



HAL
open science

Une méthode d'identification par relais associée à une synthèse robuste de correcteur d'ordre réduit

Hoang Bao Le, Eduardo Mendes

► **To cite this version:**

Hoang Bao Le, Eduardo Mendes. Une méthode d'identification par relais associée à une synthèse robuste de correcteur d'ordre réduit. Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Jun 2010, Nancy, France. hal-00567215

HAL Id: hal-00567215

<https://hal.science/hal-00567215>

Submitted on 18 Feb 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Une méthode d'identification par relais associée à une synthèse robuste de correcteur d'ordre réduit

Hoang Bao LE, Eduardo MENDES

Laboratoire de Conception et d'Intégration des Systèmes – LCIS,
Institut polytechnique de Grenoble – Grenoble INP
50, rue Barthélémy de Laffemas, BP54 26902 Valence Cedex 09, France.
hoang-bao.le@lcis.grenoble-inp.fr, eduardo.mendes@lcis.grenoble-inp.fr

Résumé— Cet article propose une méthode expérimentale simple d'identification de processus SISO à contrôler par l'utilisation d'une commande à relais à deux niveaux, associée à une méthode de synthèse de correcteur d'ordre fixé sous contraintes de robustesse. La méthode est basée sur l'identification du diagramme de Bode du système à commander dans une zone fréquentielle particulière par l'utilisation d'une commande à relais stabilisant le système en boucle fermée autour du point de fonctionnement désiré. Le balayage fréquentiel est obtenu par l'insertion de retards appropriés dans la boucle. La zone fréquentielle choisie correspond à la zone où la phase du processus à contrôler varie de -90° à -180° . Sur la base du diagramme de Bode obtenu, un modèle réduit du processus est déterminé de façon à ce que les marges de robustesse obtenues après synthèse du correcteur, satisfaisant certaines propriétés, soient garanties avec le processus réel. Le modèle réduit est validé en terme des performances en boucle fermée à l'aide de la distance de Vinnicombe (ν -gap) et de la marge de stabilité généralisée (b) en utilisant soit un correcteur initial soit, à posteriori, avec le correcteur synthétisé. Le modèle réduit permet par la suite de synthétiser un correcteur, lui-même d'ordre réduit (facilitant son implantation expérimentale), de manière à obtenir un rejet optimal des perturbations de commande de type échelon et de garantir les contraintes de robustesse désirées, i.e. marge de module, marge de phase et amplification du bruit de mesure sur la commande. L'objectif de conception et les contraintes de robustesse sont exprimés sous la forme de normes H_2 et H_∞ en fonction des gains inconnus du régulateur. Le problème de synthèse est donc reformulé en un problème d'optimisation sous contraintes qui peut être résolu numériquement. On obtient ainsi un outil logiciel qui rend l'approche proposée plus accessible aux utilisateurs industriels non spécialistes en automatique. La méthodologie est illustrée et comparée à une synthèse par placement des pôles de la boucle fermée sur une application pratique.

Mots-clés— Identification pour la commande, réduction du modèle, régulateur de type PID, systèmes linéaires, optimisation, commande robuste, méthode du relais.

I. INTRODUCTION

De nombreux procédés industriels peuvent être modélisés par des systèmes linéaires invariants dans le temps. En conséquence, dans les dernières décennies, plusieurs méthodes avancées de commande ont été développées pour de tels systèmes. Les plus reconnues sont la commande Linéaire Quadratique Gaussienne [1], la synthèse convexe [2], la commande H_∞ [3]. Ces méthodes ont été appliquées avec succès. Néanmoins, quelques inconvénients, qui les rendent insuffisamment utilisées dans l'industrie, peuvent être mentionnés. Premièrement, les techniques de commande avancées mènent le plus souvent à des régulateurs d'ordre élevé et leur implantation peut être économiquement problématique. Deuxièmement, le cahier des charges ne peut pas être imposé directement. Avec la synthèse H_∞ , il est dé-

licat d'établir les filtres de pondération ou de modelage qui permettent de satisfaire le cahier des charges. La synthèse convexe nécessite de traduire les spécifications en des contraintes LMI (Inégalité Matricielle Linéaire). Tandis que la difficulté de la commande optimale LQG repose sur le choix des matrices de pondérations.

Une autre grande difficulté réside dans l'obtention d'un modèle du système pour la synthèse du correcteur. La conséquence est que la commande PI ou PID reste encore largement utilisée dans les boucles d'asservissement industrielles. Une littérature très riche sur la synthèse des régulateurs PID est disponible [4], [5], [6], [7]. Cependant, le plus souvent, ces méthodes ne considèrent pas à la fois les marges de module et de phase. De plus, l'influence du bruit de mesure sur la commande qui est un aspect pratique très important n'est pas toujours traité. Dans [8], un régulateur de type PID est synthétisé de manière à minimiser l'influence des perturbations en basses fréquences (i.e. minimiser le rapport entre le temps intégral et le gain proportionnel T_i/K_p) en respectant les contraintes sur les marges de gain et de phase, et une borne supérieure du gain proportionnel K_{pmax} . Malgré que la limitation du correcteur en hautes fréquences soit gérée, la détermination explicite de K_{pmax} n'est pas présentée.

Dans [9], [10], une nouvelle méthode de conception de régulateurs d'ordre réduit fixé (i.e. PI ou PID), dont l'objectif est d'obtenir un rejet optimal de la perturbation de type échelon agissant sur l'entrée du procédé, a été proposée. Le critère à minimiser est la norme H_2 de la fonction de transfert entre la perturbation d'entrée et la sortie, en respectant les contraintes de robustesse, tels que la marge de module, la marge de phase, et l'amplification du bruit sur la commande. Pour cela, le problème de synthèse du correcteur est reformulé en un problème d'optimisation sous contraintes avec un ensemble de fonctions analytiques en termes des gains inconnus du correcteur. Un outil logiciel a été développé qui fournit un correcteur optimal répondant aux spécifications définies par l'utilisateur.

Afin d'obtenir la formulation analytique, la méthode est basée sur un ensemble de modèles génériques d'ordre réduit. Lorsque le modèle du procédé est d'ordre élevé, une méthode de réduction de modèle est nécessaire. Parmi les techniques de réduction de modèle pour la commande, dans [11], une méthode analytique a été proposée. Néanmoins, cette approche ne garantit pas les performances spécifiées pour le modèle d'ordre élevé. Dans un article récent [12], il a été proposé une méthode de réduction de modèle, où le modèle d'ordre élevé est approché par un modèle réduit

dans une base de modèles génériques en assurant que les marges de robustesse, obtenues avec le correcteur conçu basé sur le modèle réduit, seront au moins les mêmes avec le modèle d'ordre élevé.

Lorsque le modèle du procédé n'est pas disponible, nous proposons, dans cet article, une méthode d'identification expérimentale basée sur la méthode du relais permettant d'obtenir le modèle réduit utilisé pour la synthèse du correcteur.

La suite de l'article est organisée comme suit. La deuxième section rappelle brièvement la méthode de réduction du modèle en respectant les contraintes de robustesse obtenues pour le modèle réel d'ordre élevé, ainsi que la méthode de synthèse optimale du régulateur de structure donnée. Dans la troisième section, nous détaillons la technique d'identification expérimentale proposée pour obtenir le modèle réduit (dans la base des modèles génériques) du système réel. Une application (la boule en sustentation qui est un système intégrateur d'ordre élevé) est discutée dans la section IV. Les résultats obtenus sont comparés à une synthèse par placement des pôles de la boucle fermée sous forme RST.

II. RÉDUCTION DU MODÈLE POUR LA COMMANDE ROBUSTE

Cette section rappelle les fondements de la méthodologie de réduction du modèle pour la commande et la synthèse optimale d'un régulateur d'ordre fixé sous contraintes de robustesse. Une description détaillée peut être trouvée dans [12].

A. Méthode de réduction du modèle

Étant donné que l'objectif de la réduction du modèle est de synthétiser un régulateur pour le système réel (i.e. le modèle réduit n'est utilisé que comme un moyen pour concevoir le correcteur), ce qui est important n'est pas l'erreur entre le système réel et le modèle réduit, mais le comportement en boucle fermée obtenu pour le système réel. Dans ce contexte, nous introduisons ci-dessous une méthode de réduction du modèle qui assure les performances en boucle fermée obtenues pour le système réel dans le cadre d'une commande suivant le schéma classique de la figure 1 où le procédé SISO $H(s)$ est contrôlé par un correcteur $C(s)$.

Considérons un procédé stable caractérisé soit par une fonction de transfert $H(s)$ d'ordre n , soit par un diagramme de Bode satisfaisant les propriétés suivantes :

$$\forall \omega \geq 0 : \begin{cases} \frac{\partial |H(j\omega)|}{\partial \omega} < 0, \arg H(j\omega) \leq 0 \\ \frac{\partial \arg H(j\omega)}{\partial \omega} < 0, \arg H(j\omega)|_{\omega \rightarrow 0} \geq -\frac{3\pi}{4} \end{cases} \quad (1)$$

L'objectif de la méthode de réduction du modèle est de trouver un modèle réduit du second ordre $H_r(s)$ de sorte que, avec un régulateur $C(s)$ remplissant les propriétés suivantes :

$$\forall \omega \geq 0 : \begin{cases} \frac{\partial |C(j\omega)|}{\partial \omega} < 0 \\ \frac{\partial \arg C(j\omega)}{\partial \omega} > 0, \arg C(j\omega) \in]\frac{-\pi}{2}, 0[\end{cases} \quad (2)$$

qui est calculé sur la base de $H_r(s)$, les marges de robustesse obtenues avec le système réel $H(s)$ sont au moins celles obtenues avec le modèle réduit $H_r(s)$.

Remarque 1 : En raison des propriétés $\partial \arg H(j\omega)/\partial \omega < 0$ dans (1), et $\arg C(j\omega) \in]\frac{-\pi}{2}, 0[$ dans (2), une marge de phase supérieure ou égale à 45° est atteignable si et seulement si la propriété $\arg H(j\omega)|_{\omega \rightarrow 0} \geq -\frac{3\pi}{4}$ dans (1) est satisfaite. ◆

Remarque 2 : Afin que la marge de phase soit au moins supérieure à 45° , la pulsation de croisement ω_{gc} doit satisfaire :

$$\omega_{gc} \leq \omega_{-135}, \quad \text{avec } \arg H(j\omega_{-135}) = -135^\circ \quad (3)$$

Remarque 3 : De (1), (2), les fonctions de transfert en boucle ouverte $L(s) = H(s)C(s)$ et $L_r(s) = H_r(s)C(s)$ sont monotones décroissantes en amplitude :

$$\forall \omega \geq 0 : \frac{\partial |L(j\omega)|}{\partial \omega} < 0, \frac{\partial |L_r(j\omega)|}{\partial \omega} < 0 \quad (4)$$

L'approche de réduction du modèle est basée sur la proposition ci-dessous :

Proposition 1 : Considérons deux systèmes linéaires stables $H(s)$ et $H_r(s)$ satisfaisant (1) et les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} C1 : \forall \omega \geq 0, |H_r(j\omega)| \geq |H(j\omega)| \\ C2 : \forall \omega \in [0, \omega_{-135}], \arg(H_r(j\omega)) \leq \arg(H(j\omega)) \end{cases} \quad (5)$$

Soit la structure de commande de la figure 1 avec le correcteur $C(s)$, satisfaisant (2), et la fonction de transfert en boucle ouverte $L_r(s)$ satisfaisant :

$$\frac{\partial \arg L_r(j\omega)}{\partial \omega} < 0, \forall \omega \geq 0 \quad (6)$$

Alors :

$$\begin{cases} \varphi_d & \geq \varphi_{dr} \\ M_m & \geq M_{mr} \end{cases} \quad (7)$$

où φ_d , φ_{dr} , et M_m , M_{mr} sont les marges de phase et de module obtenues pour $L(s)$ et $L_r(s)$, respectivement. ■ Les preuves des remarques et de la proposition peuvent être trouvées dans [12].

Détermination des paramètres du modèle réduit

Plusieurs modèles peuvent être candidats pour le modèle réduit, par exemple, on peut choisir le suivant :

$$H_r(s) = \frac{G_r}{1 + \frac{s}{\omega_{0r}}} \frac{(-s + \omega_d)}{(s + \omega_d)} \quad (8)$$

avec G_r , $\omega_{0r} > 0$, et $\omega_d > 0$. Il est évident que le modèle (8) satisfait les propriétés (1). Les trois paramètres G_r , ω_{0r} , et ω_d sont déterminés de manière à ce que les propriétés (5) soient satisfaites. Précisément, la première partie est un premier ordre permettant d'approcher le gain, tandis que la deuxième partie, de gain unité, est utilisée pour approcher la phase. Le majeur avantage du choix de cette forme est que les paramètres du modèle réduit peuvent être déterminés l'un après l'autre de la façon suivante :

$$\begin{cases} G_r = \text{gain statique du système réel} \\ \omega_{0r} = \arg \min_{|H_r(j\omega)| \geq |H(j\omega)|} \omega_{0r} \\ \omega_d = \arg \max_{\arg H_r(j\omega) \leq \arg H(j\omega), \forall \omega \in [0, \omega_{-135}]} \omega_d \end{cases} \quad (9)$$

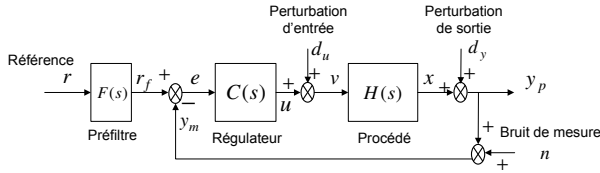


Fig. 1. Schéma classique du système en boucle fermée

Validation à posteriori du modèle réduit

Nous utilisons la distance ν -gap δ_ν [13], et la marge de stabilité généralisée b [14] pour établir le critère de validation. Le modèle réduit est validé si :

$$\begin{cases} \delta_\nu(H, H_r) < b(C, H_r) \\ b(C, H_r) \leq b(C, H) \end{cases} \quad (10)$$

La première condition de (10) garantit que quel que soit le correcteur $C(s)$, stabilisant $H_r(s)$, il stabilise également $H(s)$. La deuxième assure que les marges de stabilité obtenues pour $H(s)$ sont supérieures ou égales à celles obtenues pour $H_r(s)$.

B. Méthodologie de synthèse du régulateur

L'approche proposée est une technique avancée de synthèse semi-analytique du correcteur d'ordre fixé à base de modèles génériques simples qui garantit les performances et robustesse obtenues pour le système réel. Le schéma classique d'une boucle de régulation est représenté dans la figure 1, où $H(s)$ est le procédé, $C(s)$ est le régulateur de boucle permettant de stabiliser le système en boucle fermée et de rejeter les perturbations, $F(s)$ est le préfiltre utilisé pour ajuster la poursuite de la référence. Il y a quatre signaux externes agissant sur le système : la perturbation d'entrée d_u , la perturbation de sortie d_y , le bruit de mesure n , et la référence r . Les deux sorties à surveiller sont la sortie du procédé y_p et la variable de commande u .

Le schéma classique de la figure 1 peut être mis sous la forme standard représentée par la figure 2, où w représente les entrées externes, z comporte les variables à réguler, y sont les signaux disponibles pour la synthèse de commande, et u est la sortie du correcteur. Bien que le procédé à commander soit à une seule entrée et une seule sortie (SISO), le système bouclé est à multi-entrées et multi-sorties (MIMO) : quatre entrées $w = [r \ d_u \ d_y \ n]^T$, deux sorties $z = [y_p \ u]^T$. Le fait qu'il y ait plusieurs entrées de perturbation et deux sorties considérées avec de plus une contrainte d'ordre sur $C(s)$, amène, non pas à un problème de détermination directe du correcteur, mais à un problème d'optimisation sous contraintes.

Stratégie de synthèse

Le correcteur $K = [CF \ -C]$ dans la figure 2 est à deux degrés de liberté, le régulateur en boucle fermée $C(s)$ et le filtre de la consigne $F(s)$. La procédure de conception est donc constituée de deux étapes. Tout d'abord, $C(s)$ est synthétisé de manière à minimiser l'impact de la perturbation d'entrée d_u de type échelon sur la sortie du procédé y_p en respectant les contraintes de robustesse, i.e. marge de module, marge de phase et amplification du bruit sur la commande. Ensuite, le préfiltre $F(s)$ est conçu afin de satisfaire les spécifications de poursuite de la référence. Par exemple, l'utilisation du concept de platitude permet de prendre en compte, lors de la génération des trajectoires

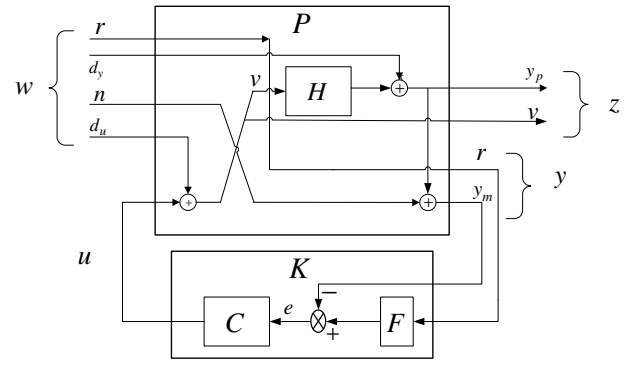


Fig. 2. Schéma standard du système de régulation

désirées, les contraintes physiques du système telles que la saturation de l'actionneur, la valeur maximale de la sortie, etc.

Objectif de commande

L'impact de la perturbation sur la sortie est évalué par la norme H_2 du transfert $H_{y_p d_u - s}$:

$$H_{y_p d_u - s} = \frac{H}{1 + HC} \frac{1}{s + \alpha} \Big|_{\alpha \rightarrow 0} \quad (11)$$

où le paramètre $\alpha > 0$ rend $H_{y_p d_u - s}$ asymptotiquement stable, condition nécessaire pour calculer la norme H_2 [1].

Contraintes de robustesse

La marge de module est exprimée par la norme H_∞ de la fonction de sensibilité :

$$\|H_{y_p d_y}\|_\infty = \left\| \frac{1}{1 + HC} \right\|_\infty = \|S(s)\|_\infty \leq \frac{1}{M_m} \quad (12)$$

où $M_m \in (0, 1)$ est la marge de module désirée. L'intégrale de Bode indique que la marge de module maximale est bornée par les pôles instables [15].

La marge de phase requiert que :

$$\pi + \arg(H(j\omega_{gc})) + \arg(C(j\omega_{gc})) \geq \varphi_d \quad (13)$$

où φ_d est la marge de phase désirée, et ω_{gc} est la pulsation de croisement, solution de l'équation suivante :

$$|H(j\omega_{gc})| |C(j\omega_{gc})| = 1 \quad (14)$$

L'amplification du bruit de mesure sur la commande N_{max} est une contrainte pratique très importante parce qu'elle permet d'éviter l'usure prématurée de l'actionneur, de diminuer la consommation de l'énergie, le bruit sonore et l'excitation des dynamiques non modélisées situées en hautes fréquences. Cette contrainte est exprimée en une inégalité de la norme H_∞ du transfert entre n et u :

$$\|H_{un}\|_\infty |_{\omega \geq \omega_n} = \|SC\|_\infty |_{\omega \geq \omega_n} \leq N_{max} \quad (15)$$

où ω_n est la pulsation minimale du bruit de mesure. Avec l'inégalité (16), (15) est satisfaite en considérant (12).

$$\|C\|_\infty |_{\omega \geq \omega_n} \leq M_m N_{max} \quad (16)$$

La stabilité en boucle fermée est une contrainte préalable qui sera exprimée en appliquant le critère de Routh.

Contrainte d'ordre du correcteur

L'ordre du correcteur $C(s, X)$ est fixé. Ce correcteur est

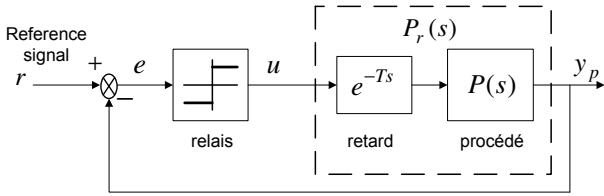


Fig. 3. Identification expérimentale par relais avec retard

fonction d'un vecteur de gains inconnus $X \in \Omega^p$, avec Ω^p l'ensemble de valeurs possibles pour X et p le nombre de gains de $C(s, X)$.

Formulation du problème d'optimisation

Avec (11), (12), (13), (14) et (16), le problème de conception peut être formulé en un problème d'optimisation :

$$\arg \min_{X \in \Omega^p} \|H_{y_p d_u - s}(X)\|_2 \quad (17)$$

sous les contraintes :

$$\begin{cases} \text{i) } C(s, X) \text{ avec des gains inconnus } X \in \Omega^p \\ \text{ii) } \text{Stabilité en boucle fermée} \\ \text{iii) } \left\| \frac{1}{1+HC} \right\|_{\infty} \leq \frac{1}{M_m} \\ \text{iv) } \pi + \arg(\hat{H}(j\omega_{gc})) + \arg(C(j\omega_{gc})) \geq \varphi_d \\ \quad \text{avec } |H(j\omega_{gc})||C(j\omega_{gc})| = 1 \\ \text{v) } \|C\|_{\infty}|_{\omega \geq \omega_n} \leq M_m N_{max} \end{cases} \quad (18)$$

Des expressions analytiques des conditions (18) en fonction des gains du correcteur sont détaillées dans [9], [10].

Paramètres de conception

Les trois paramètres de conception : $N_{max} > 0$, $M_m \in (0, 1)$, et φ_d sont directement liés aux propriétés en boucle fermée et peuvent être utilisés pour ajuster le compromis entre la performance et la robustesse. Le praticien utilisateur de la méthode devra donner l'amplitude expérimentale du bruit de mesure n ainsi que l'amplitude acceptable du bruit qu'il souhaite sur la commande u . N_{max} est calculé par le rapport entre ces deux quantités. Quant à M_m et φ_d , si l'utilisateur a confiance dans le modèle du procédé et que celui-ci est invariant, il pourra prendre les marges de robustesse usuelles, $M_m = 0,5$ et $\varphi_d = 45^\circ$. Autrement, des marges plus sécurisées pourront être choisies, $M_m = 0,8$ et $\varphi_d = 60^\circ$.

III. IDENTIFICATION EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE

L'identification est nécessaire pour obtenir le modèle réduit dans le cas où le modèle du procédé est inconnu. La figure 3 représente l'expérimentation permettant d'identifier le diagramme de Bode du procédé, où $P(s)$ est le procédé à identifier. Dans [16] and [17], un système à relais avec retard est utilisé pour le réglage automatique du régulateur de type PID mais par pour l'identification du modèle du procédé.

Le principe de l'identification par relais avec retard proposée est illustré dans la figure 4. Le relais permet d'identifier le point critique (point tel que $\arg P(j\omega) = -180^\circ$) [4]. $P_r(j\omega)$ est composé par le procédé $P(j\omega)$ associé à un retard de T secondes modélisé par e^{-Ts} . Sur le diagramme de Nyquist, $P_r(j\omega)$ est une image de $P(j\omega)$ avec une rotation d'un angle égal à $-T\omega$:

$$\begin{cases} |P_r(j\omega)| = |P(j\omega)| \\ \arg P_r(j\omega) = \arg P(j\omega) - T\omega \end{cases} \quad (19)$$

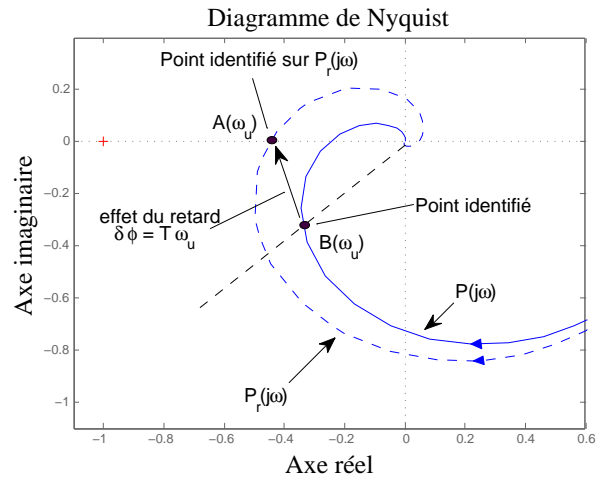


Fig. 4. Principe d'identification par relais avec retard

L'identification du point $A(\omega_u)$ sur $P_r(j\omega)$ permet de déduire le point $B(j\omega_u)$ sur $P(j\omega)$. La phase de $P(j\omega)$ au point $B(\omega_u)$ est donnée par :

$$\arg P(j\omega_u) = -180^\circ + T\omega_u \quad (20)$$

où ω_u est la pulsation critique de P_r : $\arg P_r(j\omega_u) = -180^\circ$. Le gain du procédé $P(j\omega)$ à la pulsation ω_u est donné, au sens du premier harmonique, par :

$$|P(j\omega_u)| = \frac{\pi a}{4d} \quad (21)$$

où a est l'amplitude crête-à-crête de la sortie $Y_p(t)$ et d l'amplitude crête-à-crête de la commande $u(t)$. La période des oscillations T_u permet de déterminer la pulsation critique ω_u :

$$\omega_u = \frac{2\pi}{T_u} \quad (22)$$

En modifiant la valeur du retard T nous pouvons balayer toute la zone fréquentielle du procédé telle que le retard de phase est inférieure à 180° . Une fois que le diagramme de Bode du procédé est obtenu, le modèle réduit est déterminé par la méthode présentée au paragraphe II-A.

IV. APPLICATION - BOULE EN SUSTENTATION

A. Description du système

La balle en sustentation dans un tube grâce à un flux d'air, disponible au Laboratoire LCIS à Valence, est représentée sur la figure 5. Le principe de fonctionnement du système est le suivant : une micro-turbine commandée en tension (0-10V) génère un flux d'air qui permet d'appliquer une force sur la balle de manière à pouvoir la maintenir en sustentation dans le tube. En outre, un capteur de distance, basé sur le principe des ultra-sons, renvoie un signal (0-10V) qui indique la distance entre le haut de la balle et 10 cm sous le capteur. L'utilisation de l'information délivrée par le capteur permet de mettre en pratique une commande de la micro-turbine de manière à asservir la position de la balle dans le tube. Le système est commandé par un PC grâce à un système de prototypage rapide.

Par la modélisation et l'identification des éléments du système (la balle, le capteur et la micro-turbine), le modèle complet du système est donné, autour d'un point de

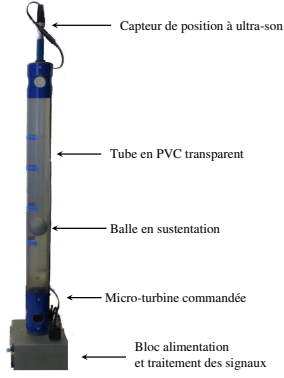


Fig. 5. Vue de la balle en sustentation dans un tube

TABLE I
PARAMÈTRES DU MODÈLE RÉDUIT

G_r	ω_d	$\delta_\nu(H, H_r) <$	$b(C, H_r) \leq$	$b(C, H)$
-65	5,17	0,004	0,028	0,038

fonctionnement, par :

$$H(s) = \frac{-65.5}{2.02 \times 10^{-5} s^4 + 0.007328 s^3 + 0.3836 s^2 + s} \quad (23)$$

Le modèle (23) est utilisé par la suite uniquement pour évaluer l'efficacité de la méthode proposée. Notons le gain négatif en raison de la disposition du capteur.

B. Identification du modèle réduit

La boule en sustentation dans le tube a un comportement intégrateur, le modèle réduit à identifier (8) est modifié comme suit :

$$H_r(s) = \frac{G_r (-s + \omega_d)}{s (s + \omega_d)} \quad (24)$$

Ce modèle satisfait bien les propriétés (1). La figure 6 montre les points mesurés du diagramme de Bode, le modèle réduit identifié $H_r(s)$ et le modèle complet $H(s)$. Dans la zone de pulsation considérée (où la phase du système varie de -90° à -180°), les points mesurés par la méthode du relais avec retard sont proches de ceux du modèle complet. Cela indique l'efficacité de la méthode d'identification proposée. De plus, le modèle réduit a été déterminé selon (5) : le diagramme de Bode en amplitude de H_r est au-dessus celui du système, et celui de la phase est en-dessous de celui du système. En utilisant le correcteur synthétisé, le modèle réduit a été validé à posteriori en boucle fermée selon le critère (10). Le Tableau I donne les paramètres du modèle réduit identifié, ainsi que les critères de validation.

Le principal avantage de la méthode d'identification proposée est que le modèle réduit peut être déterminé après seulement quelques points mesurés du diagramme de Bode ; ici, 5 points mesurés auraient été suffisants. Le temps et les efforts expérimentaux sont donc beaucoup moins importants que ceux nécessaires à la détermination du modèle complet (23). De plus, les marges de robustesse après la synthèse du correcteur, sont garanties pour le système réel.

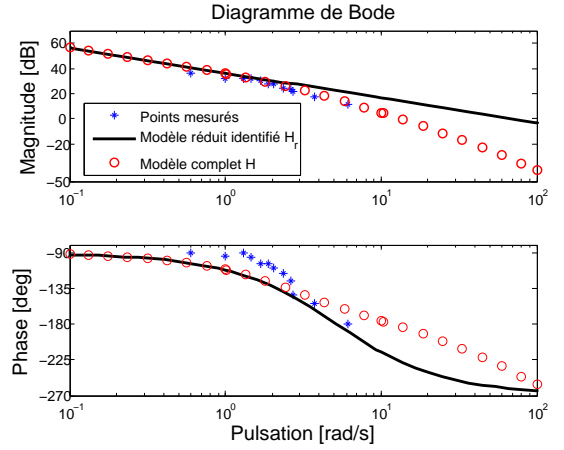


Fig. 6. Comparaison des diagrammes de Bode des modèles complet, mesuré et identifié de la balle dans un tube

TABLE II
RÉSULTATS DE RÉGULATEURS POUR *Spec1*

Method	K	T_I	M_m	φ_d	N_{max}	M_{ret}	ω_{gc}	$\ H_{y_p d_u}_s\ _2$
RST	$5^{ème}$ -ordre		0,6	45	0,1	0,38	2,05	4,25
PI-MR	-0,023	3	0,683	48	0,03	0,61	1,54	56,8

C. Synthèse d'un régulateur PI

Le régulateur $C(s)$ satisfaisant (2) est choisi de type PI avec la structure suivante :

$$C_{PI}(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \quad (25)$$

où K est le gain proportionnel et T_I est le temps intégral.

Détermination du cahier des charges : pour utiliser la méthode proposée dans cet article, l'utilisateur a principalement besoin de déterminer l'amplification maximale du bruit de mesure sur la commande. Dans notre cas, la mesure de la position de la balle fournie par le capteur est entachée d'un bruit d'amplitude maximale $\pm 0,35V$. Supposons que l'on souhaite que l'amplitude du bruit sur la commande ne dépasse pas $\pm 0,035V$, le paramètre de conception N_{max} sera donné par $N_{max} = \text{bruit}_u / \text{bruit}_{y_p} = 0,035 / 0,35 = 0,1$. Les deux autres paramètres de conception peuvent prendre les valeurs usuelles suivantes :

- si le procédé ne varie pas dans le temps, et le modèle est considéré correct, *Spec1* : $M_m = 0,5$ et $\varphi_d = 45^\circ$
- sinon, *Spec2* : $M_m = 0,8$ et $\varphi_d = 60^\circ$

Les résultats obtenus sont résumés dans le Tableau II (les marges sont calculées en utilisant le modèle complet (23)). La marge de retard M_{ret} et la pulsation de croisement ω_{gc} sont aussi présentées. La figure 7 montre que les marges de robustesse obtenues pour le système complet sont supérieures à celles obtenues avec le modèle réduit. Rappelons que la synthèse est réalisée à l'aide du modèle réduit et en considérant les spécifications *Spec1*.

Un correcteur sous forme RST a été déterminé à partir de (23) par placement des pôles de la boucle fermée (le pôle dominant est placé en -1.8 rad/s). Les performances de ce correcteur sont également présentées dans le Tableau II. La figure 8 indique les marges de robustesse : marges de gain et de phase sur le diagramme de Black-Nichols (gauche) et marge de module sur le diagramme en amplitude des fonctions de sensibilité (droite). Les marges obtenues avec

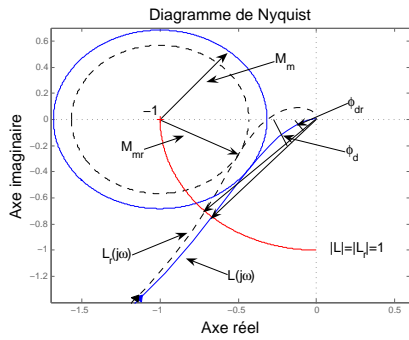


Fig. 7. Comparaison des marges de robustesse entre système réduit et système complet (correcteur PI)

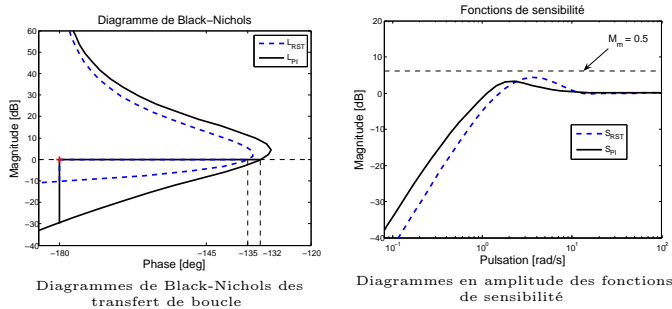


Fig. 8. Comparaison fréquentielle entre PI et RST

le correcteur PI synthétisé par la méthode proposée sont comparables avec celles du RST.

N_{max} vs limitation de performance : La contrainte pratique N_{max} limite le gain du correcteur en hautes fréquences, donc limite la performance du système en boucle fermée en terme de bande passante maximale obtenue. Dans le cas du système de la boule, la pente en hautes fréquences du système est $-40dB/dec$, la bande passante maximale sera donc donnée par :

$$\log \omega_{max} = \begin{cases} \log \omega_0 + \left| \frac{20 \log N_{max}}{-40} \right|, & N_{max} \geq 1 \\ \log \omega_0 - \left| \frac{20 \log N_{max}}{-40} \right|, & N_{max} < 1 \end{cases} \quad (26)$$

où ω_0 est la pulsation de croisement du système à contrôler ; ici avec (23) $\omega_0 = 13,5 rad/s$. L'équation (26) donne la bande passante maximale qui peut être obtenue en boucle fermée quel que soit le correcteur utilisé ; ici, $\omega_{max} = 4,3 rad/s$. Avec le correcteur PI, le cahier des charges *Spec1* est obtenu avec la bande de passante $\omega_{gc} = 1,38 rad/s$. Le correcteur sous forme RST permet d'augmenter la bande passante à $\omega_{gc} = 2,05 rad/s$.

D. Résultats expérimentaux

Le régulateur PI obtenu par la méthode proposée (PI-MR) est comparé au correcteur sous forme RST obtenu par placement des pôles de la boucle fermée. La figure 9 donne les résultats obtenus expérimentalement par l'application d'un échelon sur la consigne (gauche) et sur la perturbation d'entrée (droite). Les résultats temporels avec le correcteur PI-MR sont comparables avec ceux du régulateur RST.

V. CONCLUSION

Une méthode expérimentale simple d'identification du diagramme de Bode des processus stables de type SISO par l'utilisation d'une commande à relais a été présentée.

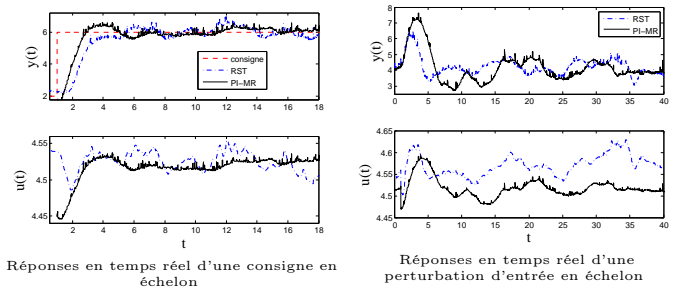


Fig. 9. Comparaison temporelle entre PI et RST

Cette méthode d'identification est associée à une synthèse de correcteur d'ordre fixé sous contraintes de robustesse. La méthode est illustrée à travers une application expérimentale, la boule en sustentation dans un tube. L'approche présentée est flexible par rapport à la structure du régulateur bien que dans cet article elle soit adaptée pour la synthèse d'un correcteur de type PI.

RÉFÉRENCES

- [1] S. Boyd and C. Barrat, *Linear Controller Design : Limits of Performance*. Prentice Hall, 1991.
- [2] —, "Closed-loop convex analysis of performance limits for linear control systems," in *Symp. Comp. Aided Control Sys. Design*, USA, march 1992, pp. 301–304.
- [3] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, and B. A. Francis, "State-space solutions to standard h_2 and h_∞ control problems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 34, no. 8, pp. 831–847, august 1989.
- [4] K. Åström and T. Hägglund, *PID Controllers : Theory, Design, and Tuning*. Instrument Society of America, 1995.
- [5] H. Panagopoulos, K. J. Åström, and T. Hägglund, "Design of pid controllers based on constrained optimization," in *IEE Proc. of Control Theory Application*, vol. 149, no. 1, january 2002, pp. 32–40.
- [6] D. Garcia, A. Karimi, and R. Longchamp, "Robust proportional integral derivative controller tuning with specifications on the infinity-norm of sensitivity functions," *IET Control Theory Application*, vol. 1, no. 1, pp. 263–272, january 2007.
- [7] A. Karimi, D. Garcia, and R. Longchamp, "Pid controller tuning using bode's integrals," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 11, no. 6, pp. 812–821, november 2003.
- [8] T. S. Schei, "Automatic tuning of pid controllers based on transfer function estimation," *Automatica*, vol. 30, no. 12, pp. 1983–1989, 1994.
- [9] H. B. Le and E. Mendes, "Optimal control of first order linear systems with fixed proportional-integral structure controller," in *IEEE 10th Int. Conf. on Control, Automation, Robotics and Vision*, Hanoi, Vietnam, december 2008, pp. 1799–1804.
- [10] —, "Optimal control of second-order linear systems with fixed proportional-integral structure controller," in *European Control Conference*, Budapest, Hungary, pp. 2566–2571.
- [11] A. J. Isaksson and S. F. Graebe, "Analytical pid parameter expressions for higher order systems," *Automatica*, vol. 35, no. 6, pp. 1121–1130, June 1999.
- [12] H. B. Le and E. Mendes, "Optimal control for high order systems with fixed pi controller based on model reduction and constrained optimization," in *48th IEEE Conference on Decision and Control*, Shanghai, China, december 2009, pp. 4036–4041.
- [13] G. Vinnicombe, "Frequency domain uncertainty and the graph topology," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 38, no. 9, pp. 1371–1383, september 1993.
- [14] J. H. Steele and G. Vinnicombe, "Closed-loop time-domain model validation in the nu-gap metric," in *Proc. of the 40th IEEE Conf. on the Decision and Control*, USA, december 2001, pp. 4332–4337.
- [15] G. Stein, "Respect the unstable," *IEEE Control Sys. Magazine*, vol. 23, no. 4, pp. 12–25, august 2003.
- [16] A. Leva, "Pid autotuning algorithm based on relay feedback," *IEE proceedings*, vol. 140, no. 5, pp. 328–338, september 1993.
- [17] A. Besançon-Voda and H. Roux-Buisson, "Another version of the relay feedback experiment," *Journal of Process Control*, vol. 7, no. 4, pp. 303–308, 1997.