \hat{\chi}_i \quad (17)$$

Cependant, les données expérimentales sont perturbées par du bruit et des erreurs de modélisation et  $W$  n'est pas déterministe. Ce problème peut être atténué en filtrant en parallèle le vecteur des mesures  $Y$  et chaque colonne de la matrice d'observation  $W$  [7].

### III. NOUVEAU MODELE DE FROTTEMENT SEC ET IDENTIFICATION

Dans cette section, nous introduisons un modèle de frottement sec fonction de la charge et de la vitesse. L'exposé traite une articulation quelconque  $j$ . Dans la suite l'indice  $j$  de toutes les variables est omis pour alléger les notations.

#### A. Modèle de frottement sec fonction de la charge

Le frottement de Coulomb s'écrit toujours  $F_C \text{sign}(\dot{q})$ , mais  $F_C$  dépend linéairement de la valeur absolue de l'effort de sortie  $\tau_{out}$  (valeur absolue de la charge), Fig. 1.b, [13]-[17].

Ainsi, le modèle dynamique inverse devient :

$$\tau = \tau_{out} + (\alpha |\tau_{out}| + \beta) \text{sign}(\dot{q}) + F_V \dot{q} + \tau_{off} \quad (18)$$

où les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres à identifier. Ces nouveaux paramètres dépendent du type de réducteur utilisé dans la chaîne d'actionnement.

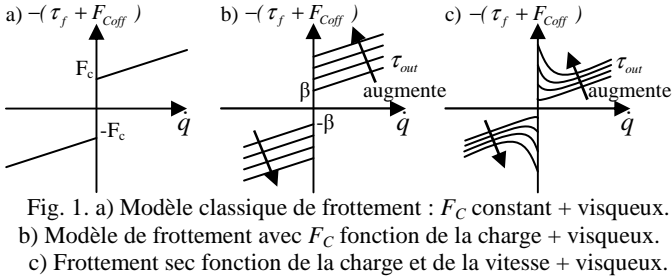


Fig. 1. a) Modèle classique de frottement :  $F_C$  constant + visqueux. b) Modèle de frottement avec  $F_C$  fonction de la charge + visqueux. c) Frottement sec fonction de la charge et de la vitesse + visqueux.

Le modèle dynamique inverse s'écrit :

$$\tau = \tau_{out} + \alpha |\tau_{out}| \text{sign}(\dot{q}) + \beta \text{sign}(\dot{q}) + F_V \dot{q} + \tau_{off} \quad (19)$$

Avec  $|\tau_{out}| = \tau_{out} \text{sign}(\tau_{out})$  et

$\text{sign}(\tau_{out}) \text{sign}(\dot{q}) = \text{sign}(\tau_{out} \dot{q}) = \text{sign}(P_{out})$ , on obtient :

$$\tau = \tau_{out} + \alpha \tau_{out} \text{sign}(P_{out}) + \beta \text{sign}(\dot{q}) + F_V \dot{q} + \tau_{off} \quad (20)$$

Le MDI dépend du signe de la puissance de sortie  $P_{out} = \tau_{out} \dot{q}$ . On définit quatre quadrants de fonctionnement dans le plan  $(\dot{q}, \tau_{out})$ , regroupés deux par deux (Fig. 2.a). Dans les quadrants 1 et 3,  $P_{out}$  est positive et  $\tau_{out}$  a un fonctionnement moteur. Dans les quadrants 2 et 4,  $P_{out}$  est négative et  $\tau_{out}$  a un comportement générateur.

#### B. Modèle de frottement sec fonction du signe de la puissance.

Dans le modèle (20),  $\alpha$  et  $\beta$  sont indépendants du signe de  $P_{out}$ , mais généralement ils prennent différentes valeurs :  $\alpha_m$

et  $\beta_m$  pour les quadrants moteur, et  $\alpha_g$  et  $\beta_g$  pour les quadrants générateur.

$$\begin{cases} P_{out} > 0 \Rightarrow \tau = (1 + \alpha_m) \tau_{out} + \beta_m \text{sign}(\dot{q}) + F_V \dot{q} + \tau_{off} \\ P_{out} < 0 \Rightarrow \tau = (1 - \alpha_g) \tau_{out} + \beta_g \text{sign}(\dot{q}) + F_V \dot{q} + \tau_{off} \end{cases} \quad (21)$$

Le modèle (21) est illustré sur la Fig. 2.b pour une vitesse constante  $|\dot{q}_0|$ . Ce modèle n'est plus valable pour de faibles efforts, dans la zone de frottement d'adhérence, approchée par le rectangle  $(\beta_m + F_V |\dot{q}_0| + \tau_{off} ; (\beta_g + F_V |\dot{q}_0| - \tau_{off}) / (1 - \alpha_g))$  correspondant à la limite du modèle (21).

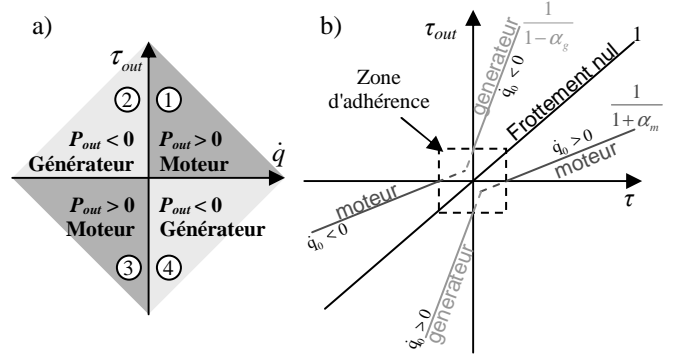


Fig. 2. a) Définition des 4 quadrants du plan  $(\dot{q}, \tau_{out})$ .

b) Diagramme de transfert de couple, à vitesse constante  $|\dot{q}_0|$ .

#### C. Modèle de frottement sec fonction de la vitesse

Pour un robot évoluant à de faibles vitesses, on observe en plus une variation du frottement sec en fonction de la vitesse, suivant une allure du type du modèle de Stribeck (Fig. 1.c), [18], [19], [20] :

$$F = \begin{cases} F_e & \text{si } \dot{q} = 0 \text{ et } |F_e| < F_a \\ F_a \text{sign}(F_e) & \text{si } \dot{q} = 0 \text{ et } |F_e| \geq F_a \\ F(\dot{q}) & \text{si } \dot{q} \neq 0 \end{cases} \quad (22)$$

avec :

$$F(\dot{q}) = (F_g + (F_a - F_g) e^{-|\dot{q}/\dot{q}_s|}) \text{sign}(\dot{q}) \quad (23)$$

où  $\dot{q}_s$  est une constante de vitesse,  $F_a$  est le frottement sec d'adhérence et  $F_g$  le frottement sec de glissement.

Pour combiner la variation par rapport à la charge (18) et la variation par rapport à la vitesse (23), on pose :

$$F_g = \alpha |\tau_{out}| + \beta \text{ et } F_a = \gamma |\tau_{out}| + \delta \quad (24)$$

D'où (23) devient :

$$F(\dot{q}) = (\alpha |\tau_{out}| + \beta + (\gamma |\tau_{out}| + \delta - \alpha |\tau_{out}| - \beta) e^{-|\dot{q}|/\dot{q}_s}) \text{sign}(\dot{q}) \\ = (\alpha + (\gamma - \alpha) e^{-|\dot{q}|/\dot{q}_s}) \tau_{out} \text{sign}(P_{out}) + (\beta + (\delta - \beta) e^{-|\dot{q}|/\dot{q}_s}) \text{sign}(\dot{q}) \quad (25)$$

En posant :  $a = 1 \pm \alpha$ ,  $b = \gamma - \alpha$ ,  $c = \beta$ ,  $d = \delta - \beta$ , le modèle dynamique (21) devient :

$$\begin{cases} \tau_m = a_m \tau_{out} + b_m \tau_{out} e^{-|\dot{q}|/\dot{q}_s} + c_m \text{sign}(\dot{q}) + d_m e^{-|\dot{q}|/\dot{q}_s} \text{sign}(\dot{q}) + F_V \dot{q} + \tau_{off} \\ \tau_g = a_g \tau_{out} - b_g \tau_{out} e^{-|\dot{q}|/\dot{q}_s} + c_g \text{sign}(\dot{q}) + d_g e^{-|\dot{q}|/\dot{q}_s} \text{sign}(\dot{q}) + F_V \dot{q} + \tau_{off} \end{cases} \quad (26)$$

#### D. Méthode d'identification du frottement

Afin de conserver la linéarité du MDI par rapport aux paramètres, on fixe une valeur a priori de  $\dot{q}_s$ . Cette constante de vitesse exprime le comportement transitoire exponentiel entre le modèle d'adhérence  $F_a$  et le modèle de glissement, soit  $3 \times \dot{q}_s$  à 5% près. Les essais ont montré que l'amplitude de ce transitoire est proche de 10% de la vitesse nominale 1.2rd/s, soit  $\dot{q}_s = 0.04\text{rd/s}$ . Un ajustement final à  $\dot{q}_s = 0.03\text{rd/s}$ , lors de l'identification, permet d'obtenir un résidu minimum  $\|\rho\|$  légèrement plus faible.

D'autre part, le modèle (26) dépend du signe de  $P_{out}$  qui est inconnu. Pour contourner ce problème, les échantillons des mesures de  $\tau$  sont sélectionnés en dehors de la zone d'adhérence (Fig. 2.b) afin d'avoir :

$$\text{sign}(P_{out}) = \text{sign}(\tau_{out}\dot{q}) = \text{sign}(\tau\dot{q}) = \text{sign}(P) \quad (27)$$

On peut alors écrire le MDI linéaire par rapport aux paramètres et utiliser la méthode des moindres carrés. On écrit (26) en une seule expression en définissant 2 opérateurs logiques,  $P^+$  et  $P^-$  :

$$P^+ = \frac{1 + \text{sign}(P)}{2}, \quad P > 0 \Leftrightarrow P^+ = 1, \quad P < 0 \Leftrightarrow P^+ = 0 \quad (28)$$

$$P^- = \frac{1 - \text{sign}(P)}{2} = \bar{P}^+ \quad (29)$$

Avec  $E_{xp} = e^{-|\dot{q}|/\dot{q}_s}$ , le modèle dynamique s'écrit :

$$\begin{aligned} \tau &= P^+(a_m + b_m E_{xp})\tau_{out} + P^-(a_g - b_g E_{xp})\tau_{out} + \dots \\ \dots & P^+(c_m + d_m E_{xp})\text{sign}(\dot{q}) + P^-(c_g + d_g E_{xp})\text{sign}(\dot{q}) + F_V\dot{q} + \tau_{off} \end{aligned} \quad (30)$$

#### IV. CAS D'ETUDE

Le robot RX130L de Stäubli est un robot industriel à 6 articulations rotoïdes. L'axe 3 étudié est composé d'une transmission de type engrenage, équipée d'un moteur Baldor BSM 80-A233. Les corps 1 et 2 sont alignés et bloqués en position verticale et le bras est composé des corps 4, 5, 6 alignés sur le corps 3 et bloqués (Fig. 3) avec une masse totale d'environ 30 kg pour une longueur de 1,33 m. La vitesse maximale est de 1,2 rad/s et la charge maximale admissible sur l'effecteur est de 10 kg.

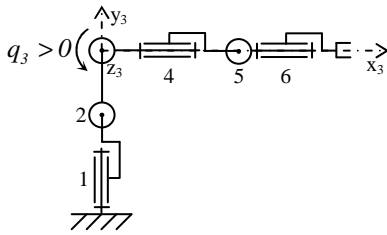


Fig. 3. Schéma du RX130 : axes 1, 2, 4, 5 et 6 bloqués.

Le modèle dynamique inverse de l'axe 3 s'écrit :

$$\tau_3 = J_3\ddot{q}_3 + M\dot{X}_3g\cos(q_3) + M\dot{Y}_3g\sin(q_3) + F_{V3}\dot{q}_3 + F_{C3}\text{sign}(\dot{q}_3) + \tau_{off3} \quad (31)$$

où :

- $J_3 = I_{a_3} + ZZ_3$  est le moment d'inertie total  $I_{a_3}$  de la chaîne d'actionnement plus le moment d'inertie  $ZZ_3$  du bras
- $g = 9.81\text{ m/s}^2$  est l'accélération de la gravité.

Toutes les variables et paramètres sont donnés en unités SI du côté articulaire. Dans la suite, on omet l'indice 3 pour alléger l'écriture.

#### V. IDENTIFICATION EXPERIMENTALE

##### A. Acquisition des données

L'identification des paramètres dynamiques est réalisée avec et sans charge : deux masses additionnelles peuvent être fixées en bout de robot. Pour exciter correctement les paramètres de frottement, des trajectoires sinusoïdales et des paliers de vitesse sont utilisés.

L'estimation de  $\dot{q}$  et  $\ddot{q}$  est réalisée avec un filtrage passe-bande de  $q$  consistant en un filtre passe-bas de Butterworth aller-retour sans déphasage et une différence centrée. La fonction Matlab *filtfilt* est utilisée [21]. On calcule le couple moteur à partir de la référence courant (8). Afin d'annuler les perturbations hautes fréquences dans  $\tau$ , le vecteur  $Y$  et chaque colonnes de la matrice d'observation  $W$  sont filtrés avec un filtre passe-bas puis sous échantillonnés. Cette procédure de filtrage parallèle est effectuée avec la fonction Matlab *decimate* [2], [9].

##### B. Identification

Pour identifier le frottement en fonction de la charge, des mesures avec des charges connues sont utilisées. Les efforts de gravité et d'inertie dus à la masse additionnelle fixée en bout de robot sont à ajouter au MDI.

Soit le repère  $R_m$  situé au centre de gravité  $G_m$  de la masse additionnelle  $M_a$  et parallèle au repère  $R_3(x_3, y_3, z_3)$  lié au bras (Fig. 3), on donne la matrice d'inertie  $I_{Ga}$  de la masse, formée d'un disque de rayon  $r$  et d'épaisseur  $e$  :

$$I_{Ga} = \begin{bmatrix} M_a r^2 / 2 & 0 & 0 \\ 0 & M_a (r^2 / 4 + e^2 / 12) & 0 \\ 0 & 0 & M_a (r^2 / 4 + e^2 / 12) \end{bmatrix}_{(G_m, R_m)} \quad (32)$$

Le vecteur de translation entre les repères  $R_3$  et  $R_m$  est  $T = [L_a \ 0 \ 0]^T$ , et les 2 repères étant parallèles, on applique le théorème de Huygens :

$$J_a = \begin{bmatrix} M_a r^2 / 2 & 0 & 0 \\ 0 & M_a (r^2 / 4 + e^2 / 12) & 0 \\ 0 & 0 & M_a (r^2 / 4 + e^2 / 12) + M_a L_a^2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Les termes en  $r^2$  et  $e^2$  étant négligeables devant  $L_a^2$ , on conserve seulement le terme en  $M_a L_a^2 \ddot{q}$ .

De même pour la gravité, étant donné le vecteur de translation, on aura :  $M_a L_a g \cos(q)$ .

Ainsi pour les échantillons  $\tau_{(k)}$  avec une masse additionnelle  $M_{a(k)}$ , (31) devient :

$$\tau_{(k)} = J\ddot{q} + MXg \cos(q) + MYg \sin(q) + M_{a(k)}L_a^2\ddot{q} + \dots \quad (34)$$

$$\dots M_{a(k)}L_a g \cos(q) + F_V\dot{q} + F_C \text{sign}(\dot{q}) + \tau_{\text{off}}$$

où :

- $M_a$  est la masse additionnelle, pouvant prendre 3 valeurs différentes (masses pesées) : 0 kg, 3,4584 kg et 6,970 kg,
- $L_a$  est la distance entre l'axe et la position de la masse additionnelle (distance mesurée) : 1,277 m.

Dans un premier temps, pour identifier le modèle classique avec tous les échantillons, on distingue la masse additionnelle pesée  $M_{ap}$  de la masse  $M_{ae}$  estimée par l'identification. Ainsi, le modèle classique s'écrit :

$$\tau_{(k)} = J\ddot{q} + MXg \cos(q) + MYg \sin(q) + \dots \quad (35)$$

$$\dots \frac{M_{ae(k)}}{M_{ap(k)}} M_{ap(k)} L_a (L_a \ddot{q} + g \cos(q)) + F_V \dot{q} + F_C \text{sign}(\dot{q}) + \tau_{\text{off}}$$

Les mesures échantillonnées, pour  $k$  allant de 1 à 3, sont concaténées en utilisant la valeur pesée  $M_{ap(k)}$  correspondant à chaque expérience ( $k$ ), pour avoir le système linéaire :

$$Y_{\text{usual}} = W_{\text{usual}} \mathcal{X}_{\text{usual}} + \rho_{\text{usual}} \quad (36)$$

avec le vecteur des mesures, la matrice d'observation, et le vecteur des paramètres de base définis par :

$$Y_{\text{usual}} = \tau = \begin{bmatrix} \tau_{(1)}^T & \dots & \tau_{(6)}^T \end{bmatrix}^T \quad (37)$$

$$W_{\text{usual}} = \begin{bmatrix} \ddot{q} & g \cos(q) & g \sin(q) & M_{ap} L_a (L_a \ddot{q} + g \cos(q)) & \text{sign}(\dot{q}) & \dot{q} & 1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\mathcal{X}_{\text{usual}} = \begin{bmatrix} J & MX & MY & \frac{M_{ae}}{M_{ap}} & F_C & F_V & \tau_{\text{off}} \end{bmatrix}^T \quad (39)$$

Dans un second temps, le nouveau modèle est identifié :

$$Y_{\text{new}} = W_{\text{new}} \mathcal{X}_{\text{new}} + \rho_{\text{new}} \quad (40)$$

avec le vecteur des mesures, la matrice d'observation, et le vecteur des paramètres de base ci-dessous :

$$Y_{\text{new}} = Y_{\text{usual}} = \tau \quad (41)$$

$$W_{\text{new}} = \begin{bmatrix} P^+ \ddot{q} & P^+ E_{xp} \ddot{q} & P^+ g \cos(q) & \dots \\ \dots & P^+ E_{xp} g \cos(q) & P^+ g \sin(q) & P^+ E_{xp} g \sin(q) & \dots \\ \dots & P^+ M_a L_a (L_a \ddot{q} + g \cos(q)) & P^+ E_{xp} M_a L_a (L_a \ddot{q} + g \cos(q)) & \dots \\ \dots & P^+ \ddot{q} & -P^+ E_{xp} \ddot{q} & P^+ g \cos(q) & \dots \\ \dots & -P^+ E_{xp} g \cos(q) & P^+ g \sin(q) & -P^+ E_{xp} g \sin(q) & \dots \\ \dots & P^+ M_a L_a (L_a \ddot{q} + g \cos(q)) & -P^+ E_{xp} M_a L_a (L_a \ddot{q} + g \cos(q)) & \dots \\ \dots & P^+ \text{sign}(\dot{q}) & P^+ E_{xp} \text{sign}(\dot{q}) & P^+ \text{sign}(\dot{q}) & P^+ E_{xp} \text{sign}(\dot{q}) & \dot{q} & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\mathcal{X}_{\text{new}} = \begin{bmatrix} a_m J & b_m J & a_m MX & b_m MX & a_m MY & b_m MY & a_m & b_m & \dots \\ \dots & a_g J & b_g J & a_g MX & b_g MX & a_g MY & b_g MY & a_g & b_g & \dots \\ \dots & c_m & d_m & c_g & d_g & F_V & \tau_{\text{off}} \end{bmatrix}^T \quad (43)$$

Les deux modèles sont comparés en utilisant exactement la même méthode d'identification, avec les mêmes mesures.

### C. Résultats

Les valeurs significatives identifiées avec le MDI classique sont données dans la Table I, et ceux avec le nouveau MDI dans la Table II (les paramètres d'écart-types relatifs importants ne sont pas significatifs et sont éliminés). Pour chaque modèle, Fig. 4 et Fig. 5 présentent une validation directe comparant le couple actuel  $\tau$  avec sa valeur estimée  $W\hat{\chi}$ . De plus, la Table III présente  $\|\rho\|/\|Y\|$  la norme relative des erreurs pour les deux modèles identifiés et pour différents jeux d'essais : essais toutes vitesses, à faibles vitesses (0 à 10% de la vitesse maximale) ou à vitesses élevées (35 à 100% de la vitesse maximale). Enfin, dans la Table IV, on compare deux identifications : l'une en utilisant plusieurs charges en bout de robot et l'autre avec le robot à vide (toutes vitesses).

TABLE I  
VALEURS IDENTIFIEES AVEC LE MDI CLASSIQUE

Paramètres	Valeurs identifiées	Écart-type * 2	Écart-type relatif
$J$	30,921	0,283	0,46 %
$MX$	21,109	0,016	0,04 %
$M_{ae}/M_{ap}$	0,922	0,003	0,15 %
$F_C$	39,890	0,084	0,11 %
$F_V$	29,429	0,395	0,67 %
$\tau_{\text{off}}$	9,931	0,077	0,39 %

TABLE II  
VALEURS IDENTIFIEES AVEC LE NOUVEAU MDI

Paramètres	Valeurs identifiées	Écart-type * 2	Écart-type relatif
$a_m J$	32,420	0,262	0,40 %
$a_m MX$	22,204	0,033	0,07 %
$b_m MX$	1,621	0,050	1,55 %
$a_m$	0,942	0,005	0,25 %
$b_m$	0,240	0,008	1,72 %
$a_g J$	29,294	0,276	0,47 %
$a_g MX$	19,432	0,042	0,11 %
$b_g MX$	1,798	0,051	1,43 %
$a_g$	0,915	0,005	0,27 %
$b_g$	0,266	0,008	1,59 %
$c_m$	21,152	0,143	0,34 %
$c_g$	15,588	0,244	0,78 %
$F_V$	48,139	0,317	0,33 %
$\tau_{\text{off}}$	9,950	0,051	0,26 %

TABLE III  
NORME RELATIVE DES ERREURS POUR CHAQUE MODELE

Mesures utilisées	MDI classique	MDI nouveau
Essais toutes vitesses	0,0733	0,0484
Essais faibles vitesses	0,0737	0,0401
Essais grandes vitesses	0,0863	0,0881

TABLE IV  
NORME RELATIVE DES ERREURS POUR 2 IDENTIFICATIONS

Identification réalisée	MDI classique	MDI nouveau
Avec variation de charge en bout	0,0733	0,0484
Avec robot à vide	0,0742	0,0598

## VI. DISCUSSION

Les paramètres du nouveau modèle sont bien identifiables (écart-types faibles) et donc significatifs.

Les figures montrent une amélioration du couple estimé par le nouveau modèle, ce qui est confirmé par la Table III. En effet, on observe une diminution de 34% pour la norme relative des erreurs. L'apport est très important pour les faibles vitesses où les erreurs diminuent d'environ la moitié (46%). A vitesse élevée, le terme de frottement en exponentielle tendant vers zéro, le nouveau modèle est équivalent au modèle classique. De plus, la Table IV montre que le modèle est surtout intéressant pour un robot portant de fortes charges. Cependant, pour un robot à vide soumis à la gravité, tel l'axe 3 du RX130L, on obtient encore une baisse des erreurs de 19%.

Enfin, il est important de noter l'originalité de la méthode d'identification qui consiste à concaténer ensemble toutes les mesures, avec et sans charge.

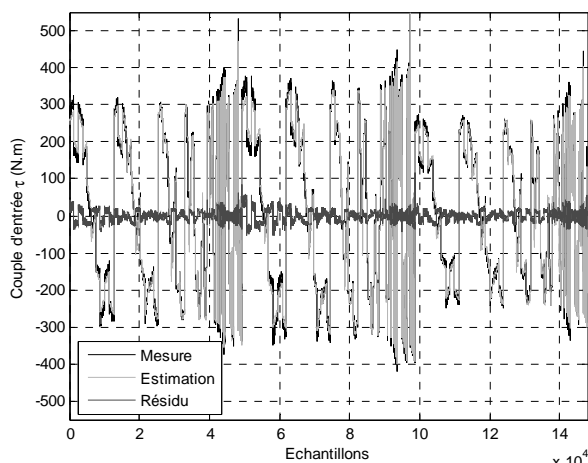


Fig. 4. Validation directe, MDI classique.

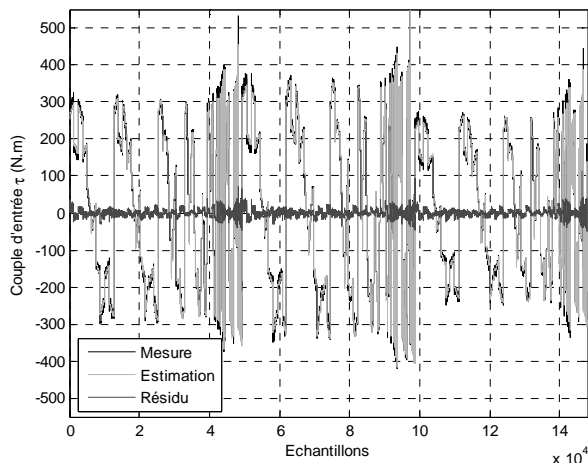


Fig. 5. Validation directe, MDI nouveau.

## VII. CONCLUSION

Le nouveau MDI proposé, avec un modèle de frottement sec fonction de la charge et de la vitesse, apporte une amélioration significative pour les articulations avec des variations de charge importantes. Les robots portant différentes masses ou avec de fortes variations inertielles ou gravitaires sont concernés. L'apport est d'autant plus important aux vitesses faibles et une application particulièrement intéressante est celle de la téléopération. De plus, le processus d'identification est conservé puisque le nouveau modèle reste linéaire par rapport aux paramètres. La méthode a été validée sur une articulation rotoïde de robot industriel.

Les travaux futurs concernent l'extension de ce modèle aux robots multi-ddl et à l'étude de différentes transmissions. Enfin, une étude est en cours sur l'utilisation du modèle dans le cadre de la détection de collision en téléopération.

## REMERCIEMENTS

Nous remercions la société AREVA [22] pour la mise à disposition du robot Stäubli RX130L.

## REFERENCES

- [1] Atkeson C.G., An C.H. et Hollerbach J.M. Estimation of Inertial Parameters of Manipulator Loads and Links. *Int. J. of Robotics Research*, vol. 5, n° 3, pp. 101-119, 1986.
- [2] Swevers J., Ganseman C., Tüchel D.B., De Schutter J.D. et Van Brussel H. Optimal Robot excitation and Identification. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 13, n° 5, pp. 730-740, 1997.
- [3] Khosla P.K. et Kanade T. Parameter Identification of Robot Dynamics. Proc. 24<sup>th</sup> IEEE Conf. on Decision Control, Fort-Lauderdale, Floride, Etats-Unis, Décembre 1985.
- [4] Prüfer M., Schmidt C. et Wahl F. Identification of Robot Dynamics with Differential and Integral Models: A Comparison. Proc. 1994 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, San Diego, Californie, Etats-Unis, Mai 1994.
- [5] Rautent B., Bastin G., Campion G., Samin J.C. et Willems P.Y. Identification of Barycentric Parameters of Robotic Manipulators from External Measurements. *Automatica*, vol. 28, n° 5, pp. 1011-1016, 1992
- [6] Gautier M. Identification of robot dynamics. Proc. IFAC Symp. on Theory of Robots, Vienne, Autriche, Décembre 1986.
- [7] Gautier M. Dynamic identification of robots with power model. Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Albuquerque, Nouveau Mexique, Etats-Unis, Avril 1997.
- [8] Khalil W., Gautier M. et Lemoine P. Identification of the payload inertial parameters of industrial manipulators. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Rome, Italie, Avril 2007.
- [9] Kawasaki H. et Nishimura K. Terminal-link parameter estimation and trajectory control of robotic manipulators. *IEEE J. of Robotics and Automation*, vol. RA-4, n° 5, pp. 485-490, 1988.
- [10] Khalil W. et Dombre E. *Modeling, identification and control of robots*. Hermes Penton, Londres, 2002.
- [11] Gautier M. et Khalil W. Direct calculation of minimum set of inertial parameters of serial robots. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. RA-6, n° 3, pp. 368-373, 1990.
- [12] Gautier M. Numerical calculation of the base inertial parameters. *J. of Robotic Systems*, vol. 8, n° 4, pp. 485-506, 1991.
- [13] Gogoussis A. et Donath M. Determining the effects of Coulomb friction on the dynamics of bearings and transmissions in robot mechanisms. *J. of Mechanical Design*, vol. 115, pp. 231-240, 1993.
- [14] Dohring M.E., Lee E. et Newman W.S. A load-dependent transmission friction model: theory and experiments. Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Atlanta, Georgie, Etats-Unis, Mai 1993.
- [15] Pelchen C., Schweiger C. et Otter M. Modeling and simulation the efficiency of gearboxes and of planetary gearboxes. Proc. 2<sup>nd</sup> International Modelica Conference, Oberpfaffenhofen, Allemagne, Mars 2002.
- [16] Chaillet N., Abba G. et Ostertag E. Double dynamic modelling and computed-torque control of a biped robot. Proc. IEEE/RSJ/GI Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, 'Advanced Robotics Systems and the Real World', Munich, Allemagne, Septembre 1994.
- [17] Garrec P., Friconneau J.P., Measson Y. et Perrot Y. ABLE, an Innovative Transparent Exoskeleton for the Upper-Limb. IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, Nice, France, Septembre 2008.
- [18] Olsson H., Aström K.J., Canudas de Wit C., Gäfvert M. et Lischinsky P. Friction Models and Friction Compensation. *European Journal of Control*, vol 4, n°3, pp. 176-195, 1998.
- [19] Armstrong-Hélouvy B. *Control of machines with friction*. Springer, Boston, 1991
- [20] Swevers J., Al-Bender F., Ganseman C.G., et Prajogo T. An Integrated Friction Model Structure with Improved Presliding Behavior for Accurate Friction Compensation. *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 45, n°4, pp. 675-686, 2000.
- [21] Site internet de Mathworks, <http://www.mathworks.com/>
- [22] Site internet d'AREVA, <http://www.aveva.com/>
- [23] Site internet de Stäubli, <http://www.staubli.fr/>