



**HAL**  
open science

# Modèle d'optimisation basé sur le Vehicle-to-grid pour limiter l'impact des pics de consommation électrique sur la production

Yann Hermans, Bertrand Le Cun, Alain Bui

## ► To cite this version:

Yann Hermans, Bertrand Le Cun, Alain Bui. Modèle d'optimisation basé sur le Vehicle-to-grid pour limiter l'impact des pics de consommation électrique sur la production. 2011. ⟨hal-00577915⟩

**HAL Id: hal-00577915**

**<https://hal.science/hal-00577915v1>**

Submitted on 17 Mar 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Modèle d'optimisation basé sur le Vehicle-to-grid pour limiter l'impact des pics de consommation électrique sur la production

Y. Hermans, B. Le Cun, A. Bui

*Laboratoire PRiSM, CNRS/UMR-8144  
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines  
45, avenue des Etats-Unis  
78035 Versailles, France*

---

## Résumé

Dans ce travail, nous nous intéressons au problème d'optimisation d'énergie dans un contexte de Vehicle-to-grid (V2G). L'idée du V2G est d'exploiter les batteries présentes dans les véhicules électriques pour stocker de l'énergie. Le but est de décider, lorsqu'un véhicule est connecté à la smart-grid, si sa batterie va être chargée ou déchargée pour contribuer à la production électrique. Dès lors, un lissage de la courbe de production énergétique est envisageable et permet de limiter l'usage des centrales thermiques très polluantes en  $CO_2$ .

Des travaux ont étudié la viabilité économique du projet en se basant sur des moyennes temporelles sur de longues périodes de temps. De plus, cette approche est confortée par le fait qu'un véhicule reste inutilisé pendant 96% du temps en moyenne.

Nous considérerons ici que les véhicules électriques sont la propriété d'une société (ou institution) de location de véhicules appelée agrégateur. Dans ce cadre, nous proposons d'optimiser le lissage en modélisant le problème par un programme mathématique qui considère chaque véhicule individuellement, ce qui permet à la fois de déterminer les politiques de charge/décharge à appliquer à chaque véhicule, mais aussi de mesurer l'impact sur l'optimisation du ratio nombre de véhicule électriques par habitant.

*Mots-clés:* Optimisation d'énergie, Smart Grids, V2G, Vehicle-to-Grid, PLNE

---

## 1. Introduction

### 1.1. Développement durable et centrales énergétiques

L'être humain semble de plus en plus préoccupé par l'impact que peut avoir son existence sur l'environnement. Pour s'en convaincre, il suffit de constater que la scène politique s'empare régulièrement de sujets en rapport avec le développement durable et met en application des projets de loi tel le projet « Grenelle I » adopté le 23 Juillet 2009 (une seconde loi Grenelle est venue la renforcer le 12 Juillet 2010). Cette loi fixe des objectifs qui visent à réduire les rejets de dioxyde de carbone ( $CO_2$ ) en France d'ici l'horizon 2020; l'objectif final étant de diviser par 4 les émissions de gaz à effet de serre d'ici 2050 (relativement à 1990). Une des principales raisons d'être de ces mesures est que le principal gaz responsable de l'effet de serre n'est autre que le dioxyde de carbone; suivi par le méthane ( $CH_4$ ), les chlorofluorocarbures ( $CFC$ ), l'ozone troposphérique ( $O_3$ ) et l'oxyde de diazote ( $N_2O$ ). De plus, une importante émission de  $CO_2$  provient de la libération des gaz de combustion des centrales thermiques (fioul, gaz et charbon). La FIGURE 1 illustre ce propos.

---

*Adresse email:* [yann.hermans@prism.uvsq.fr](mailto:yann.hermans@prism.uvsq.fr) (Y. Hermans)

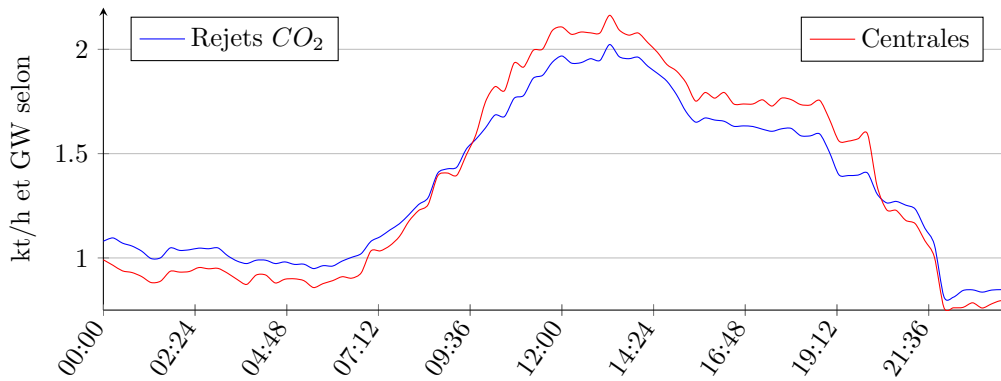


FIGURE 1: Rejets  $CO_2$  et centrales thermiques en France le 19/06/2010

Non seulement source de production de  $CO_2$ , ces centrales sont aussi une source de pollution thermique de l'eau puisque celle utilisée pour leur refroidissement peut être amenée à transporter des matières en suspension (métaux lourds, acides, produits alcalins, ammoniac, huile, ...). Dès lors, dans un contexte de développement durable, il paraît intéressant de limiter l'exploitation de ces centrales. Malheureusement cette mesure n'est pas simple à mettre en oeuvre puisque ces centrales représentaient, en 2006, quelques 66% de la production d'électricité mondiale.

## 1.2. Exploitation intelligente des centrales

Peut-on, à l'heure actuelle, se passer de ces centrales thermiques si polluantes ? Pour essayer d'apporter une réponse à cette question, imaginons que, pendant une journée, nous devons subvenir aux besoins en électricité de la France (FIGURE 2) sans utiliser les centrales thermiques à notre disposition.

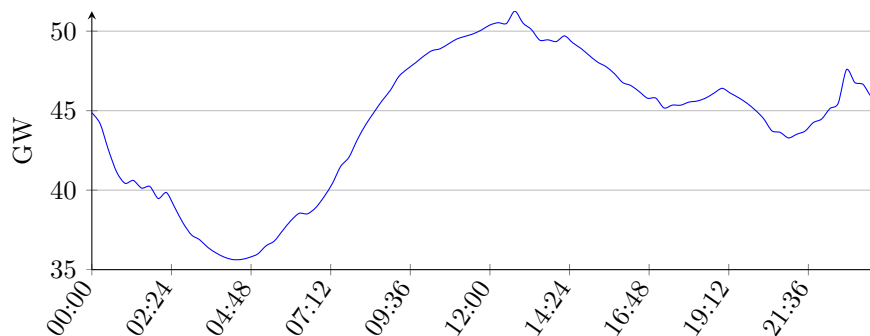


FIGURE 2: Production utile de la France le 19/06/2010

Dans ce cas, l'énergie à produire ne pourra provenir que des centrales nucléaires et des énergies renouvelables. A savoir que ces dernières ne peuvent pas suffire à produire les quelques dizaines de gigawatts (GW) qu'il faut délivrer à chaque instant. C'est pourquoi nous n'avons d'autre choix que d'exploiter les centrales nucléaires, qui ont, malheureusement, une lourde contrainte de production liée à leurs règles de sécurité. En effet, ces centrales ne peuvent faire varier leur production d'électricité (*montée en charge*) que de 3% de leur charge nominale par heure (confère les règles générales d'exploitation RGE).

L'utilisation exclusive de centrales nucléaires pour répondre aux besoins nationaux est illustré par la FIGURE 3, et tente de montrer que la limitation de variation de production de ces centrales les oblige à surproduire, et donc, à générer une perte d'énergie considérable dont on ne pourrait raisonnablement stocker qu'une infime partie (en remontant une partie de l'eau issue de barrages hydroélectriques).

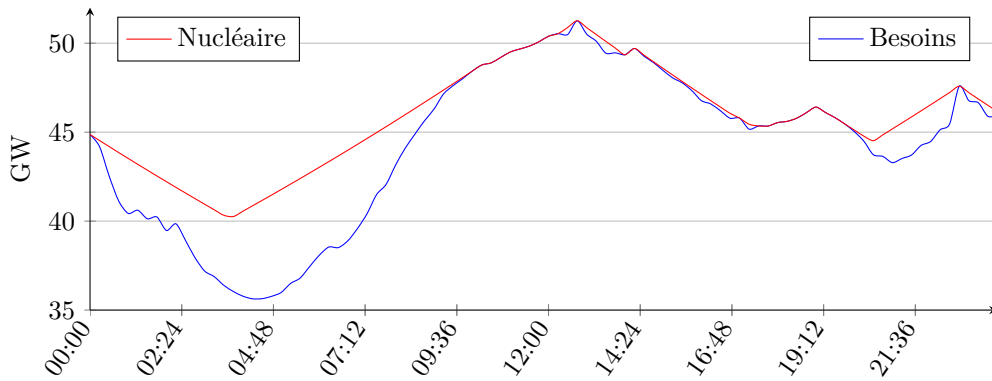


FIGURE 3: Couvrir la demande du 19/06/2010 par des centrales nucléaires

Le problème ne provient donc pas seulement de la limite de montée en charge des centrales nucléaires, mais aussi du fait que des pics de consommation trop abrupts se produisent. Habituellement ces pics sont compensés par les centrales thermiques qui, elles, peuvent avoir une montée en charge très rapide. Malheureusement, en sous-produisant au moyen de centrales nucléaires, les énergies renouvelables ne suffisent pas non plus à compenser lors des pics de consommation. De plus la production d'énergie solaire et éolienne est très aléatoire car principalement dépendante des conditions climatiques. Ainsi, en l'état actuel, les centrales thermiques sont toujours nécessaires à notre production si l'on ne s'autorise pas à surproduire et donc à gaspiller de l'énergie.

Nous voici donc, pour produire de l'électricité, confronté à 3 problèmes : la production d'énergie durable ératique, la montée en charge des centrales nucléaires très faible et la forte pollution en  $CO_2$  des centrales thermiques. Dès lors, pour pallier aux inconvénients des différents moyens de production, les réseaux de distribution d'électricité doivent jongler entre l'exploitation de leurs différentes centrales de façon intelligente ; on désigne alors ces réseaux de « *Smart Grids* », ce que l'on pourrait traduire par « réseaux intelligents ».

Afin de leur permettre une plus large marge de manœuvre, de nouveaux concepts ont vu le jour, en particulier les concepts de « *Vehicle-to-grid* » ( $V2G$ ) et de « *Grid-to-vehicle* » ( $G2V$ ). Le  $G2V$  consiste en le stockage de l'énergie surproduite dans des batteries de véhicules électriques tandis que le  $V2G$  propose de réinjecter, dans les réseaux de distribution, l'électricité précédemment stockée. Par abus de langage on fait souvent référence au terme  $V2G$  pour évoquer ces 2 idées. Partant ce là, l'énergie qui pourrait être surproduite par les centrales nucléaires pourrait être stockée puis restituée lors des pics de consommation. Ceci permettrait alors de limiter l'usage des centrales thermiques. On comprend alors qu'il peut être difficile de déterminer quelles centrales mettre en route, à quelle puissance, à quel instant et, de déterminer quand charger et décharger chaque véhicule pour satisfaire les besoins de consommation et, limiter au mieux l'impact carbone.

### 1.3. Problématique et état de l'art

Nous avons vu qu'un moyen de limiter les émissions de  $CO_2$  dans l'atmosphère était de limiter l'usage des centrales thermiques. Comme leur suppression n'est pas envisageable (surproduction), nous souhaitons en restreindre l'usage (induit par les pics de consommation) en stockant de l'énergie en dehors des pics de consommation pour finalement la réinjecter lors des pics. Nous aimerions ainsi rendre la plus « lisse » possible (dans un sens à définir) la courbe de production d'un réseau de distribution d'électricité en se basant sur des estimations des besoins de consommation. Cette façon d'envisager le problème est soutenu par le fait qu'en moyenne, les véhicules sont inutilisés 95% du temps [2] et que, les pics de consommation d'électricité ne se produisent pas en même temps que les pics d'utilisation des véhicules. Un modèle hiérarchique défendu dans [5] propose de considérer une société ou institution proposant des locations de véhicules électriques (on parle alors d'*agrégateur*). Un contrat liant l'agrégateur et le producteur d'électricité permet au premier la charge et la décharge de ses véhicules au sein du réseau électrique. D'autres études [1, 2] ont proposé d'estimer la viabilité économique de ce modèle au moyen

d'estimations considérant des moyennes temporelles sur de grandes plages de temps (mois, année). Un étude plus fine à été menée [4] proposant de partir de courbes de consommation données pour déterminer quand doivent être mises en places les différentes stratégies de stockage et déstockage. Cependant, cette étude ne considère l'ensemble des véhicules électriques que comme un seul et unique véhicule doté d'une gigantesque batterie devant toujours être chargée à au moins 50% de sa capacité. Dans ce contexte, on ne peut pas étudier les politiques de charge/décharge à adopter pour chaque véhicule, ni considérer précisément les réservations qui portent sur ces véhicules. Dès lors, puisque les décisions que doit prendre l'agrégateur dépendent fortement du service qu'il doit rendre aux usagers de ses véhicules, il est important de prendre en compte les réservations des usagers, ainsi que l'état de charge de chacun des véhicules.

C'est pourquoi dans ce rapport de recherche, nous nous sommes efforcés de construire un modèle capable de considérer les réservations de véhicules tout en cherchant à « lisser » la courbe de production d'électricité.

## 2. « Quelques » notations

### 2.1. Courbe de consommation

Une des premières informations à modéliser est la courbe de consommation en électricité sur la période d'étude choisie. Nous considérerons que cette courbe est discrétisée sur une subdivision régulière de  $p$  intervalles délimités par les temps  $t_1, t_2, \dots, t_{p+1}$ . Ce faisant, la durée entre deux temps consécutifs sera notée  $\tau$  et la  $k^{\text{ème}}$  valeur discrétisée de la courbe exprimée en Watt [W]) sera notée  $G_k$  (Exemple en FIGURE 4). Pour faciliter certaines écritures, nous poserons  $\mathcal{K} = \{1, \dots, p\}$ .

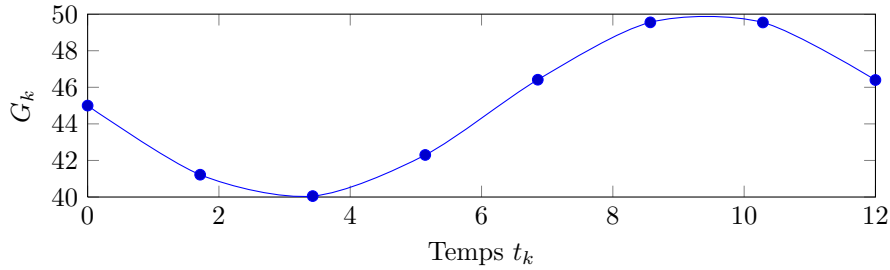


FIGURE 4: Exemple de discrétisation avec  $p=7$

De plus on caractérisera la courbe de production du réseau électrique par les valeurs  $F_1, F_2, \dots, F_{p+1}$  analogues aux  $G_k$ . Ces valeurs seront donc fonction des décisions de charge et de décharge des véhicules électriques.

### 2.2. Parc de l'agrégateur

L'agrégateur est la société ou l'institution qui met à disposition des véhicules électriques pour ses clients.  $\mathcal{V}$  sera l'ensemble des véhicules de son parc et  $n = \text{Card}(\mathcal{V})$  leur nombre. Nous pouvons à présent définir les éléments caractéristiques de ces véhicules :

- $C_{v,k}^{\text{eff}}$  sera la charge contenue par le véhicule  $v$  au temps  $t_k$  (charge effective)
- $C_v^{\text{max}}$  sera la charge maximale que peut contenir la batterie du véhicule  $v$
- $C^{\text{max}} = \sum_{v \in \mathcal{V}} C_v^{\text{max}}$  sera donc la capacité d'énergie maximale de stockage de l'agrégateur

A noter que la charge initiale de chaque véhicule  $C_{v,1}^{\text{eff}}$  pourra être fixée ou rendue variable.

Définissons aussi les constantes suivantes :

- $c_{v,\tau}^-$  qui, à la batterie du véhicule  $v$ , associe la charge maximale en  $Wh$  qu'il est possible de lui extraire pendant une durée  $\tau$ .
- $c_{v,\tau}^+$  son homologue associant cette fois la charge maximale qu'il est possible de lui ajouter au bout de la même durée.

### 2.3. Échanges d'énergie

Nous allons à présent modéliser les échanges d'énergie entre la « Smart Grid » et les véhicules de l'agrégateur comme le schématise la FIGURE 5. Nous considérerons tout d'abord que l'agrégateur dispose d'une entité décisionnelle appelée « *unité de contrôle* » qui se chargera de répartir l'énergie entre le réseau d'électricité et les véhicules de l'agrégateur.

L'échange d'énergie entre l'unité de contrôle et le véhicule  $v$  de l'agrégateur sur l'intervalle de temps  $[t_k, t_{k+1}]$  sera alors quantifiée par la variable  $E_{v,k}^{A2V}$  et s'exprimera en Watt-heure  $[Wh]$ . Cette variable contiendra une valeur positive lorsque l'échange aura lieu de l'unité de contrôle vers le véhicule  $v$  et négative lorsque le transfert aura lieu dans le sens inverse.

Concernant les échanges d'énergie de la Grid vers l'unité de contrôle, ils seront, sauf mention contraire, quantifiés par les variables positives  $E_k^{G2A}$ . Les variables positives  $E_k^{A2G}$  exprimeront alors les transferts d'énergie de l'unité de contrôle vers le réseau de distribution.

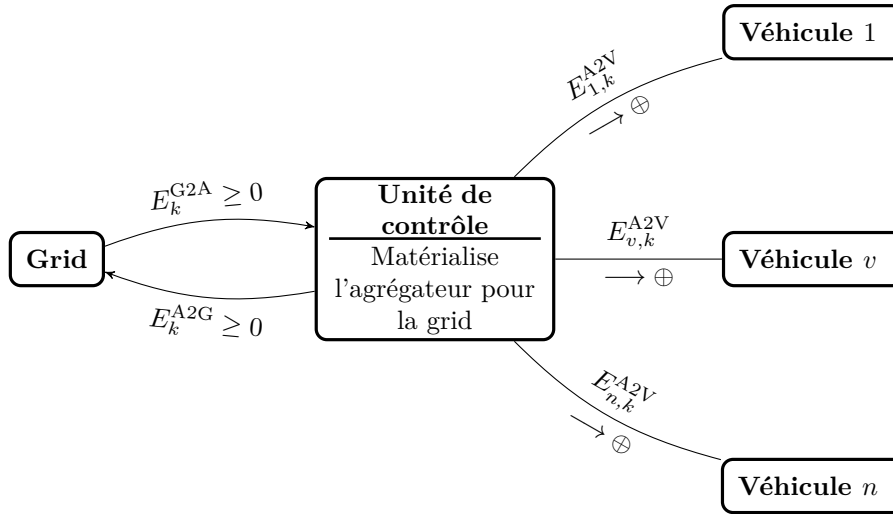


FIGURE 5: Schématisation des échanges énergétiques

L'intérêt d'avoir mis deux variables positives pour exprimer les échanges entre le réseau de distribution et l'unité de contrôle est, de pouvoir exprimer simplement les coûts et gains liés à l'électricité qu'ils échangent. En effet, ces coûts ne sont pas, en règle générale, symétriques.

Nous noterons alors  $a_k^-$  le coût d'achat d'un  $Wh$  d'électricité au réseau de distribution entre les instants  $t_k$  et  $t_{k+1}$ , et  $a_k^+$  son coût de vente. Ceci présuppose que les coûts d'achats et de vente d'électricité sont considérés comme constants sur  $[t_k, t_{k+1}]$  (hypothèse d'autant plus faible que  $\tau$  est petit).

On considèrera de plus que l'agrégateur peut imposer qu'un certain bénéfice  $b$  soit réalisé de par l'échange d'énergie avec le réseau de distribution. Lorsque  $b$  est choisi positif, ce gain pourra être reporté sur les locations de véhicules. A l'inverse, lorsque  $b$  sera choisi négatif, le prix des locations de véhicules pourra être revu à la hausse, ce qui dans ce cas autorise une plus grande marge de manœuvre pour « lisser » la courbe.

Sauf mention contraire, toutes les variables seront considérées comme étant réelles.

### 2.4. Réservations

On considère que l'agrégateur dispose d'une liste de réservations de ses véhicules. Donnons l'exemple d'une telle liste pour un parc de 4 véhicules (choisis identiques) :

Demande n°	Début de location	Fin de location	Réservation
1	10h	14h	18 kWh
2	8h	10h	4 kWh
3	18h	20h	10 kWh
4	14h	18h	6 kWh
5	8h	14h	24 kWh
6	12h	16h	12 kWh

En considérant que la période d'étude commence à  $t_1 = 6h$  et termine à  $t_8 = 22h$  (soit un pas  $\tau$  de 2h), nous pouvons en déduire un planning de réservation des véhicules possible pour chaque plage horaire :

$v \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7
1			18				10
2		4				6	
3			24				
4				12			

Ainsi, en général, plusieurs plannings de réservation de véhicules sont envisageables pour une même liste de réservation (on voit bien que la réservations de 24 kWh et celle de 18 kWh auraient pu être permutées).

Dès lors, la question se pose de savoir si une liste de réservations est ou non *compatible* avec le parc de l'agrégateur ; c'est-à-dire de savoir s'il est possible, étant donné le nombre de véhicules de l'agrégateur et leurs spécificités, de trouver un planning de réservation le représentant. En effet, si l'on ne dispose que d'un seul véhicule et que 2 clients souhaitent le louer sur des plages de temps non disjointes, un problème va se poser.

De plus, savoir si oui ou non un véhicule peut réaliser le planning de réservations qui lui a été attribué avec ses capacités intrinsèques est un autre problème. Par exemple un véhicule ayant une batterie de 25 kWh ne pourra pas assurer une course de 30 kWh, ni deux courses suffisamment rapprochées de 15 kWh chacune.

On dira qu'un planning est *réalisable* lorsqu'il n'est pas sujet à ces deux types de problèmes. Une liste de réservations pour laquelle il existe un planning réalisable sera dite de réalisable.

Un véhicule chargé initialement à 20kWh ne pourra pas non plus accomplir un service de 25kWh sans un certain temps de charge. On se placera alors toujours dans le cas où les charges initiales des véhicules  $C_{v,1}^{\text{eff}}$ , lorsqu'elles sont fixées, sont toujours suffisantes pour assurer les réservations auxquelles on les soumet.

Nous supposons alors que seul des plannings cohérents seront fournis par l'agrégateur.

Une fois ce planning obtenu, nous en déduirons deux tableaux. Le premier tableau  $D_{v,k}$  est le tableau des disponibilités des véhicules défini par :

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K}, D_{v,k} = \begin{cases} 1 & \text{si le véhicule } v \text{ est disponible entre } t_k \text{ et } t_{k+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ce qui donne avec notre exemple le tableau :

$D_{v,k}$	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	0	0	1	1	0
2	1	0	1	1	0	0	1
3	1	0	0	0	1	1	1
4	1	1	1	0	0	1	1

Puis un second tableau  $R_{v,k}$  ( $n$  lignes,  $p + 1$  colonnes), qui représentera la charge réservée par les clients. Lorsque le véhicule  $v$  est censé partir à l'instant  $t_k$ , la cellule  $R_{v,k}$  du tableau contiendra la valeur de la charge attendue par le client pour ce départ. Le cas échéant, la cellule contiendra la valeur 0.

D'où, dans le cas de notre exemple :

$R_{v,k}$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	18	0	0	0	10	0
2	0	4	0	0	6	0	0	0
3	0	24	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	12	0	0	0	0

### 3. Construction de fonctions objectif

#### 3.1. Ce que l'on souhaite minimiser

L'objectif est, comme expliqué précédemment, de « lisser » la courbe de production d'électricité produite en exploitant la capacité de stockage d'énergie que représentent les véhicules électriques de l'agrégateur (représentée par les variables  $F_k$ ) pour restreindre l'emploi des centrales thermiques. Cette stratégie de lissage permet de rester non intrusif vis-à-vis du réseau de production (on ne lui précise pas quelles sont les centrales qu'il doit mettre en route et quand). Le facteur qui nous intéresse ici est de limiter la production de  $CO_2$  liée à un accroissement du besoin de consommation que les sources d'énergie non thermiques ne peuvent satisfaire à elles seules. De plus la principale limitation des centrales nucléaires porte sur la pente de leur courbe de production. Dès lors, il semble important de prendre en considération les pentes de la courbe de production. Une seconde approche peut consister à limiter les variations d'énergie (aire) produites lors de deux laps de temps consécutifs.

#### En terme de pente

La pente de la courbe finale entre les instants  $t_k$  et  $t_{k+1}$  est donnée par  $\frac{F_{k+1} - F_k}{\tau}$ . On s'intéressera alors à limiter cette pente (en valeur absolue). Une autre approche peut être de donner plus de *régularité* à la courbe, c'est-à-dire que les variations des pentes consécutives restent faibles. Il serait donc dans ce cas question de minimiser les quantités :

$$\frac{F_{k+2} - F_{k+1}}{\tau} - \frac{F_{k+1} - F_k}{\tau} = \frac{F_{k+2} - 2.F_{k+1} + F_k}{\tau}$$

#### En terme d'aire

L'aire de la courbe de production à l'issue de l'optimisation sur  $[t_k, t_{k+1}]$  correspond à l'énergie produite par la centrale pendant ce même laps de temps et est donnée par la formule :  $\tau.(F_k + F_{k+1})/2$ . Ainsi une stratégie pourrait être de restreindre les écarts entre les aires consécutives mais ceci serait fort problématique. Il suffit pour s'en convaincre de regarder la figure ci-après qui illustre une courbe de production donnant naissance à de forts rejets en  $CO_2$  alors que la variation des aires consécutives est nulle !

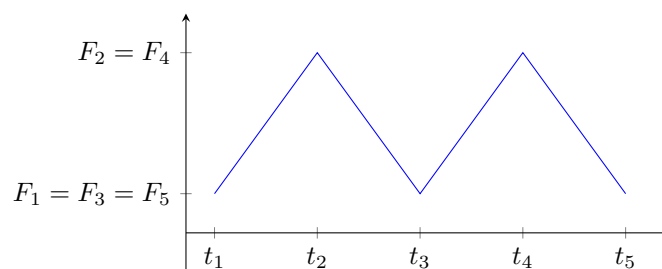


FIGURE 6: Fonction en dent de scie

### 3.2. Contrôle de ces grandeurs

Nous avons vu quelles sont les différentes grandeurs que nous pourrions essayer de minimiser (en valeur absolue) et dans chaque cas il est donc question de minimiser  $p$  ou  $p - 1$  termes. Malheureusement, lors d'une optimisation, minimiser plusieurs termes a du sens s'il existe un moyen de minimiser chacun des termes pour la même valeur du domaine induit par les contraintes du problème ; ce qui est très rare. Si l'on souhaite minimiser les grandeurs  $x$  et  $y$  tel que  $x + y \geq 2$ , avec  $x, y \geq 0$ , on voit qu'il est possible pour  $x$  et pour  $y$  d'atteindre leur valeur minimale admissible sur le domaine : 0, mais pas simultanément. On voit donc qu'il n'est pas toujours possible de minimiser chaque valeur indépendamment l'une de l'autre. Ceci dépend donc fortement des contraintes du problème à traiter.

Il nous faut donc trouver un compromis pour réussir à définir un sens à la notion de minimisation de plusieurs valeurs en même temps. C'est pourquoi j'ai eu recours à l'usage de normes d'espace vectoriel puisqu'elles permettent de donner une unique valeur (leur norme), à un ensemble de plusieurs termes exprimé comme composantes d'un vecteur.

Rappelons alors quelques normes usuelles : Si nous avons  $d$  valeurs réelles à minimiser alors nous pouvons considérer  $\mathbb{R}^d$  comme un  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel de dimension  $d$  qui peut être muni des normes  $\|\cdot\|_1, \|\cdot\|_2, \dots, \|\cdot\|_\infty$  ainsi définies :

$$\forall m \in \mathbb{N}^*, \forall x \in \mathbb{R}^d, \|x\|_m = \sqrt[m]{\sum_{i=1}^d |x_i|^m} \text{ et } \|x\|_\infty = \max_{i \in \{1, 2, \dots, d\}} |x_i|$$

avec  $x_1, x_2, \dots, x_d$  les composantes du vecteur  $x$ .

On se référera à l'excellent ouvrage [10] pour plus de précision.

A noter que comme les fonctions racine  $m^{\text{ième}}$  sont strictement croissantes sur  $\mathbb{R}$ , on peut pour une minimisation les occulter dans la mesure où ce qui intéresse est de trouver un point réalisant la valeur minimum. Il est donc possible (et recommandé) de faire abstraction des fonctions racines au sein des fonctions objectif.

### 3.3. Proposition de fonctions objectif

Finalement, les fonctions objectif que nous retiendrons seront les suivantes :

	$\ \cdot\ _m^m$	$\ \cdot\ _\infty$
Pente	$\sum_{k=1}^p  F_{k+1} - F_k ^m$	$\max_{k \in \{1, 2, \dots, p\}}  F_{k+1} - F_k $
Régularité	$\sum_{k=1}^{p-1}  F_{k+2} - 2.F_{k+1} + F_k ^m$	$\max_{k \in \{1, 2, \dots, p-1\}}  F_{k+2} - 2.F_{k+1} + F_k $

## 4. Contraintes

### 4.1. Première modélisation

#### 4.1.1. Avec des contraintes quadratiques

Donnons une première modélisation des contraintes pour notre problème :

$$\forall k \in \mathcal{K}, \quad \frac{\tau.(F_k + F_{k+1})}{2} = \frac{\tau.(G_k + G_{k+1})}{2} + E_k^{\text{G2A}} - E_k^{\text{A2G}} \quad (1.1)$$

$$\forall k \in \mathcal{K} \cup \{p+1\}, \quad F_k \geq 0 \quad (1.2)$$

$$\forall k \in \mathcal{K}, \quad E_k^{\text{G2A}} = \sum_{v \in \mathcal{V}} E_{v,k}^{\text{A2V}} + E_k^{\text{A2G}} \quad (1.3)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K}, \quad C_{v,k+1}^{\text{eff}} = C_{v,k}^{\text{eff}} + E_{v,k}^{\text{A2V}} - R_{v,k} \quad (1.4)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K} \cup \{p+1\}, \quad R_{v,k} \leq C_{v,k}^{\text{eff}} \leq C_v^{\text{max}} \quad (1.5)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K}, \quad -D_{v,k} \cdot c_{v,\tau}^- (C_{v,k}^{\text{eff}}) \leq E_{v,k}^{\text{A2V}} \leq c_{v,\tau}^+ (C_{v,k}^{\text{eff}}) \cdot D_{v,k} \quad (1.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} (-a_k^- \cdot E_k^{\text{G2A}} + a_k^+ \cdot E_k^{\text{A2G}}) \\ \forall k \in \mathcal{K}, \quad E_k^{\text{A2G}} \cdot E_k^{\text{G2A}} = 0 \\ \forall k \in \mathcal{K}, \quad E_k^{\text{A2G}}, E_k^{\text{G2A}} \geq 0 \end{array} \right. \quad (1.7)$$

où la contrainte :

- (1.1) exprime que la quantité d'énergie que devra produire le réseau de distribution sur chacun des intervalles de temps  $[t_k, t_{k+1}]$  correspond à la quantité d'énergie nécessaire pour satisfaire les besoins de consommation, ajoutée à l'énergie consommée par l'agrégateur pour ses véhicules et retranchée à l'énergie fournie par l'agrégateur.
- (1.2) assure que le réseau de distribution ne reçoive jamais d'électricité dont il ne saurait que faire. Cette contrainte très faible vu les grandeurs mis en oeuvre peut être occultée.
- (1.3) traduit la loi de conservation de l'énergie au sein de l'unité de contrôle (voir FIGURE 5).
- (1.4) décrit l'évolution de charge des véhicules entre le temps  $t_k$  et le temps  $t_{k+1}$  en prenant en considération l'énergie liée aux échanges avec le réseau de distribution, et l'énergie consommée par les clients. On fait donc ici l'hypothèse que chaque client utilise toute l'énergie qu'il a réservé.
- (1.5) contraint la charge de tout véhicule  $v$  à être supérieure aux attentes des clients sans jamais dépasser sa capacité maximale.
- (1.6) impose que seuls les véhicules disponibles chez l'agrégateur (décrits par les valeurs de  $D_{v,k}$ ) puissent être chargés/déchargés d'une quantité d'énergie comprise entre  $c_{v,\tau}^- (C_{v,k}^{\text{eff}})$  et  $c_{v,\tau}^+ (C_{v,k}^{\text{eff}})$ ; grandeurs indiquant les quantités d'énergie maximale que l'on peut adjoindre (resp. retirer) à la batterie du véhicule  $v$  pendant une durée  $\tau$ .
- (1.7) contraint d'abord le gain de l'agrégateur à être supérieur à  $b$ . Ce gain n'inclut pas les gains et pertes liés à la location et à l'entretien des voitures. Puis, contraint les échanges d'énergie entre la « Smart Grid » et l'agrégateur à n'avoir lieu que dans un sens sur chaque  $[t_k, t_{k+1}]$ . Pourrait alors être pris en compte dans ce gain, la quantité d'électricité utilisée par les client, la quantité d'énergie restant dans les batteries à la fin de la journée ainsi que la charge initiale de celles-ci. A noter que le choix du sens de ces transferts d'énergie peut être laissé au réseau de distribution qui est le plus à même, de par la connaissance de son réseau de production, à les déterminer.

Malheureusement ce domaine délimité par les contraintes n'est pas satisfaisant car non convexe en raison de l'équation quadratique  $E_k^{\text{A2G}} \cdot E_k^{\text{G2A}} = 0$  du bloc de contraintes (1.7); mais cette formulation des contraintes rend l'expression du bénéfice de l'agrégateur simple à exprimer.

#### 4.1.2. Reformulation avec des contraintes linéaires et des variables binaires

Une reformulation de la contrainte quadratique de (1.7) peut être reformulée (voir (2.7)) assez facilement au moyen de variables binaires en s'inspirant de la contrainte (1.6) qui permettait de contraindre une variable à prendre une valeur nulle.

$$\forall k \in \mathcal{K}, \quad \frac{\tau \cdot (F_k + F_{k+1})}{2} = \frac{\tau \cdot (G_k + G_{k+1})}{2} + E_k^{\text{G2A}} - E_k^{\text{A2G}} \quad (2.1)$$

$$\forall k \in \mathcal{K} \cup \{p+1\}, \quad F_k \geq 0 \quad (2.2)$$

$$\forall k \in \mathcal{K}, \quad E_k^{\text{G2A}} = \sum_{v \in \mathcal{V}} E_{v,k}^{\text{A2V}} + E_k^{\text{A2G}} \quad (2.3)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K}, \quad C_{v,k+1}^{\text{eff}} = C_{v,k}^{\text{eff}} + E_{v,k}^{\text{A2V}} - R_{v,k} \quad (2.4)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K} \cup \{p+1\}, \quad R_{v,k} \leq C_{v,k}^{\text{eff}} \leq C_v^{\text{max}} \quad (2.5)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K}, \quad -D_{v,k} \cdot c_{v,\tau}^- (C_{v,k}^{\text{eff}}) \leq E_{v,k}^{\text{A2V}} \leq c_{v,\tau}^+ (C_{v,k}^{\text{eff}}) \cdot D_{v,k} \quad (2.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} (-a_k^- \cdot E_k^{\text{G2A}} + a_k^+ \cdot E_k^{\text{A2G}}) \\ \forall k \in \mathcal{K}, \quad 0 \leq E_k^{\text{A2G}} \leq r_k \cdot C^{\text{max}} \\ \forall k \in \mathcal{K}, \quad 0 \leq E_k^{\text{G2A}} \leq (1 - r_k) \cdot C^{\text{max}} \\ \forall k \in \mathcal{K}, \quad r_k \in \{0, 1\} \end{array} \right. \quad (2.7)$$

Cette reformulation directe est satisfaisante vu l'expression du problème de départ. Cependant nous allons dans les deux sections suivantes reformuler le problème différemment afin de pouvoir modéliser un cas plus général encore.

#### 4.1.3. Reformulation au moyen de fonctions continues affines par morceaux

Débutons cette fois par une reformulation intermédiaire qui servira pour obtenir le modèle de la section suivante.

Pour reformuler la contrainte (1.7) et donc se débarrasser de toute contrainte quadratique, nous allons, au lieu de considérer les transferts d'énergie entre l'agrégateur et la « Smart Grid » au moyen de deux variables, l'exprimer au moyen d'une seule variable comme c'est déjà le cas pour les transferts entre l'agrégateur et ses véhicules (voir FIGURE 7).

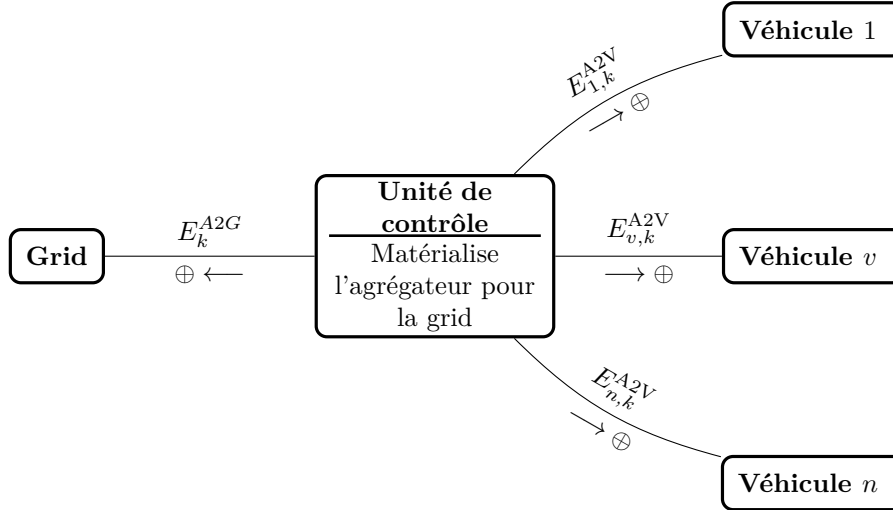
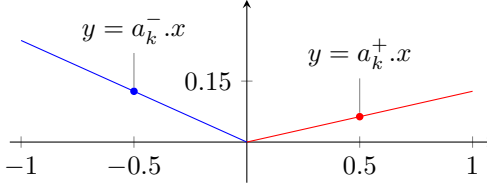


FIGURE 7: Schématisation des échanges énergétiques

Cette nouvelle schématisation des échanges énergétiques impose une reformulation des contraintes (1.1), (1.3) et (1.7), seulement cette dernière contrainte nécessite l'introduction de fonctions continues affines par morceaux pour être reformulée.

Définissons alors la famille  $(f_k)_k$  de fonctions continues affines par morceaux comme suit :

$$\forall k \in \mathcal{K}, f_k(x) = \begin{cases} a_k^- \cdot x & \text{si } x \leq 0 \\ a_k^+ \cdot x & \text{sinon} \end{cases}$$


Remarque : cette fonction calcule le gain algébrique des ventes de  $x$  unités d'énergie par et pour l'agrégateur entre les temps  $t_k$  et  $t_{k+1}$ .

Dès lors, nous pouvons enfin reformuler les contraintes, ce qui nous donne :

$$\forall k \in \mathcal{K}, \quad \frac{\tau \cdot (F_k + F_{k+1})}{2} = \frac{\tau \cdot (G_k + G_{k+1})}{2} - E_k^{\text{A2G}} \quad (3.1)$$

$$\forall k \in \mathcal{K} \cup \{p+1\}, \quad F_k \geq 0 \quad (3.2)$$

$$\forall k \in \mathcal{K}, \quad 0 = \sum_{v \in \mathcal{V}} E_{v,k}^{\text{A2V}} + E_k^{\text{A2G}} \quad (3.3)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K}, \quad C_{v,k+1}^{\text{eff}} = C_{v,k}^{\text{eff}} + E_{v,k}^{\text{A2V}} - R_{v,k} \quad (3.4)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K} \cup \{p+1\}, \quad R_{v,k} \leq C_{v,k}^{\text{eff}} \leq C_v^{\text{max}} \quad (3.5)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K}, \quad -D_{v,k} \cdot c_{v,\tau}^- (C_{v,k}^{\text{eff}}) \leq E_{v,k}^{\text{A2V}} \leq c_{v,\tau}^+ (C_{v,k}^{\text{eff}}) \cdot D_{v,k} \quad (3.6)$$

$$b \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} f_k(E_k^{\text{A2G}}) \quad (3.7)$$

Cette fois les fonctions continues affines par morceaux vont pouvoir être reformulées au moyen de contraintes linéaires et de variables entières.

#### 4.1.4. Reformulation étendue comportant des contraintes linéaires et des variables binaires

Si l'on se réfère à l'ouvrage [11], on y trouve un moyen de reformuler les fonctions continues affines par morceaux définies sur un segment de  $\mathbb{R}$  au moyen de quelques contraintes linéaires, de quelques variables réelles et d'autres binaires.

En reformulant ainsi la contrainte (3.7) qui est la seule nécessitant une reformulation, nous sommes ramenés au jeu de contraintes suivantes :

$$\forall k \in \mathcal{K}, \quad \frac{\tau \cdot (F_k + F_{k+1})}{2} = \frac{\tau \cdot (G_k + G_{k+1})}{2} - E_k^{\text{A2G}} \quad (4.1)$$

$$\forall k \in \mathcal{K} \cup \{p+1\}, \quad F_k \geq 0 \quad (4.2)$$

$$\forall k \in \mathcal{K}, \quad 0 = \sum_{v \in \mathcal{V}} E_{v,k}^{\text{A2V}} + E_k^{\text{A2G}} \quad (4.3)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K}, \quad C_{v,k+1}^{\text{eff}} = C_{v,k}^{\text{eff}} + E_{v,k}^{\text{A2V}} - R_{v,k} \quad (4.4)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K} \cup \{p+1\}, \quad R_{v,k} \leq C_{v,k}^{\text{eff}} \leq C_v^{\text{max}} \quad (4.5)$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K}, \quad -D_{v,k} \cdot c_{v,\tau}^- (C_{v,k}^{\text{eff}}) \leq E_{v,k}^{\text{A2V}} \leq c_{v,\tau}^+ (C_{v,k}^{\text{eff}}) \cdot D_{v,k} \quad (4.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} a_k^- \cdot y_k^- + a_k^+ \cdot y_k^+ \\ \forall k \in \mathcal{K}, \quad E_k^{\text{A2G}} = y_k^- + y_k^+ \\ \forall k \in \mathcal{K}, \quad -C^{\text{max}} \cdot x_k^- \leq y_k^- \leq 0 \\ \forall k \in \mathcal{K}, \quad 0 \leq y_k^+ \leq C^{\text{max}} \cdot x_k^+ \\ \forall k \in \mathcal{K}, \quad x_k^- + x_k^+ = 1 \\ \forall k \in \mathcal{K}, \quad x_k^-, x_k^+ \in \{0, 1\} \end{array} \right. \quad (4.7)$$

On aboutit à un modèle dont les contraintes sont linéaires et comprenant à la fois des variables réelles mais aussi des variables binaires. Ce modèle est très proche du modèle obtenu au 4.1.2 mais la démarche permet cette fois une généralisation. Nous avons considéré jusque là une courbe de coût relativement simple mais nous pouvons à présent considérer des courbes de coût plus élaborées (Exemple FIGURE 8).

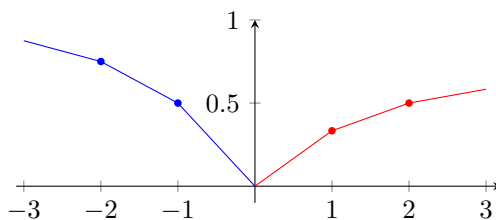


FIGURE 8: Courbe de coûts  $f_k$

Désormais il peut être envisagé n'importe quelle fonction continue en l'approximant par une fonction continue affine par morceaux. De plus, ceci est toujours possible quelle que soit la précision que l'on se fixe (Confère [10]).

## 4.2. Modèle affaibli au moyen d'un pré-traitement

Un moyen de se débarrasser des variables binaires rencontrées lors des reformulations est d'effectuer un pré-traitement ayant pour but de fixer le sens de transfert au moyen d'une heuristique.

Une première heuristique consiste à effectuer une première résolution du programme mathématique sans les contraintes imposant que le transfert d'énergie ne s'effectue que dans un sens sur chaque  $[t_k, t_{k+1}]$ . A l'issue, on impose le sens de l'échange énergétique prépondérant comme le sens de transfert autorisé, et ce pour chaque intervalle de temps.

Une deuxième heuristique pourrait, à partir de la droite moyenne de la courbe des besoins de consommation sur la durée d'étude, considérer que les transferts se font du réseau de distribution vers l'agrégateur (respectivement dans le sens inverse) lorsque les besoins sont inférieurs (respectivement supérieurs) à la courbe moyenne.

## 5. Jeu de données

Pour les résolutions, l'étude portera sur une journée de 24h. Comme le montre la FIGURE 9, les réservations de l'agrégateur seront très faibles de minuit à 7h, fortes entre 7h et 9h, modérées de 9h à 16h, à nouveau fortes entre 16h et 18h, puis diminueront progressivement. Cette tendance est décrite par [3] pour les jours de la semaine.

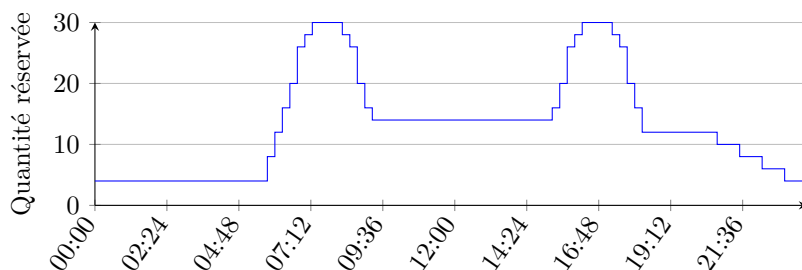


FIGURE 9: Réservations de véhicules

Concernant les courbes des besoins en électricité en France, nous exploiterons les données du 19/06/2010 fournies par le site internet de la société RTE. Nous choisirons un pas  $\tau$  de 15 minutes correspondant

à la précision de ces données. Nous ramènerons dans un premier temps ces données à l'échelle de la ville de Saint-Quentin-en-Yvelines au moyen d'un produit en croix sur le nombre d'habitants ; et nous considérerons que l'agrégateur dispose de 30 véhicules identiques.

Concernant leurs caractéristiques, les véhicules auront une capacité maximale de 25 kWh, ils seront chargés initialement à 12 kWh, auront un temps de charge total de 3h et de décharge de 2h. On choisira de plus  $b = 0$ .

Pour fixer les coûts d'achat et de revente de l'électricité, nous nous référons à [2] qui considère ces prix comme constants au cours de la journée :  $\forall k \in \mathcal{K}, a_k^- := 0,030 \text{ \$/W.h}$  et  $a_k^+ := 0,007 \text{ \$/W.h}$ .

NB : L'hypothèse que les coûts d'achat et de vente de l'électricité sont constants au cours de l'étude simplifie grandement le problème.

Les résolutions seront effectuées au moyen d'une version d'évaluation du Risk Solver Premium de Frontline Systems dont nous exploiterons les solveurs intégrés Gurobi et MOSEK.

## 6. Résolutions

Nous commencerons à traiter le cas des fonctions objectif s'intéressant à la pente de la courbe.

Une première résolution à l'échelle de la ville de Saint-Quentin-en-Yvelines nous amène à constater qu'avec 30 véhicules pour quelques 150 000 habitants, il n'est pas possible d'avoir un impact considérable sur la courbe de production (confère FIGURE 10).

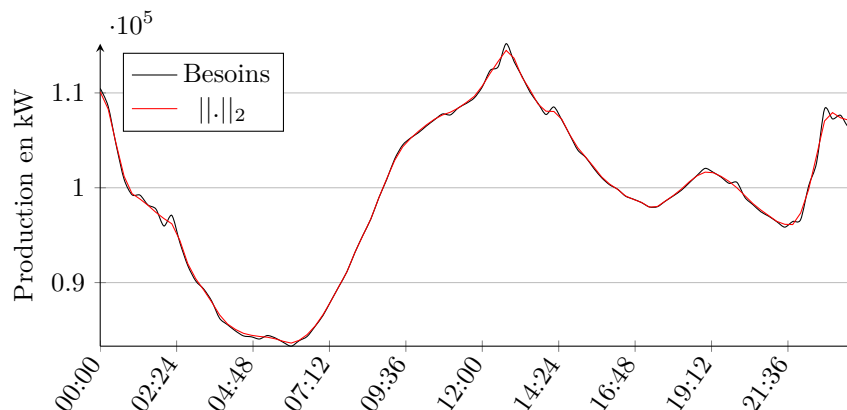


FIGURE 10: Optimisation pour une consommation de 150000 habitants

Ce résultat n'est pas surprenant dans la mesure où la capacité de stockage globale de l'agrégateur est de 750 kWh alors que les courbes de consommation pour 150 000 habitants expriment une variation d'amplitude de l'ordre de 20 000 kW. Dans la suite de l'étude, nous considéreront une courbe de besoins ramenée à l'échelle de 3 000 individus.

Voyons alors le comportement des différentes normes au moyen d'un exemple test créé pour l'occasion (FIGURE 11). Pour l'exemple, la courbe de production sera une sinusoïde et l'énergie produite pourra être stockée dans une grosse batterie de capacité limitée.

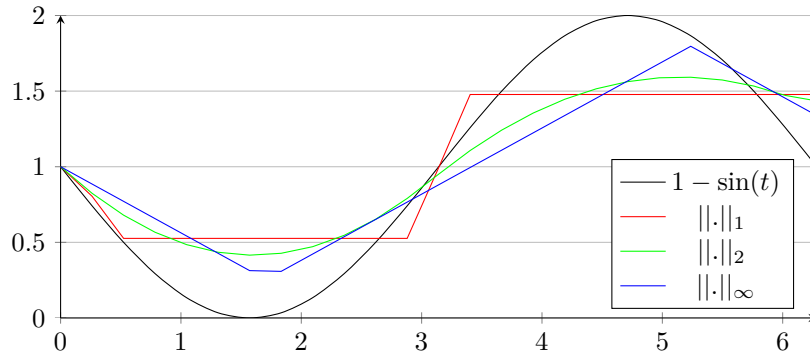


FIGURE 11: Analyse des effets des normes sur l'optimisation

Dès lors on constate que l'optimisation liée à la norme 1 ( $\|\cdot\|_1$ ) a tendance à générer de longs plateaux sur de longs intervalles en s'autorisant de grandes variations de pente sur de brefs intervalles.

La fonction objectif liée à la norme infinie a tendance à engendrer des droites de même pente (en valeur absolue) sur de longs intervalles, ce qui favorise les courbes de type « zig-zag » mais assure bien une pente maximale faible en valeur absolue.

La courbe liée à l'usage de la norme 2 ( $\|\cdot\|_2$ ) est quand à elle plus nuancée et représente une sorte de compromis entre les 2 autres courbes obtenues.

Voyons alors l'effet sur notre modèle de l'optimisation pour une production énergétique de 3 000 habitants (FIGURE 12 à FIGURE 14).

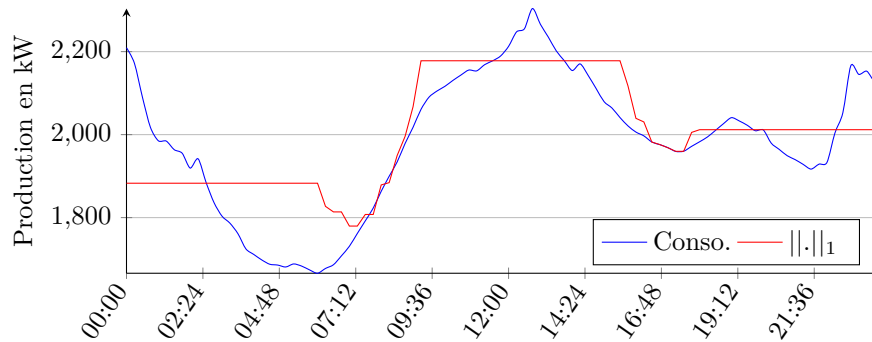


FIGURE 12: Analyse de l'effet de la norme 1 sur l'optimisation

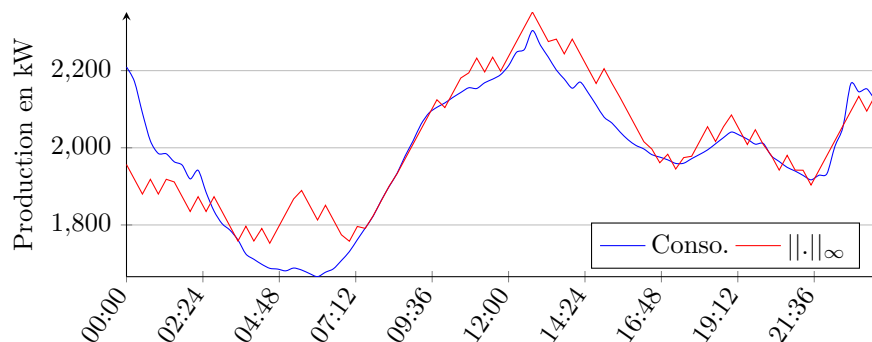


FIGURE 13: Analyse de l'effet de la norme infini sur l'optimisation

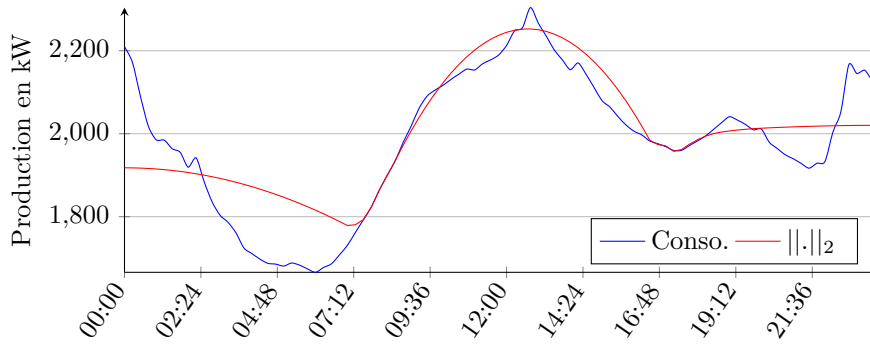


FIGURE 14: Analyse de l'effet de la norme 2 sur l'optimisation

Commençons par remarquer quelques phases particulières. Entre minuit et 3 heures les véhicules sont déchargés de leur charge initiale pour aplanir la courbe puis, jusque 8 heures, les véhicules sont chargés pour satisfaire aux réservations des clients. Enfin vers 9 heures, on commence à charger des véhicules pour lisser le pic de consommation de midi.

On remarque de plus que la norme 1 agit comme décrit précédemment et crée des pentes plus fortes pour avoir des plateaux plus longs. La norme infinie produit des zig-zag et colle à la courbe ce qui n'est clairement pas souhaité. La norme 2 apporte toujours un compromis entre les 2 solutions.

On constate alors qu'il est difficile de choisir entre les différentes fonctions objectifs. En effet, la norme infinie ( $||\cdot||_\infty$ ) apporte la garantie que la pente maximale de production sera la plus faible possible ce qui est plutôt bon pour une centrale nucléaire limitée en montée en charge mais, sa tendance aux « zig-zag » est plutôt mauvaise dans le cadre de notre étude.

La courbe de la norme 1 est quant à elle excellente sur de longs intervalles mais le saut entre 2 plateaux consécutifs peut être conséquent. Ainsi dans ce cas la production thermique devrait être considérable sur de moyennes périodes alors que dans le premier elle devrait être plus modérée mais présente sur de très longues périodes. C'est pourquoi il est difficile de déterminer quelle norme est la plus adaptée pour notre étude.

Ceci est majoritairement lié au fait que le lien avec la production en  $CO_2$  n'est pas clairement établi ici en raison de l'aspect non-intrusif évoqué précédemment. Nous continueront les résolutions avec la fonction objectif liée à la norme 2 puisqu'elle semble être un bon compromis.

Analysons à présent les effets d'un décalage temporel de la courbe des réservations et donc de leurs pics (FIGURE 9). De la FIGURE 15 à la FIGURE 18, nous avons fait varier cette courbe dans le temps avec pour décalages respectifs : -2 heures, 0 heures, 2 heures et 4 heures.

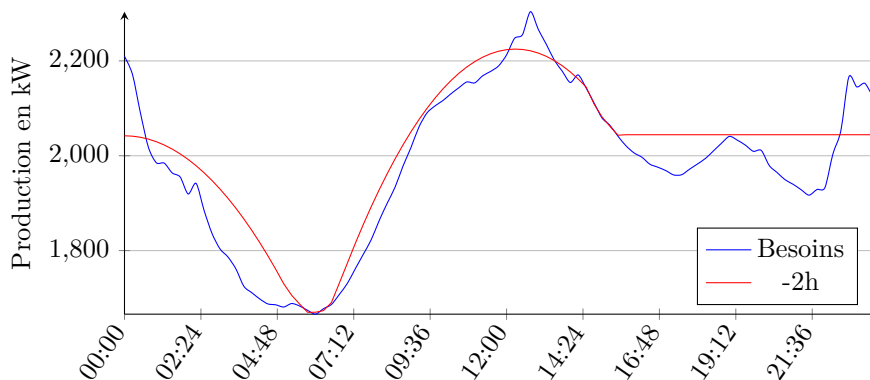


FIGURE 15: Décalage de -2 heures et pics de réservations 5h-7h et 14h-16h

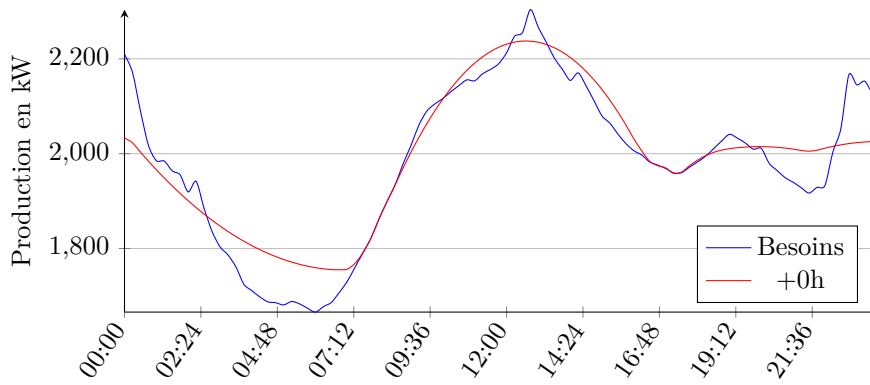


FIGURE 16: Courbe sans décalage avec pics de réservations 7h-9h et 16h-18h

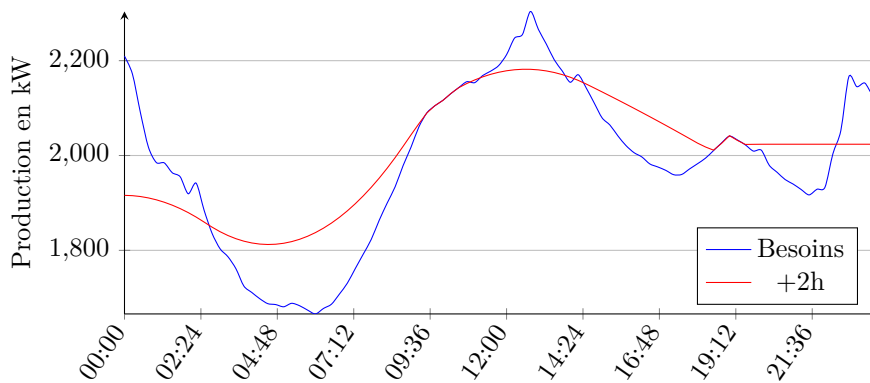


FIGURE 17: Décalage de +2 heures et pics de réservations 9h-11h et 18h-20h

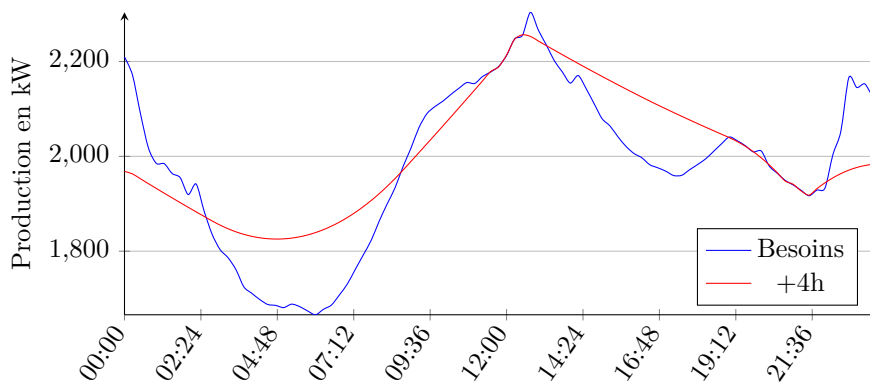


FIGURE 18: Décalage de +4 heures et pics de réservations 9h-11h et 18h-20h

On constate dans chacun des cas que lors des pics de réservation, la courbe « lissée » est contrainte à coller à la courbe des besoins. Ce qui est normal dès lors qu'aucun véhicule n'est chez l'agrégateur. C'est pourquoi lors du décalage de +4 heures, la courbe n'a pas pu être aussi bien lissée sur la plage 18h-00h que lors des autres décalages. Il est aussi important de noter que le pic de consommation de 12h-14h a lui aussi été lissé lors du décalage de +2 heures alors même qu'aucun véhicule n'était disponible aux alentours de 11 heures. Ceci met en évidence que les véhicules ont pu être chargés avant d'être utilisés par les clients, puis déchargés dès leur retour. Il est aussi à noter que lorsqu'un véhicule se trouve chez l'agrégateur jusque midi et qu'un autre revient vers 11h, il devient possible qu'un échange d'énergie se produise entre eux en rendant possible l'achat d'électricité beaucoup plus tôt dans la journée, comme lors du creux de consommation de 7 heures.

On peut aussi s'interroger sur l'impact de la disponibilité des véhicules en faisant varier l'amplitude des pics de réservation. Ce qui nous amène à la FIGURE 19 dont une version plus fine est donnée par la FIGURE 24 de l'annexe.

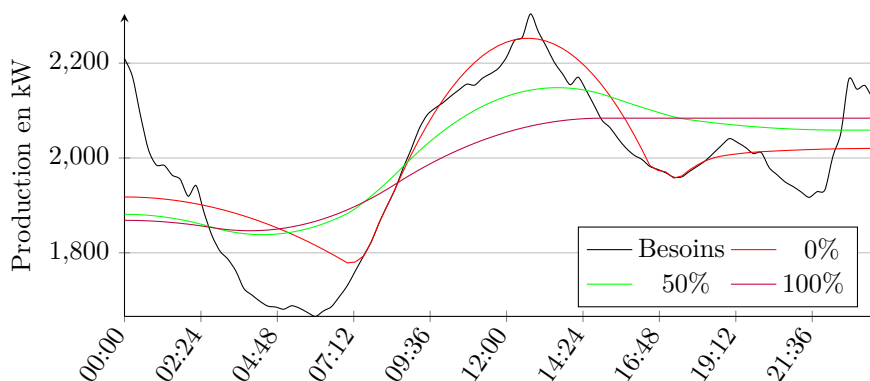


FIGURE 19: Disponibilité

On observe que le fait d'avoir un peu de disponibilité n'est pas négligeable, notamment lors des pics de consommation qui, cette fois, ont pu être « lissés ». Ceci débouche non seulement sur un cassage des pics mais aussi sur une amélioration globale de la courbe. Il semble alors important d'avoir toujours un peu de véhicules à disposition.

La FIGURE 20 quant à elle, montre l'impact de la variation des disponibilités sur la fonction objectif.

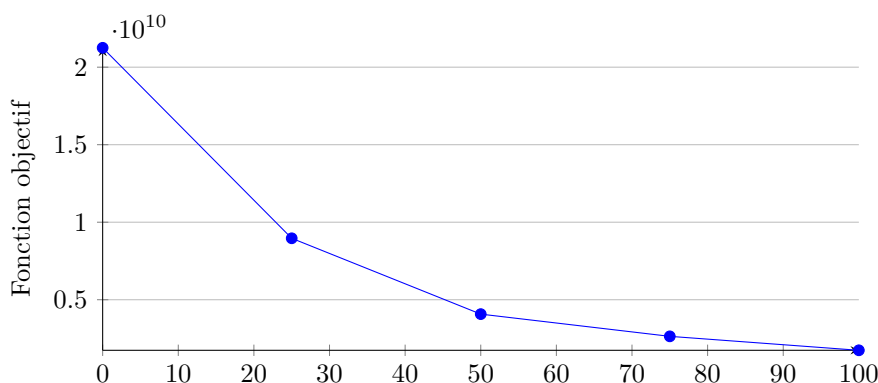


FIGURE 20: Disponibilité et fonction objectif

Le fait que la courbe ne soit pas linéaire renforce bien le fait que garder toujours quelques véhicules (ou batteries de rechange reliées au réseau) à disposition lors des pics de consommation est une stratégie intéressante, tant bien sur le plan du développement durable que de la satisfaction des clients de dernière minute. De plus, on note que la décroissance de la valeur de la fonction objectif semble bien correspondre à un meilleur « lissage » de la courbe de production.

Intéressons nous maintenant à quelques résolutions au moyen des 3 fonctions objectif axées sur la régularité de la courbe (FIGURE 21 à FIGURE 23).

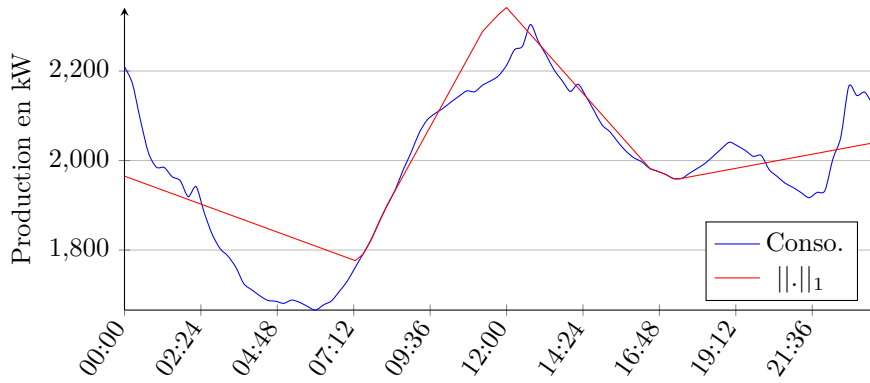


FIGURE 21: Analyse de l'effet de la norme 1 sur l'optimisation

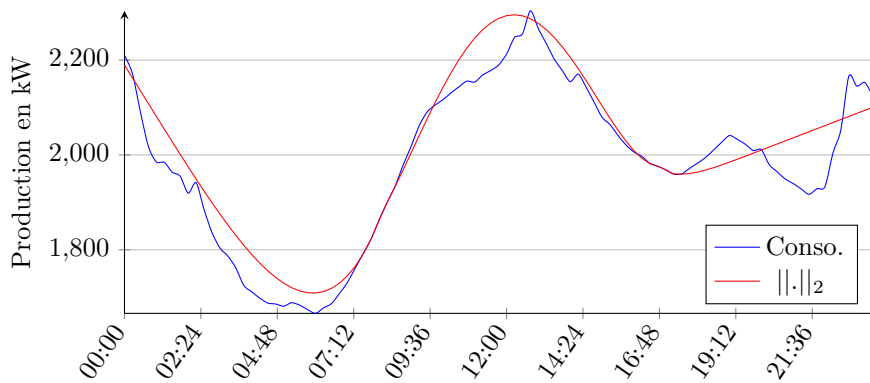


FIGURE 22: Aperçu de l'optimisation pour la norme 2

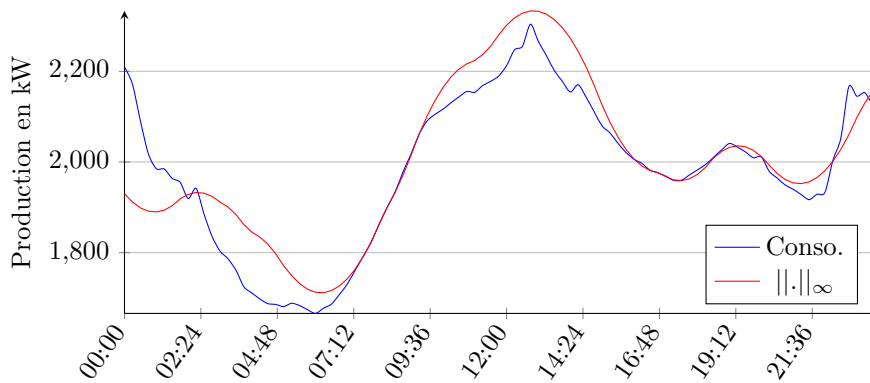


FIGURE 23: Impact de la norme infinie sur l'optimisation

Il semble que les fonctions objectif basées sur la régularité tendent bien à éviter les cassures brutales de pentes que l'on a pu observer avec les optimisations agissant sur la pente de la courbe. A noter que lors des optimisations de pente, seule la norme 2 permettait de faire disparaître les pics. Seulement ces optimisations sont sources de très fortes pentes qui durent dans le temps et collent beaucoup à la courbe de production ce qui n'est que peu satisfaisant en raison de leurs pics. Il suffit de comparer les optimisations sur la fin de journée pour voir que les fonctions objectifs basées sur les pentes y sont beaucoup plus efficaces.

## Pré-traitement

Les deux heuristiques ont été testées et sur les quelques tests effectués, l'heuristique basée sur la courbe moyenne donne des résultats relativement moyens car elle ne considère pas que les véhicules peuvent se transférer de l'énergie entre eux. Cependant l'heuristique basée sur une première résolution du problème sans les contraintes gênantes, a imposé les mêmes choix que ceux faits par la résolution du modèle complet. Ces résultats doivent être approfondis sur d'autres instances pour avoir une bonne idée des caractéristiques leur étant défavorables.

## 7. Conclusion

L'étude du problème nous amène au fait que le gain en terme d'impact carbone pourrait être significatif puisqu'à raison d'une voiture électrique pour 100 personnes, la courbe de production énergétique commence effectivement à se « lisser ». Un point important est aussi d'avoir toujours quelques véhicules disponibles chez l'agrégateur. Un moyen de satisfaire les clients et l'optimisation de la courbe d'avantage est d'avoir chez l'agrégateur des batteries de rechange qui peuvent être chargées/déchargées comme les véhicules. De plus, il devient désormais possible de sensibiliser la population sur les heures pendant lesquelles il serait préférable de louer des véhicules (ce qui peut déboucher sur l'établissement de politiques de prix). Il est aussi tout à fait envisageable que les personnes louant des voitures sur de longues périodes (voitures de sociétés par exemple), puissent avoir à leur domicile, une prise de courant installée par l'agrégateur.

## 8. Perspectives

Cette étude montre qu'il reste encore des points à approfondir pour parfaire le problème. En premier lieu nous pouvons proposer d'effectuer un arrangement des réservations.

En effet, comme la plupart du temps une liste de réservations peut donner lieu à plusieurs plannings de réservations réalisables, avoir un critère permettant de déterminer quels sont les plannings les plus intéressants peut s'avérer utile.

Un des premiers critères auquel on peut penser est d'obtenir une disponibilité accrue pour l'agrégateur. Illustrons ce fait par les trois plannings de réservations suivants :

$v \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7	8
1			18				10	
2		4				6		
3			24					
4				12				

$v \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2			18		6			
3			24					
4		4		12			10	

$v \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7	8
1		4	18		6	10		
2								
3			24					
4				12				

Le premier planning exploite 4 véhicules, tandis que les deux autres n'utilisent que 3 véhicules, ce qui permet à l'agrégateur d'avoir une certaine souplesse face aux demandes de clients qui n'auraient pas réservés à l'avance et souhaiteraient une voiture pour une longue période.

Malheureusement le dernier planning n'est pas un planning réalisable puisque le véhicule 1 devrait avoir une batterie d'au moins 38 kWh pour pouvoir assurer les 4 réservations consécutives. Il n'est donc pas possible de permuter n'importe comment les réservations si l'on souhaite garder l'aspect réalisable. Il faut donc bien faire attention aux temps de recharge des véhicules.

Pour attaquer ce problème, il faudrait considérer non seulement l'emplacement où le véhicule est à disposition du client, mais aussi le ou les plages de temps durant lesquelles le véhicule se recharge.

Ainsi la question de l'arrangement des réservations des véhicules est pertinente dans la mesure où elle permet de tirer le meilleur parti de ses véhicules en essayant d'améliorer le « lissage » de la courbe de production. Il serait aussi possible dans ce cadre de maximiser la disponibilité en véhicules sur de longues plages de temps afin d'augmenter la satisfaction des clients de dernière minute. Ces études induisent aussi d'autres questions telles que :

- Existe-t'il un planning réalisable pour une liste de réservations donnée ?
- Quelles opérations est-il possible d'effectuer sur un planning réalisable pour qu'il le reste ?

La deuxième perspective majeure repose sur la substitution des fonctions objectif qui jusque là visaient à « lisser » la courbe de production. Il serait dans ce cas nécessaire d'obtenir nombre de caractéristiques du parc de production électrique national (nombre, type des centrales, courbes de montée en charge, courbes de rejets de  $CO_2$ , ...). Avec ce type d'informations il serait possible de faire évoluer le modèle en choisissant une fonction objectif agissant directement sur la quantité de rejets en  $CO_2$  avec des fonctions objectif le quantifiant.

Pour être plus complète, l'étude devrait aussi étudier le problème du point de vue de la programmation dynamique en considérant que l'on ne dispose plus nécessairement d'un planning de réservations des véhicules par avance. Cette étude permettrait de déterminer les choix qui devraient être faits lorsque les clients viennent louer des véhicules au dernier moment.

## Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement la chaire Econoving<sup>1</sup> pour son constant soutien et pour m'avoir permis de travailler sur ce rapport dans les meilleures conditions. Un très grand merci aussi à M. Bertrand Le Cun<sup>2</sup> pour ses nombreuses relectures oh combien fastidieuses des différentes versions de ce document.

---

1. <http://econoving.universud-paris.fr/>

2. <http://www.prism.uvsq.fr/~blec/>

## 9. Annexe

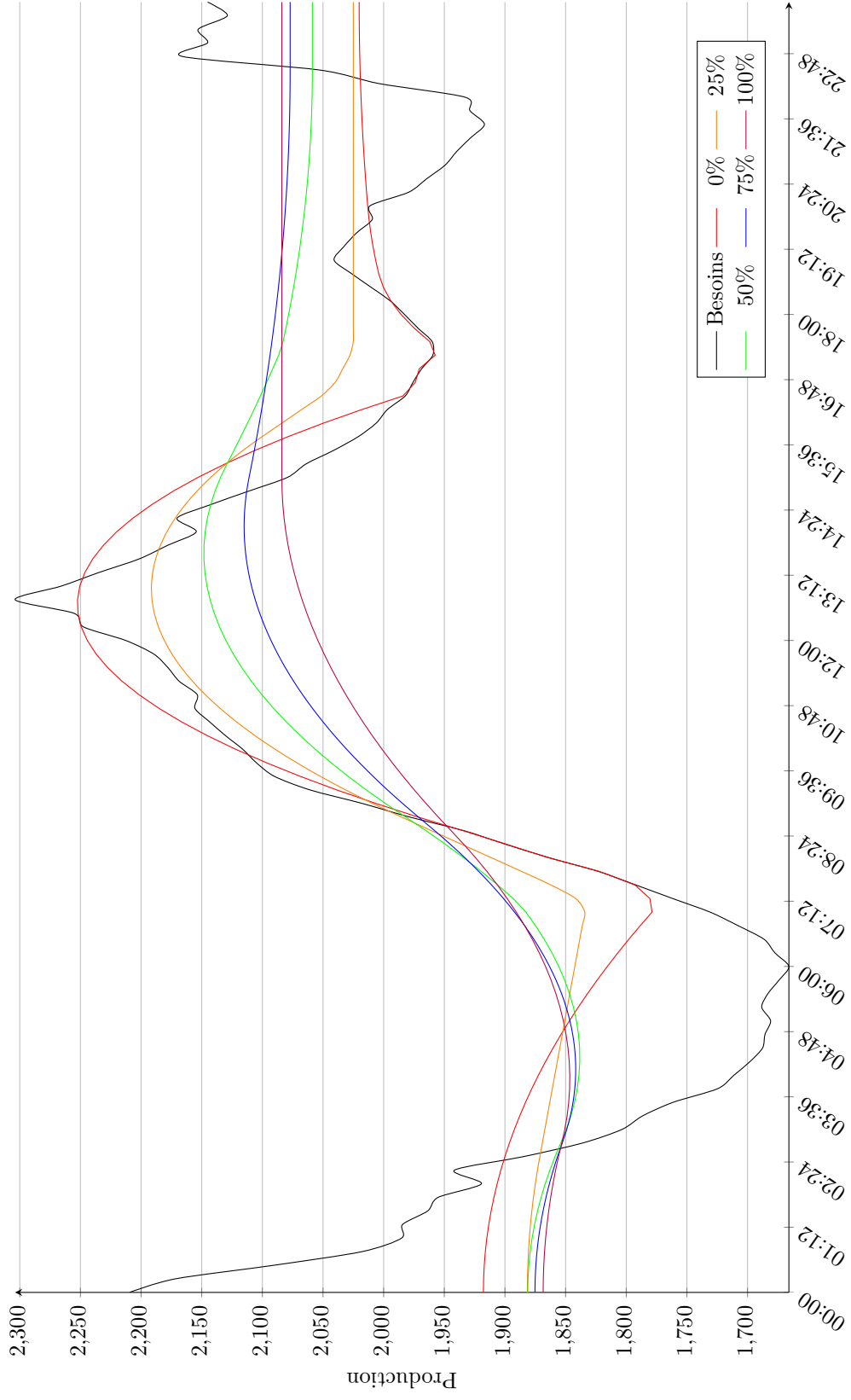


FIGURE 24: Disponibilité

## Références

- [1] Willett Kempton, Jasna Tomić *Vehicle-to-grid power implementation : From stabilizing the grid to supporting large-scale renewable energy*, Journal of Power Sources, 2005
- [2] Willett Kempton, Jasna Tomić *Vehicle-to-grid power fundamentals : Calculating capacity and net revenue*, 2005
- [3] M.B. Blarke, H. Lund *The effectiveness of storage and relocation options in renewable energy systems* , Renewable Energy, 2007
- [4] Henrik Lund, Willett Kempton *Integration of renewable energy into the transport and electricity sectors through V2G*, Energy Policy, 2008
- [5] Christophe Guille, George Gross *A conceptual framework for the vehicle-to-grid (V2G) implementation*, Energy Policy, 2009
- [6] J. Sgall, *Online scheduling – a survey*, In A. Fiat and G. Woeginger, On-Line Algorithms, Lecture Notes in Computer Science. Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- [7] J.C. Spall *Introduction to Stochastic Search and Optimization*. Wiley, 2003.
- [8] Puterman, M.L., (Ed.) *Dynamic Programming and Its Applications*, Academic Press, 1978. (Proceedings of The International Conference on Dynamic Programming, Vancouver)
- [9] Dimitri P. Bertsekas, *Dynamic Programming and Optimal Control*, 3rd edition, 2007, Athena Scientific
- [10] Gérard Debeaumarché, *Manuel de Mathématiques*, Volume 3 - Analyse et géométrie différentielle, 2005, Ellipses
- [11] Alain Billionnet, *Optimisation discrète - De la modélisation à la résolution par des logiciels de programmation mathématique*, 2007, Dunod