



**HAL**  
open science

## Écoulement turbulent entre deux parois parallèles

Geneviève Comte-Bellot, Antoine Craya

► **To cite this version:**

Geneviève Comte-Bellot, Antoine Craya. Écoulement turbulent entre deux parois parallèles. Service de documentation scientifique et technique de l'armement, 159 p., 1965, Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'air. hal-00567117v2

**HAL Id: hal-00567117**

**<https://hal.science/hal-00567117v2>**

Submitted on 7 Oct 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## DERNIÈRES PUBLICATIONS PARUES DANS LA SÉRIE DES BULLETINS DES SERVICES TECHNIQUES

Numéros

106. — Guy MAILLART. — *Aspiration des couches limites* (mai 1946).
107. — Georges DUBOIS. — *Étude expérimentale de la vrille* (mai 1946).
108. — Guy ROBERT. — *Théorie des compas magnétiques et des indicateurs de cap utilisés en aviation* (octobre 1946).
109. — Henri PORTIER. — *Les tracés des pièces de fonderie en alliages légers et ultra-légers* (février 1947).
110. — Donatien COT. — *Exposé des méthodes de calcul des éphémérides aéronautiques pour 1947 et 1948* (mai 1949).
111. — Robert GENTY. — *Le point astronomique à terre, sans instrument* (septembre 1949).
112. — F. T. SALLES. — *Détermination d'un état plan des contraintes à l'aide d'un extensomètre à résistance électrique à trois directions (roselle). Abaques pratiques d'emploi* (décembre 1949).
113. — B. DUBUISSON. — *Restitution planimétrique des photographies aériennes. Instruments et méthodes* (janvier 1950).
114. — R. ROUANET. — *Contribution à l'étude des avions à ailes déformables* (avril 1951).
115. — F. SALLES et C. THORN. — *Méthode des différences finies appliquée aux problèmes bidimensionnels de calcul des contraintes d'une plaque* (mai 1951).
116. — Pierre BARCHIEWITZ, Gilbert AMAT et Colette ROSSETTI. — *Contribution à l'étude de la transmission infrarouge de la basse atmosphère* (février 1954).
117. — Roger BETHILLE. — *Éléments de base des mesures en vol* (décembre 1954).
118. — François VIOLETTE. — *Étude expérimentale et théorique de la décompression explosive et de ses effets physiologiques* (novembre 1955).
119. — Robert LECARDONNEL. — *La rénovation de la Soufflerie S3 du Service Technique Aéronautique* (mai 1957).
120. — André FAUQUET. — *Limites d'applications de la théorie de la ligne portante au calcul d'ailes d'avions munies de spoilers* (décembre 1957).
121. — Maurice BRUNET. — *Écoulement des liquides visqueux dans des canaux resserrés — Ses lois, ses applications* (décembre 1958).
122. — *Caractéristiques des aciers* (décembre 1958).
123. — Donatien COT. — *Éléments des calculs d'interpolation* (mai 1959).
124. — M. KADOSCH. — *Mécanisme de la déviation des jets propulsifs* (novembre 1959).
125. — M. AZÉRÉ PAPON. — *Sur le calcul des grilles de profils* (novembre 1960).
126. — G. CZERWENKA. — *Théorie du calcul des cerces* (janvier 1961).
127. — A. SAULNIER et R. DEVELAY. — *Structures et propriétés caractéristiques de quelques alliages de titane* (décembre 1961).
128. — H. LACAZE. — *Tour d'horizon sur la magnétohydrodynamique* (mai 1963).
129. — Guy BRONOËL. — *Étude structurale de l'alliage ZT1. Phénomènes d'hydruration et d'oxydation* (mai 1963).
130. — Wolfgang ZANGL. — *Contributions à une étude de similitude pour des moteurs-fusées* (septembre 1963).

**PUBLICATIONS SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES**  
**DU MINISTÈRE DE L'AIR**

---

**ÉCOULEMENT TURBULENT**  
**ENTRE DEUX PAROIS PARALLÈLES**

PAR

GENEVIÈVE COMTE-BELLOT

DOCTEUR ÈS SCIENCES  
CHARGÉE DE RECHERCHE AU C.N.R.S.

PRÉFACE DE A. CRAYA

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE GRENOBLE



ÉDITÉ

PAR LE SERVICE DE DOCUMENTATION SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE  
DE L'ARMEMENT

MAGASIN DE VENTE : 2, AVENUE DE LA PORTE-D'ISSY, PARIS (15<sup>e</sup>)

1965

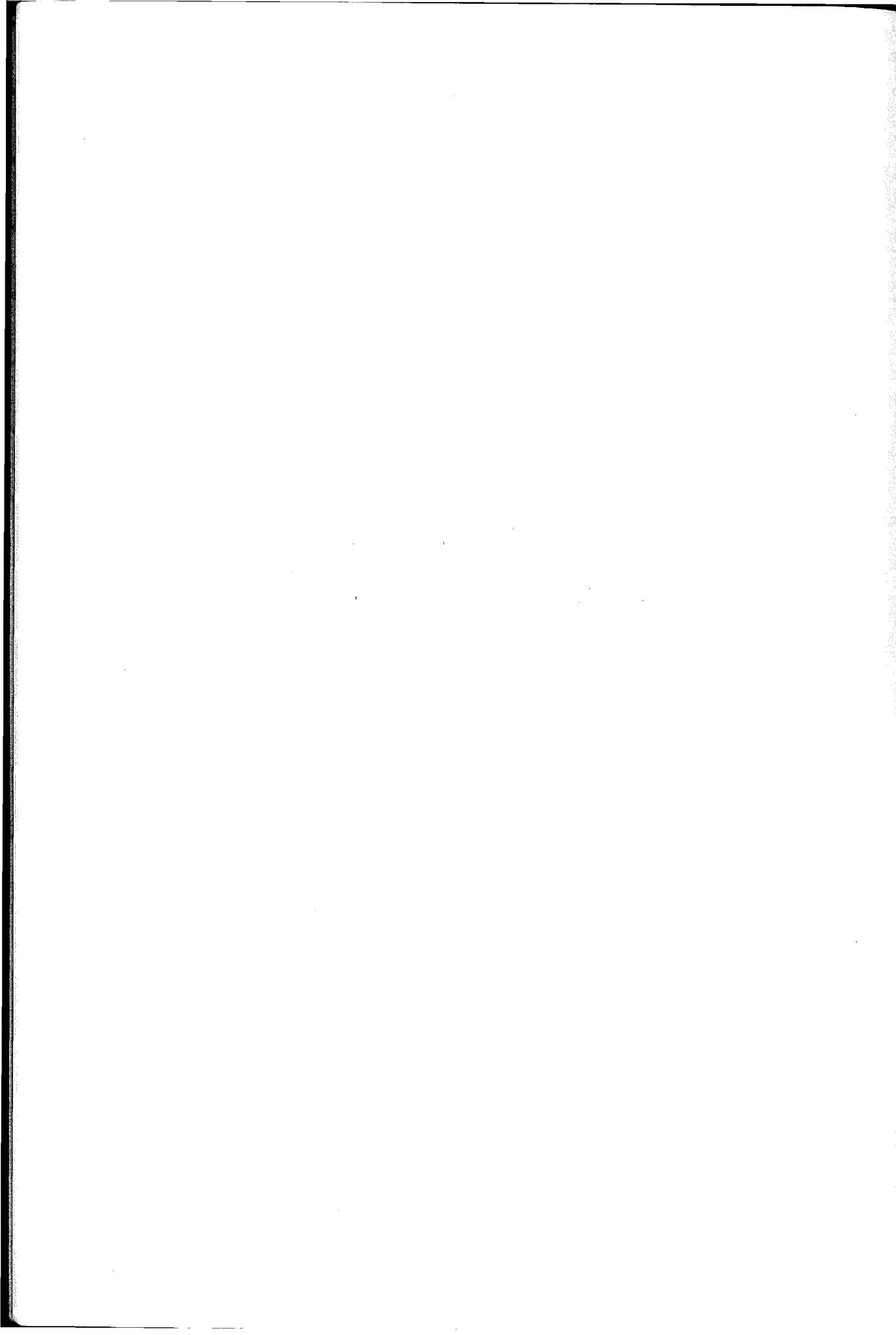
**N° 419**

*Tous droits de reproduction et de traduction réservés*



ÉCOULEMENT TURBULENT  
ENTRE DEUX PAROIS PARALLÈLES





## SOMMAIRE <sup>(1)</sup>

---

On examine les problèmes essentiels des écoulements turbulents en conduite en tenant compte des deux caractères fondamentaux des écoulements à frottement turbulent, anisotropie et inhomogénéité : structure des très gros tourbillons, distribution de probabilité des fluctuations de vitesse, équilibre universel et, en particulier, isotropie locale des petits tourbillons, influence de la viscosité dans la région centrale de la conduite, structure du film visqueux, établissement de l'écoulement le long de la conduite.

Les mesures sont effectuées dans un tunnel de section rectangulaire constante (largeur  $2D = 0,180$  m, hauteur  $2H = 2,400$  m) aux trois nombres de Reynolds  $\frac{U_m D}{\nu} = 57\ 000, 120\ 000, 230\ 000$  et à différentes distances  $x_1$  de l'entrée,  $40 < \frac{x_1}{D} < 120$ .

Pour chacune des composantes  $u_i$  des fluctuations de vitesse on a étudié les intensités de turbulence, les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement :

$$\frac{\overline{u_i^3}}{(\overline{u_i^2})^{3/2}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{u_i^4}}{(\overline{u_i^2})^2},$$
$$S_i = - \frac{(\overline{\partial u_i / \partial x_1})^3}{[(\overline{\partial u_i / \partial x_1})^2]^{3/2}} \quad \text{et} \quad T_i = \frac{(\overline{\partial u_i / \partial x_1})^4}{[(\overline{\partial u_i / \partial x_1})^2]^2},$$

les spectres d'énergie et les coefficients de corrélation spatiale double :

$$R_{11}(r, 0, 0), \quad R_{11}(0, r, 0), \quad R_{11}(0, 0, r), \quad R_{22}(0, r, 0),$$
$$R_{22}(0, 0, r), \quad R_{33}(0, r, 0), \quad R_{33}(0, 0, r).$$

---

(1) Cette recherche a fait l'objet de la thèse présentée par G. COMTE-BELLOT à l'Université de Grenoble le 22 mai 1963 sous le titre : *Contribution à l'étude de la turbulence de conduite.*



## PRÉFACE

---

*Parmi les écoulements turbulents de base, le régime uniforme plan entre deux parois lisses parallèles garde une place de choix. La couche limite, par exemple, est un écoulement beaucoup moins pur, par l'intermittence qui règne à l'une de ses frontières et par le fait qu'il n'est que quasi parallèle.*

*Il est bien connu cependant que cette stationnarité de l'écoulement en conduite dans la direction du courant, nous laisse malgré tout en présence d'un phénomène physique d'une extrême complexité. Bien qu'il y ait une solidarité de tout l'écoulement dans une section, on est conduit à considérer à part des régions comme la zone centrale ou celle près de la paroi, ou encore celle du film visqueux. L'anisotropie de la turbulence très marquée aux grosses échelles, demeure très sensible jusqu'au niveau de la dissipation. Le mécanisme de base qui est l'interaction entre l'écoulement moyen et celui de fluctuation en est bien compris, mais la structure fine de l'écoulement s'en trouve considérablement compliquée.*

*Ces difficultés font qu'il est impossible à l'heure actuelle de rêver d'une explication complète de la turbulence de paroi en conduite. Il se pose toutefois à son sujet suffisamment de questions intéressantes, pour que les rares recherches qui lui ont été consacrées méritent avec quelques recoupements indispensables des prolongements importants. Au sujet de l'écoulement moyen, on s'est par exemple posé la question de l'influence de la viscosité dans la région centrale; on peut se demander aussi si la loi de paroi est vraiment universelle. Sur les fluctuations turbulentes, les questions se posent en foule; y a-t-il une classe définie de gros tourbillons extrayant l'énergie de l'écoulement moyen; quelle est la structure de l'anisotropie aux différentes échelles notamment au niveau de la production et de la dissipation du tourbillon; y a-t-il isotropie locale aux plus fines échelles? C'est à de telles interrogations que le présent et très important travail de M<sup>lle</sup> COMTE-BELLOT vise à apporter quelques réponses expérimentales précises et sûres.*

*Nous sommes heureux de dire, pour l'avoir suivi au cours de nombreuses années, l'attention scrupuleuse et l'effort de haute qualité qui ont présidé à la réalisation de cette recherche. M<sup>lle</sup> COMTE-BELLOT s'est attachée à approfondir la physique du fil chaud, à en améliorer les circuits électroniques, à en perfectionner les techniques d'emploi par des méthodes souvent originales. Les résultats obtenus ont fait l'objet de nombreux recoupements et présentent donc les meilleures garanties de validité. Une base solide a ainsi été fournie pour un examen approfondi des nombreuses questions dont quelques-unes viennent d'être évoquées et auxquelles M<sup>lle</sup> COMTE-BELLOT n'a pas manqué de consacrer les ressources d'un esprit rigoureux et perspicace.*

*Nous dirons pour terminer que nous souhaitons à cette étude de demeurer pour de longues années un instrument de travail et un document de base, et à son Auteur de continuer à rendre à la Recherche et à l'Enseignement les éminents services qu'ils peuvent légitimement en attendre.*

*L'appui financier et l'intérêt apportés à cette étude désintéressée par Électricité de France et M. BANAL, Directeur du Centre de Recherches et d'Essais de Chatou, nous ont été précieux. Nous redisons enfin aux Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air et à M. l'Ingénieur Général de l'Air VERNOTTE combien nous apprécions l'accueil de ce travail dans leur Collection et le soin apporté à son édition.*

A. CRAYA,

Professeur à la Faculté des Sciences  
de Grenoble.

---

# TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
PRINCIPALES NOTATIONS .....	1
CHAPITRE PREMIER	
<b>Idées physiques directrices</b> .....	3
1,1 Anisotropie de la turbulence associée à des vitesses moyennes .....	3
1° Tourbillons porteurs d'énergie cinétique .....	3
2° Petits tourbillons .....	5
1,2 Quelques problèmes posés par les écoulements turbulents en conduite ..	8
1° Écoulement moyen .....	9
a) Lois du régime établi .....	9
b) Établissement de l'écoulement .....	10
2° Structure des très gros tourbillons .....	12
3° Distribution de probabilité des fluctuations de vitesse.....	14
4° Équilibre universel des petits tourbillons .....	15
5° Structure du film visqueux .....	18
CHAPITRE II	
<b>Installation</b> .....	21
2,1 Choix des caractéristiques du tunnel .....	21
2,2 Description de la soufflerie .....	21
2,3 Sections de mesure .....	25
2,4 Mécanismes de déplacements des sondes .....	26
CHAPITRE III	
<b>Exécution des mesures</b> .....	29
3,1 Détermination de la vitesse de frottement et des vitesses moyennes dans la région centrale du tunnel.....	29
3,2 Caractéristiques des anémomètres utilisés .....	30
3,3 Caractéristiques des sondes à fils chauds utilisées .....	32
3,4 Détermination des coefficients de sensibilité des fils chauds .....	32

	PAGES	
3,5	Mesure des vitesses moyennes près de la paroi.....	36
3,6	Isolement des fluctuations transversales de vitesse .....	38
	1° Isolement de $u_2(t)$ .....	39
	2° Isolement simultané de $u_2(t)$ et de $u_1(t)$ .....	40
3,7	Détermination des valeurs quadratiques moyennes.....	40
3,8	Mesure des coefficients de dissymétrie et d'aplatissement .....	42
	1° Réalisation des circuits à puissances 3 <sup>e</sup> et 4 <sup>e</sup> instantanées d'un signal	43
	2° Mise au point et étalonnage .....	48
	3° Précision des mesures .....	49
3,9	Mesure des coefficients de corrélation .....	54
3,10	Détermination des spectres d'énergie des fluctuations de vitesse .....	59
 CHAPITRE IV  		
<b>Résultats et discussion</b> .....		<b>62</b>
4,1	Écoulement moyen .....	63
	1° Symétrie et bidimensionnalité .....	63
	2° Pression statique .....	63
	3° Développement des couches limites sur les parois inférieure et supérieure du tunnel .....	63
	4° Vitesse de frottement .....	64
	5° Vitesses moyennes .....	64
4,2	Intensités de turbulence .....	65
4,3	Frottement turbulent .....	65
4,4	Coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations de vitesse .	66
4,5	Coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des dérivées par rapport à $x_1$ des fluctuations de vitesse .....	68
4,6	Spectres d'énergie des fluctuations de vitesse.....	69
4,7	Corrélations spatiales doubles .....	72
4,8	Conclusion .....	72
TABLEAUX .....		75
PLANCHES .....		89
BIBLIOGRAPHIE .....		155

## PRINCIPALES NOTATIONS

- $2D$  . . . . Largeur du tunnel ( $2D = 0,180$  cm).  
 $L$  . . . . Longueur du tunnel ( $L = 12$  m).  
 $2H$  . . . . Hauteur du tunnel ( $2H = 2,400$  m).  
 $Ox_1 x_2 x_3$  . . Trièdre trirectangle direct :  $O$  est dans la section droite d'entrée du tunnel sur l'axe de symétrie horizontal d'une des parois latérales;  $Ox_1$  est porté par cet axe de symétrie;  $Ox_2$  est perpendiculaire à la paroi latérale et dirigée vers le centre du tunnel.  
 $U_i$  . . . . Composantes de la vitesse moyenne ( $i = 1, 2$  ou  $3$ ); quand  $U_2 = U_3 = 0$  la composante  $U_1$  est parfois notée simplement  $U$ .  
 $U'_0$  . . . . Vitesse maximale dans une section  $\frac{x_1}{D}$  quelconque.  
 $U_0$  . . . . Vitesse maximale dans la section  $\frac{x_1}{D} = 118$ .  
 $U_m$  . . . . Vitesse de débit.  
 $Re$  . . . . Nombre de Reynolds de l'écoulement moyen :  $Re = \frac{U_m D}{\nu}$ .  
 $u_f$  . . . . Vitesse de frottement.  
 $K, C, C'$  . . Coefficients de la loi logarithmique des vitesses moyennes.  
 $P$  . . . . Pression statique moyenne comptée à partir de la pression relative à la section  $\frac{x_1}{D} = 118$ .  
 $h$  . . . . Hauteur manométrique relative à la vitesse  $U$ .  
 $u_i$  . . . . Composantes des fluctuations de vitesse.  
 $\omega_i$  . . . . Composantes des fluctuations de vorticité.  
 $p$  . . . . Fluctuation de la pression statique.  
 $k_i$  . . . . Composantes du nombre d'onde  $\vec{k}$ .  
 $k$  . . . . Module du nombre d'onde  $\vec{k}$ .  
 $N$  . . . . Fréquence.  
 $\psi_{ii}(k_i)$  . . Spectres unidimensionnels de  $\overline{u_i^2}$  :

$$\overline{u_i^2} = \int_0^{\infty} \psi_{ii}(k_i) dk_i.$$

- $\mathfrak{R}_{ij}(\vec{r})$  . . . Corrélations spatiales doubles, par exemple :

$$\mathfrak{R}_{ij}(r, 0, 0) = \overline{u_i(x_1, x_2, x_3) u_j(x_1 + r, x_2, x_3)}$$

$R_{ij}(\vec{r})$ . . . Coefficient de corrélation spatiale double, par exemple :

$$R_{ij}(r, 0, 0) = \frac{\overline{u_i(x_1, x_2, x_3) u_j(x_1 + r, x_2, x_3)}}{\sqrt{\overline{u_i^2(x_1, x_2, x_3)}} \sqrt{\overline{u_j^2(x_1 + r, x_2, x_3)}}}$$

$S_i$ . . . . . Coefficients de dissymétrie de la distribution de probabilité des dérivées  $\partial u_i / \partial x_1$  :

$$S_i = - \frac{\overline{(\partial u_i / \partial x_1)^3}}{\left[ \overline{(\partial u_i / \partial x_1)^2} \right]^{3/2}}$$

$T_i$ . . . . . Coefficients d'aplatissement de la distribution de probabilité des dérivées  $\partial u_i / \partial x_1$  :

$$T_i = \frac{\overline{(\partial u_i / \partial x_1)^4}}{\left[ \overline{(\partial u_i / \partial x_1)^2} \right]^2}$$

$\epsilon$ . . . . . Énergie cinétique turbulente dissipée par seconde et par unité de masse.

$\eta, \nu$ . . . . . Échelles de KOLMOGOROV :

$$\eta = \nu^{3/4} \epsilon^{-1/4}, \quad \nu = \nu^{1/4} \epsilon^{1/4}$$

$\lambda_i$ . . . . . Échelles de TAYLOR :

$$\frac{1}{\lambda_i^2} = \int_0^\infty k_1^2 \frac{\psi_{ii}(k_1)}{U^2} dk_1$$

$\sqrt{\overline{u_i^2}} \frac{\lambda_i}{\nu}$ . . . . Nombres de Reynolds de la turbulence.

$L_i$ . . . . . Longueurs de corrélation :

$$L_i = \int_0^\infty R_{ii}(r, 0, 0) dr$$

## IDÉES PHYSIQUES DIRECTRICES

La structure de la turbulence qu'on rencontre dans la plupart des écoulements usuels et les mécanismes qui la régissent sont loin d'être complètement connus malgré les nombreux résultats déjà acquis. Une difficulté essentielle réside dans le nombre des caractéristiques à considérer, car la turbulence associée à des vitesses moyennes n'est ni homogène, ni isotrope. Aussi, pour étudier ces mécanismes, on a intérêt à considérer un écoulement pour lequel le nombre des paramètres est réduit au minimum. L'écoulement en conduite de section constante est l'un des cas fondamentaux à examiner. LAUFER (1951) et (1954) a déjà étudié quelques-uns des aspects qui différencient la turbulence de conduite de la turbulence de grille; en particulier, il a examiné la valeur des différents termes de l'équation d'énergie et la possibilité de l'existence de l'isotropie locale. L'étude expérimentale que nous avons entreprise sur l'écoulement bidimensionnel en tunnel rectangulaire de section constante prolonge cette ligne de recherches.

Nous indiquons dans ce chapitre les différents problèmes auxquels nous nous sommes intéressés et, comme l'anisotropie les marque d'une manière profonde, nous lui consacrons la première partie de cet exposé.

### 1,1 ANISOTROPIE DE LA TURBULENCE ASSOCIÉE A DES VITESSES MOYENNES

L'anisotropie est à considérer suivant les différentes tailles de tourbillons car elle n'apparaît pas sur les grosses structures et sur les structures fines à la suite des mêmes mécanismes.

#### 1° Tourbillons porteurs d'énergie cinétique.

Pour les tourbillons porteurs d'énergie cinétique l'anisotropie résulte de l'inégale attribution aux trois composantes  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  de l'énergie cédée par le mouvement moyen au mouvement turbulent.

Considérons le cas de l'écoulement bidimensionnel établi en tunnel, pour lequel les dérivées par rapport à  $x_1$  et  $x_3$  de la vitesse moyenne et de toutes les moyennes turbu-

lentes sont nulles; l'équation d'évolution du terme général du tenseur de Reynolds (TOWNSEND, 1956) :

$$(1,11) \quad \begin{aligned} U_i \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} + \left( \overline{u_i u_l} \frac{\partial U_j}{\partial x_l} + \overline{u_j u_l} \frac{\partial U_i}{\partial x_l} \right) + \frac{\partial \overline{u_i u_j u_l}}{\partial x_l} \\ + \frac{1}{\rho} \left( u_i \frac{\partial p}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) + 2 \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_j}{\partial x_l} - \nu \Delta \overline{u_i u_j} = 0, \end{aligned}$$

conduit aux relations suivantes :

$$(1,12) \quad \left\{ \begin{aligned} \overline{u_1 u_2} \frac{dU_1}{dx_2} + \frac{d}{dx_2} \frac{\overline{u_2 u_1^2}}{2} + \frac{1}{\rho} \overline{u_1} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \nu \left( \frac{\partial \overline{u_1}}{\partial x_l} \right)^2 - \nu \frac{d^2}{dx_2^2} \frac{\overline{u_1^2}}{2} &= 0, \\ \frac{d}{dx_2} \frac{\overline{u_2 u_2^2}}{2} + \frac{1}{\rho} \overline{u_2} \frac{\partial p}{\partial x_2} + \nu \left( \frac{\partial \overline{u_2}}{\partial x_l} \right)^2 - \nu \frac{d^2}{dx_2^2} \frac{\overline{u_2^2}}{2} &= 0, \\ \frac{d}{dx_2} \frac{\overline{u_2 u_3^2}}{2} + \frac{1}{\rho} \overline{u_3} \frac{\partial p}{\partial x_3} + \nu \left( \frac{\partial \overline{u_3}}{\partial x_l} \right)^2 - \nu \frac{d^2}{dx_2^2} \frac{\overline{u_3^2}}{2} &= 0. \end{aligned} \right.$$

Ainsi le mouvement moyen fournit de l'énergie à la seule composante  $u_1$  et ce sont les fluctuations de pression qui redistribuent, entre les composantes  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ , l'énergie communiquée à  $u_1$ . On conçoit que la pression puisse jouer ce rôle d'intermédiaire car, comme le remarque SCHUBAUER (1954), les mouvements initiaux selon  $Ox_1$ , créent des gradients de pression qui permettent une agitation désordonnée de l'écoulement où apparaissent des fluctuations ayant des composantes suivant  $Ox_2$  et  $Ox_3$ .

On constate aisément cette anisotropie sur les intensités de turbulence; près d'une paroi par exemple, les rapports :

$$\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{\sqrt{\overline{u_2^2}}} \quad \text{ou} \quad \frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{\sqrt{\overline{u_3^2}}}$$

sont approximativement égaux à 2. Pour la préciser on peut comparer les spectres unidimensionnels  $\psi_{ii}(k_1)$  dans la région des petites valeurs (1) de  $k_1$ ; s'il y a isotropie  $\psi_{11}(k_1)$  et  $\psi_{22}(k_1)$  sont liés par la relation :

$$(1,13) \quad 2 \psi_{22}(k_1) = \psi_{11}(k_1) - k_1 \frac{d\psi_{11}(k_1)}{dk_1}.$$

D'après les essais de LAUFER (1954) en conduite ou de KLEBANOFF (1955) en couche limite, les valeurs de  $\psi_{22}(k_1)$  mesurées sont nettement inférieures à celles que l'on déduit de  $\psi_{11}(k_1)$  au moyen de (1,13); cela serait d'ailleurs compatible avec le mécanisme indirect par lequel les composantes  $u_2$  et  $u_3$  reçoivent leur énergie, le terme de transfert  $u_i \frac{\partial p}{\partial x_i}$  étant, par sa forme même, probablement associé à des nombres d'onde plus grands que ceux auxquels l'énergie passe de l'écoulement moyen à la composante  $u_1$ .

(1) Comme les spectres unidimensionnels  $\psi_{ii}(k_1)$  résultent d'une intégration en  $k_2$  et  $k_3$  de  $-\infty$  à  $+\infty$ , on ne doit pas oublier qu'en fixant un intervalle de  $k_1$  on n'isole pas parfaitement une gamme de tourbillons, mais qu'on lui donne simplement plus de poids.

Même pour la turbulence de grille une certaine anisotropie se manifesterait pour les tourbillons porteurs d'énergie. WYATT (1955) obtient, en effet, pour le rapport  $\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{\sqrt{\overline{u_2^2}}}$  des valeurs qui varient, selon les nombreux essais effectués, de 1,1 à 1,3, l'anisotropie ayant tendance à diminuer lorsque le nombre de Reynolds croît et, ce qui est surprenant, à augmenter lorsqu'on s'éloigne de la grille. GRANT et NISBET (1957) indiquent des valeurs du même ordre que des mesures ultérieures confirment (GRANT, 1958). L'anisotropie de la turbulence de grille serait alors plus importante que celle qu'on observe sur l'axe d'une conduite où  $\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{\sqrt{\overline{u_2^2}}}$  est de l'ordre de 1,05 d'après les essais de LAUFER (1954).

## 2° Petits tourbillons.

Comme tous les tourbillons présents dans l'écoulement, les petits n'échappent pas à la déformation exercée directement par l'écoulement moyen. Ceux-ci subissent une augmentation de vorticité suivant l'axe principal de dilatation et une diminution suivant l'axe principal de contraction; ces deux directions sont les bissectrices des axes  $Ox_1x_2$ , dans le cas de l'écoulement en conduite ou, plus généralement, dans le cas des écoulements où seul le gradient  $\frac{\partial U_1}{\partial x_2}$  est diff  rent de zéro. Ce fait essentiel a été nettement mis en évidence par les études fondamentales de TOWNSEND (1954) et de UBEROI (1957), entre autres, effectuées sur des écoulements schématiques qui ne retiennent des écoulements usuels que cet aspect de déformation. TOWNSEND (1954) soumet la turbulence en cours de décroissance en aval d'une grille à la déformation pure plane :

$$\frac{\partial U_1}{\partial x_1} = a, \quad \frac{\partial U_2}{\partial x_2} = -a, \quad \frac{\partial U_3}{\partial x_3} = 0,$$

$a$  étant constant. L'écoulement turbulent pénètre dans un conduit dont les dimensions de la section rectangulaire d'aire constante varient avec  $x_3$  suivant :

$$\frac{ax_3}{e^{U_3}} \quad \text{et} \quad e^{-\frac{ax_3}{U_3}}.$$

Ce conduit de distorsion est prolongé par un conduit parallèle ( $U_1 = U_2 = 0$ ,  $\frac{dU_3}{dx_3} = 0$ ). La turbulence qui est initialement approximativement isotrope est progressivement déformée, puis abandonnée à elle-même, et TOWNSEND étudie l'évolution de sa structure avec  $x_3$ . La quantité :

$$K = \frac{\overline{u_2^2} - \overline{u_1^2}}{\overline{u_2^2} + \overline{u_1^2}}$$

qui caractérise l'anisotropie des grosses structures croît de 0 à 0,42 pendant la distor-

sion puis reste constante (1); la quantité analogue relative aux petits tourbillons :

$$K' = \frac{\overline{\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3}\right)^2} - \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right)^2}}{\overline{\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right)^2}},$$

croît de 0 à 0,30 pendant la distorsion puis décroît quand la distorsion cesse ; ainsi l'anisotropie des petits tourbillons serait due essentiellement à l'action directe de l'écoulement moyen et non à l'anisotropie des gros tourbillons. Cette conclusion serait confirmée par les expériences de UBEROI (1957) relatives à l'évolution, dans un champ de vitesse uniforme, d'une turbulence initialement anisotrope, créée par une contraction axi-symétrique; les inégalités de départ sont  $\overline{u_2^2} = \overline{u_3^2} > \overline{u_1^2}$ ,  $\overline{\omega_2^2} = \overline{\omega_3^2} < \overline{\omega_1^2}$  et UBEROI constate que le rapport  $\frac{\overline{\omega_1^2}}{\overline{\omega_2^2}}$  devient égal à l'unité bien avant que l'équipartition de l'énergie soit réalisée.

Dans les écoulements usuels, il importe de savoir quelle est l'importance de l'anisotropie qui résulte de la déformation exercée par l'écoulement moyen. Ce problème explique le grand nombre d'essais qui ont été effectués pour rechercher dans quelle mesure l'isotropie locale est réalisée. Pour étudier les petits tourbillons on considère soit les composantes  $\omega_i$  du vecteur vorticité, ou — ce qui est plus accessible par l'expérience — les dérivées  $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$  des fluctuations de vitesses, soit les contributions apportées par les grands nombres d'ondes aux spectres  $\psi_{ij}(k_1)$ . Les principaux critères d'isotropie locale utilisés sont alors les suivants :

— on examine si les valeurs efficaces des dérivées  $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$  sont liées par les relations :

$$(1,14) \quad \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2} = \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^2} = \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)^2}$$

ou

$$(1,15) \quad \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2} = \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^2} = \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right)^2}$$

— on vérifie que les coefficients de dissymétrie :

$$S_2 = - \frac{\overline{\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^3}}{\left[\overline{\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^2}\right]^{3/2}} \quad \text{et} \quad S_3 = - \frac{\overline{\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)^3}}{\left[\overline{\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)^2}\right]^{3/2}}$$

relatifs aux dérivées des fluctuations transversales sont nuls :

— on vérifie que les spectres  $\psi_{11}(k_1)$  et  $\psi_{22}(k_1)$  [ou  $\psi_{33}(k_1)$ ] sont liés aux grandes valeurs de  $k_1$ , par la relation d'isotropie (1,13);

(1) A l'occasion d'autres essais, GRANT (1958) a triplé la longueur du conduit parallèle et a obtenu, à l'extrémité du conduit, une valeur de K qui est égale à 0,40.

— on cherche, comme l'a proposé pour la première fois LAUFER (1951), si le spectre  $\psi_{12}(k_1)$  du frottement turbulent  $\overline{u_1 u_2}$  tend à s'annuler aux grandes valeurs de  $k_1$ ; on doit généralement effectuer une comparaison avec le spectre  $\psi_{11}(k_1)$ ;

— on compare (cf. UBEROI, 1957 et CRAYA, 1958) les intensités des composantes  $\omega_i$  du vecteur tourbillon, suivant les axes principaux de la déformation constituant l'écoulement moyen; ce critère, comme celui qui est relatif aux coefficients de dissymétrie, est essentiel car il met en jeu le mécanisme profond de la turbulence, c'est-à-dire l'augmentation de la vorticité par allongement des filets tourbillons.

Des premiers essais, effectués généralement sur des écoulements turbulents libres, on a tiré des conclusions en faveur de l'existence de l'isotropie locale. Pour le sillage d'un cylindre, TOWNSEND (1948) constate que les relations (1,14) sont bien vérifiées et que les coefficients de dissymétrie  $S_2$  et  $S_3$  sont nuls. Les essais de CORRIN et UBEROI (1951), relatifs à un jet libre, mettent en évidence que les spectres  $\psi_{12}(k_1)$  deviennent nuls à des valeurs de  $k_1$  auxquelles les spectres  $\psi_{11}(k_1)$  conservent des valeurs notables; la comparaison est effectuée dans diverses sections et à l'ordonnée où  $\overline{u_1 u_2}$  est maximal. Dans le cas de la conduite, LAUFER (1951) constate la même propriété pour les spectres obtenus à la distance  $\frac{x_2}{D} = 0,40$  et conclut que l'isotropie locale existe probablement, bien que les importantes relations (1,15) ne soient pas vérifiées.

Cependant les essais effectués ultérieurement et relatifs à la turbulence de paroi, ont fait douter de l'existence de l'isotropie locale. Tout d'abord TOWNSEND (1951) remarque que dans une couche limite les relations (1,14) ne sont vérifiées qu'approximativement, le terme  $\frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^2}$  tendant à être inférieur à la valeur attendue. Ensuite, LAUFER (1954) entreprend la comparaison systématique des intensités des cinq dérivées :

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial u_1}{\partial x_2}, \quad \frac{\partial u_1}{\partial x_3}, \quad \frac{\partial u_2}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial u_3}{\partial x_1},$$

et trouve que des écarts considérables par rapport aux relations (1,14) et (1,15) apparaissent près de la paroi; pour l'essai au nombre de Reynolds  $R_e = 25\ 000$ , auquel LAUFER accorde le plus de confiance, la classification des intensités des dérivées pour  $\frac{x_2}{D} < 0,10$  serait, par ordre décroissant :

$$\frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^2}, \quad \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right)^2}, \quad \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2}, \quad \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^2}, \quad \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^2}$$

avec, en particulier, pour  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 12$  :

$$\frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^2} = 11 \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2}$$

et :

$$\frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right)^2} = 3,5 \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2},$$

de sorte que, près de la paroi, la valeur de l'énergie dissipée déduite de l'expression

$$(1,16) \quad \epsilon = 15 \nu \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2}$$

est 2,5 fois plus petite que la valeur réelle. KLEBANOFF (1955) reprend les mêmes essais en couche limite et obtient des résultats analogues; près de la paroi  $\overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^2}$  est du même ordre que  $\overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^2}$ ; son rapport à  $\overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2}$  est égal à 10 et l'évaluation de  $\epsilon$  à partir de (1,16) est encore en défaut dans le rapport 2,1; à l'approche de la paroi, KLEBANOFF constate qu'à  $k_1$  fixé les spectres  $\psi_{12}(k_1)$  augmentent plus rapidement que les spectres  $\psi_{11}(k_1)$ . SANDBORN et BRAUN (1956) poursuivent l'étude du cas de la couche limite en isolant les contributions apportées à  $\overline{u_1^2}$ ,  $\overline{u_1 u_2}$  et  $\overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1}\right)^2}$  par diverses bandes de fréquences; ils observent principalement, d'une part que le rapport entre les contributions apportées à  $\overline{u_1 u_2}$  et à  $\overline{u_1^2}$  par les fréquences supérieures à  $N$  reste de l'ordre de 0,25, même quand  $N$  est grand, d'autre part que la première relation (1,14) n'est pas mieux vérifiée lorsqu'ils ne laissent subsister, dans les signaux  $\frac{\partial u_1}{\partial x_1}$  et  $\frac{\partial u_2}{\partial x_1}$ , que les fréquences supérieures à  $N$  et qu'ils augmentent  $N$ . Enfin, UBEROI (1957) constate que le rapport  $\frac{\overline{\omega_1'^2}}{\overline{\omega_2'^2}}$  ( $\omega_1'$  et  $\omega_2'$  sont les composantes de la vorticité suivant les bissectrices des axes  $Ox_1 x_2$ ) est de l'ordre de 1,3 dans la plus grande partie de la couche limite et qu'il ne devient égal à l'unité que vers le bord extérieur.

Pour la turbulence de grille les essais réalisés à la même époque ne révèlent pas d'anisotropie flagrante pour les petits tourbillons. WYATT (1955), par exemple, trouve que la première relation (1,14) est vérifiée à la précision des mesures et que les spectres  $\psi_{11}(k_1)$  et  $\psi_{22}(k_1)$  sont reliés aux grands nombres d'ondes par la relation d'isotropie (1,13).

1,2

### QUELQUES PROBLÈMES POSÉS PAR LES ÉCOULEMENTS TURBULENTS EN CONDUITE

Les problèmes que nous avons abordés peuvent être rattachés à deux groupes : d'une part les problèmes relatifs à l'aspect global de l'écoulement, à examiner dans les différentes régions qu'on peut distinguer dans la conduite d'après les paramètres déterminant l'écoulement moyen, d'autre part les problèmes de structure posés par les différentes tailles de tourbillons. Considérant d'abord l'écoulement moyen, nous avons étudié l'influence de la viscosité dans la région centrale et l'établissement de l'écoulement le long du tunnel. Puis, nous nous sommes intéressés à la structure des très gros tourbillons qui servent d'intermédiaire entre le mouvement moyen et le mouvement turbulent, à la distribution de probabilité des fluctuations de vitesse et au problème de l'équilibre universel des petits tourbillons. Enfin, nous avons examiné la question de la structure du film visqueux.

1° **Écoulement moyen.**

a) **LOIS DU RÉGIME ÉTABLI.**

La vitesse moyenne en un point de la conduite où l'écoulement est établi dépend au plus, des quatre paramètres  $x_2$ ,  $D$ ,  $u_f$  et  $\nu$ . On admet généralement que la viscosité a un rôle négligeable dans la plus grande partie de la conduite et que son influence est concentrée près de la paroi où les gradients de vitesse sont intenses; le frottement visqueux —  $\mu \frac{dU_1}{dx_2}$  intervient en effet lorsque  $\frac{x_2 u_f}{\nu}$  devient inférieur à 30 (LAUFER, 1954), et il est prépondérant devant le frottement turbulent dans la région du film visqueux soit environ pour  $\frac{x_2 u_f}{\nu} < 6$ . Par ailleurs, le fait que presque toute l'énergie cinétique turbulente soit produite dans la région  $\frac{x_2}{D} < 0,10$ , et que cette énergie soit en grande partie dissipée sur place, tend à conférer un caractère local à l'écoulement existant au voisinage de la paroi; la demi-largeur  $D$  de la conduite ne serait pas à prendre en considération dans la mesure où l'on peut admettre que le frottement turbulent demeure égal à la valeur qu'il a à la paroi. Les deux régions ainsi mises en évidence se recouvrent dans une certaine zone dans laquelle, d'après l'analyse de MILLIKAN (1938), on retrouverait la classique loi logarithmique des vitesses moyennes; cette analyse établit également la variation logarithmique de la vitesse  $U_0$  sur l'axe en fonction de la vitesse de frottement  $u_f$ .

Dans l'écoulement en conduite on pourrait ainsi distinguer quatre régions :

— la région du film visqueux ( $\frac{x_2 u_f}{\nu} < 6$ ) dans laquelle la distribution des vitesses serait linéaire :

$$\frac{U}{u_f} = \frac{x_2 u_f}{\nu};$$

— la région de transition ( $6 < \frac{x_2 u_f}{\nu} < 30$ ) dans laquelle existerait la loi de paroi sous la forme générale :

$$\frac{U}{u_f} = f\left(\frac{x_2 u_f}{\nu}\right);$$

— la région de la loi logarithmique ( $\frac{x_2 u_f}{\nu} > 30$ ,  $\frac{x_2}{D} < 0,10$ ) :

$$(1,21) \quad \frac{U}{u_f} = K \log \frac{x_2 u_f}{\nu} + C.$$

$$(1,22) \quad \frac{U_0 - U}{u_f} = -K \log \frac{x_2}{D} + C',$$

où  $K$ ,  $C$  et  $C'$  seraient des constantes ;

— la région centrale ( $\frac{x_2}{D} > 0,10$ ) dans laquelle existerait la loi des vitesses déficitaires :

$$\frac{U_0 - U}{u_f} = g\left(\frac{x_2}{D}\right).$$

En pratique, la forme du profil des vitesses au voisinage de l'axe est assez bien représentée par une parabole, ce qui équivaut à admettre que le coefficient de diffusion turbulente est constant.

Une question importante subsiste cependant dans l'exposé qui précède; elle est relative à l'influence de la viscosité dans la région centrale de la conduite; est-il certain que son influence soit négligeable ainsi qu'on vient de le supposer? On ne considère évidemment ici que l'écoulement moyen et que les tourbillons porteurs d'énergie, car la viscosité reste un paramètre déterminant pour la structure des petits tourbillons en agissant sur l'étendue des régions dissipatrices et sur les gradients de vitesse turbulents qui existent, mais non sur la quantité d'énergie à dissiper. Les premiers doutes proviennent de l'analyse de MALKUS (1956) qui propose une loi de vitesses déficitaires dans laquelle la viscosité interviendrait. Ensuite, on constate que la valeur des coefficients  $K$ ,  $C$  et  $C'$  de la loi logarithmique varient d'un essai à l'autre; des écarts entre les valeurs de  $C'$  correspondant, d'une part à la couche limite ( $C' \sim 2,35$ ), d'autre part à la conduite ( $C' \sim 0,65$ ) ont déjà été signalés par KLEBANOFF et DIEHL (1952); mais même en ne considérant que le cas de la conduite, on constate, d'après les essais de LAUFER (1952 et 1956), de DESSLER (1950) et de COANTIC (1962), que l'on peut obtenir pour  $K$  des valeurs variant de 5,9 à 6,6 et pour  $C$  des valeurs variant de 3,8 à 7,1. HINZE (1962) a récemment exprimé des doutes analogues, et analysant de nombreux essais, en particulier ceux de NIKURADSE, il met en évidence une croissance du coefficient  $K$  et une décroissance des coefficients  $C$  ou  $C'$ , en fonction du nombre de Reynolds. Sur les intensités de turbulence on note aussi une influence du nombre de Reynolds; d'après les résultats de LAUFER (1954), elle se manifesterait dès que  $\frac{x_2}{D}$  devient inférieur à 0,40. Il nous a donc semblé nécessaire de déterminer les caractéristiques moyennes et turbulentes de l'écoulement à plusieurs nombres de Reynolds :

$$R_e = \frac{U_m D}{\nu} = 57\ 000, 120\ 000 \text{ et } 230\ 000.$$

#### b) ÉTABLISSEMENT DE L'ÉCOULEMENT.

Dans diverses applications il importe de connaître la distance  $x_1$  comptée à partir de l'entrée de la conduite à partir de laquelle l'écoulement est hydrodynamiquement établi. Dans le cas du régime turbulent les résultats obtenus ne sont encore que fragmentaires; pour les exposer on doit naturellement distinguer la région centrale de la conduite et la région proche de la paroi ( $\frac{x_2}{D} < 0,10$ ); le cas de la conduite circulaire est le plus souvent abordé.

Dans la région centrale, la longueur d'établissement  $L_e$  du profil des vitesses moyennes est essentiellement commandée par le développement des couches limites le long des parois de la conduite; elle dépend ainsi du nombre de Reynolds de l'écoulement de la pré-turbulence du fluide et de la configuration de l'entrée de la conduite.

Une évaluation théorique de  $L_e$  est difficile parce que les paramètres du problème sont nombreux et qu'on ne sait pas comment tenir compte du remaniement de l'écoulement après la jonction des couches limites. Aussi se limite-t-on à l'évaluation de la distance  $L'_e$ , également intéressante à connaître, à laquelle les couches limites se rejoignent.

gnent. Une évaluation récente est due à HINCU (1958) ; lorsque les couches limites sont turbulentes dès l'entrée de la conduite, la distance  $L'_e$  est donnée par l'expression :

$$\frac{L'_e}{2D} = 1,87 R_e^{0,25}.$$

De nombreuses expériences ont été en revanche entreprises sur cette question. Les résultats de l'importante étude de KIRSTEN montrent que, pour une entrée constituée par un convergent dont le rapport de contraction est égal à 10 environ et pour des nombres de Reynolds compris entre 5 000 et 50 000, l'écoulement n'est pas encore établi à la distance  $\frac{x_1}{2D} = 50$ , mais qu'il le devient vraisemblablement vers  $\frac{x_1}{2D} = 100$  : dans le cas d'une entrée à bords francs la longueur d'établissement serait nettement diminuée. DEISSLER (1950) reprend cette question, et trouve que, pour des nombres de REYNOLDS compris entre 24 000 et 290 000,  $\frac{L_e}{2D}$  est égal à 45 dans le cas d'une entrée à bords francs, tandis que dans le cas d'une entrée constituée par une buse de contraction égale à 10 environ le profil des vitesses évolue encore légèrement à  $\frac{x_1}{2D} = 100$  ; cette différence est due à la formation dans le premier cas d'une veine contractée qui provoque une accélération de l'écoulement dans la région centrale. NIKURADSE (1932) indique, pour un nombre de Reynolds de 450 000, une longueur d'établissement très courte,  $\frac{L_e}{2D} = 40$ , car il considère le cas favorable d'une grande pré-turbulence initiale. KNUDSEN et KATZ (1958) perturbent considérablement l'admission de l'air dans la conduite en plaçant, un peu en amont du plan de l'entrée, un obstacle qui diminue les vitesses sur l'axe de la conduite ; des traces de cette configuration d'entrée sont retrouvées dans la section  $\frac{x_1}{2D} = 100$ , où le profil des vitesses n'atteint pas encore son maximum sur l'axe.

Près de la paroi le développement du profil des vitesses moyennes est lié, en raison du caractère local de l'écoulement, à l'évolution de la tension  $\tau_0$  à la paroi. Les mesures de DEISSLER (1953) relatives à une conduite circulaire ou à un tunnel bidimensionnel mettent en évidence que la longueur  $L''_e$ , nécessaire à l'obtention d'une valeur de  $\tau_0$  indépendante de  $x_1$  est très courte :  $\frac{L''_e}{2D} = 6$  dans le cas défavorable de l'essai au plus petit nombre de Reynolds.

Dans les essais rapportés ci-dessus seules les caractéristiques de l'écoulement moyen ont été considérées. On peut alors se demander comment se comportent les caractéristiques des fluctuations de vitesse et si, en particulier, elles ne seraient pas des facteurs très sensibles à l'évolution de l'écoulement en fonction de  $\frac{x_1}{D}$ . Ainsi, nous avons décidé de déterminer certaines des caractéristiques turbulentes en diverses sections réparties le long du tunnel ; en outre, ces mesures étaient utiles à une meilleure compréhension des résultats obtenus en écoulement établi (1).

(1) Pour l'écoulement en tunnel bidimensionnel nous qualifions d'établi l'écoulement qui résulte du développement complet des couches limites relatives aux parois latérales, malgré la perturbation sans cesse croissante due aux couches limites engendrées par les parois supérieure et inférieure.

2° Structure des très gros tourbillons.

On a eu l'attention attirée depuis la publication de TOWNSEND (1951) par l'existence possible dans un écoulement turbulent de très gros tourbillons servant d'intermédiaire entre l'écoulement moyen et le mouvement turbulent; ces tourbillons pourraient avoir de ce fait une structure mieux définie que celle des tourbillons porteurs d'énergie. On peut déterminer aisément certaines de leurs propriétés en analysant les tronçons des courbes de corrélation  $\mathcal{R}_{ij}(\vec{r})$  relatives aux grandes valeurs de  $\vec{r}$ . De ces données il n'est cependant pas facile de déduire le modèle tourbillonnaire convenable; on doit imaginer un modèle, en accord avec les mesures, selon lequel l'énergie serait extraite du mouvement moyen. Une évolution des idées s'est ainsi manifestée entre le modèle initial de TOWNSEND (1951 et 1956) et le modèle ultérieur proposé par GRANT (1958) et TOWNSEND (1957).

La première analyse n'est basée que sur les résultats expérimentaux de LAUFER (1951) relatifs aux coefficients de corrélation entre fluctuations longitudinales :  $R_{11}(0, r, 0)$  et  $R_{11}(0, 0, r)$  décroissent, lorsque  $r$  croît, beaucoup plus rapidement que  $R_{11}(r, 0, 0)$ , la différence entre les courbes étant d'ailleurs très accentuée au voisinage de la paroi : TOWNSEND propose alors l'existence de tourbillons qui auraient la forme de longs cylindres circulaires d'axe parallèle à  $Ox_1$  dont le vecteur vorticité serait dirigé, à l'équilibre énergétique du tourbillon, suivant l'axe principal de dilatation de la déformation moyenne; les lignes de courant seraient ainsi contenues dans des plans à  $45^\circ$  de la vitesse moyenne. Les tourbillons seraient disposés de façon plus ou moins aléatoire dans les directions  $Ox_1$  et  $Ox_3$ . Au voisinage de la paroi, les tourbillons, qui seraient très allongés suivant  $Ox_1$ , auraient approximativement tous même diamètre et seraient plaqués contre la paroi, les vitesses décroissant exponentiellement lorsque la distance à la paroi croît. Dans la région extérieure de la couche limite, les axes des tourbillons seraient situés, comme dans le cas du sillage, à une distance de la paroi fixée par la section  $\frac{x_1}{D}$  étudiée; le diamètre des tourbillons serait aussi fixé par  $\frac{x_1}{D}$  et les vitesses décroîtraient exponentiellement avec la dimension des cylindres.

La deuxième analyse s'appuie sur une étude expérimentale plus complète des corrélations; GRANT a tracé les neuf courbes :

$$(1,23) \quad \begin{array}{lll} \mathcal{R}_{11}(r, 0, 0) & \mathcal{R}_{11}(0, r, 0) & \mathcal{R}_{11}(0, 0, r), \\ \mathcal{R}_{22}(r, 0, 0) & \mathcal{R}_{22}(0, r, 0) & \mathcal{R}_{22}(0, 0, r), \\ \mathcal{R}_{33}(r, 0, 0) & \mathcal{R}_{33}(0, r, 0) & \mathcal{R}_{33}(0, 0, r) \end{array}$$

à plusieurs distances de la paroi et a déterminé la corrélation  $\mathcal{R}_{22}(r_1, r_2, 0)$  à diverses valeurs de  $r_1$  et de  $r_2$ , la sonde fixe étant placée sur le bord de la couche limite. GRANT attache beaucoup d'importance au signe de  $\mathcal{R}_{ii}$  pour  $|\vec{r}|$  grand, car ce signe permet de préciser si les composantes  $u_i$  de la vitesse en deux points distants de  $|\vec{r}|$  et appartenant au même modèle tourbillonnaire sont, ou non, de même sens. Les courbes de corrélation sont principalement soit du type A ( $\mathcal{R}_{ii}$  est toujours positif) soit du type B ( $\mathcal{R}_{ii}$  est

d'abord positif puis devient négatif). Le schéma proposé initialement par TOWNSEND conduit ainsi à des corrélations (1,23) dont les types sont :

A	A	B,
A	A	B,
A	B	A.

Or, pour la partie extérieure de la couche limite, les essais de GRANT mettent en évidence des corrélations (1,23) dont les types sont :

A	A	B,
B	A	B.
B	B	A,

tableau qui diffère du précédent sur les signes des corrélations  $\mathcal{R}_{22}(r, 0, 0)$  et  $\mathcal{R}_{33}(r, 0, 0)$  aux grandes valeurs de  $r$ . Le modèle que GRANT propose, en rapprochant encore l'écoulement dans la région extérieure de la couche limite de celui qui existe dans un sillage, est alors le suivant (cf. fig. I-1) : il existerait des jets prenant naissance à l'intérieur de la couche limite et émergeant dans le fluide extérieur ; à cause du gradient de vitesse moyenne les lignes de courant des jets seraient inclinées vers les  $x_1$  positifs. Au voisinage de la paroi l'expérience fournit les types de corrélations suivants :

A	A	B,
B	A	A,
A	B	B,

et met encore en évidence les valeurs notables que conserve  $\mathcal{R}_{11}(r, 0, 0)$  pour  $r$  grand comparativement à d'autres corrélations,  $\mathcal{R}_{22}(0, 0, r)$  en particulier ; du schéma initial de TOWNSEND il subsiste l'idée de la grande extension des structures suivant  $Ox_1$  ; GRANT propose l'existence d'une série de jets bidimensionnels selon  $Ox_1$  et issus du bord du film visqueux (cf. fig. I-1), leur naissance pouvant être déclenchée par des

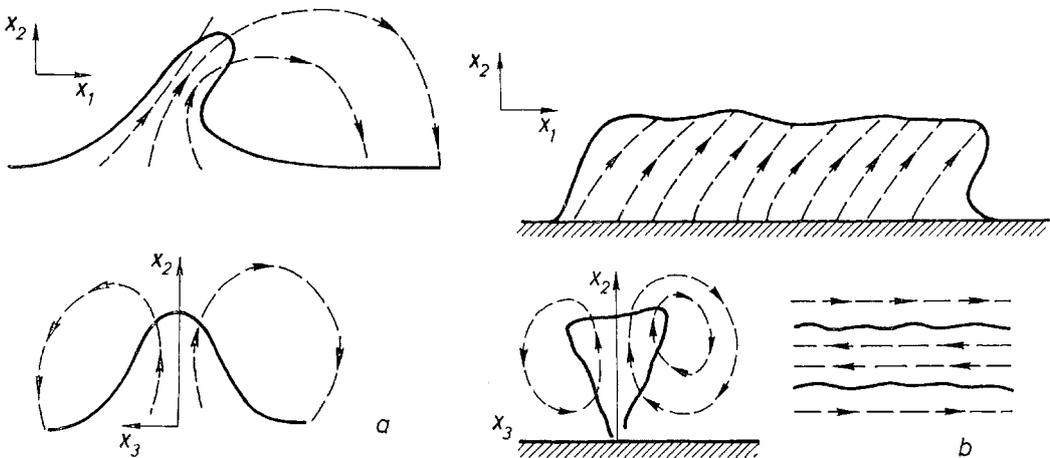


Fig. I-1 — Structure des très gros tourbillons d'après TOWNSEND (1957) et GRANT (1958) :  
a) région extérieure d'une couche limite ; b) voisinage de la paroi.

perturbations de l'écoulement extérieur, ce qui permettrait d'exprimer le fait que la dimension des jets selon  $Ox$ , soit sans rapport avec la distance  $x_2$  à la paroi (cf. GRANT, fig. 21).

Une des lignes de recherches de nos essais concerne donc la structure des gros tourbillons. Les analyses précédentes aident évidemment à la compréhension de l'écoulement au voisinage de la paroi; mais le problème reste entier pour la région centrale de la conduite et même la première étape, celle des mesures, n'a été que peu abordée; LAUFER (1951) a étudié les coefficients de corrélations  $R_{11}(r, 0, 0)$ ,  $R_{11}(0, r, 0)$  et  $R_{11}(0, 0, r)$  en limitant cependant l'exploration à  $\frac{r}{D}$  inférieur à 0,80. Nous avons repris ces mesures et nous avons déterminé, en outre, à diverses distances de la paroi, quatre autres coefficients de corrélation correspondant aux corrélations du tableau (1,23).

### 3° Distribution de probabilité des fluctuations de vitesse.

Pour caractériser les tourbillons porteurs d'énergie nous avons considéré d'abord les intensités de turbulence qui nous permettent de comparer nos résultats à ceux des études antérieures, puis, surtout, les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement  $\frac{\overline{u_i}}{(\overline{u_i^2})^{3/2}}$  et  $\frac{\overline{u_i^4}}{(\overline{u_i^2})^2}$ . En turbulence de grille l'expérience montre que ces coefficients correspondent approximativement à ceux d'une distribution de probabilité gaussienne :

$$\frac{\overline{u_i}}{(\overline{u_i^2})^{3/2}} = 0, \quad \frac{\overline{u_i^4}}{(\overline{u_i^2})^2} = 3.$$

Pour un écoulement à gradient de vitesse peu de mesures ont été effectuées systématiquement et l'interprétation des résultats fait appel à diverses notions : probabilité des différentes amplitudes, convection d'énergie, intermittence. Le terme auquel on s'est intéressé le plus souvent est  $\frac{\overline{u_2^3}}{(\overline{u_2^2})^{3/2}}$ , qui est lié à la convection de l'énergie turbulente par les fluctuations normales à la paroi; il a été mesuré par TOWNSEND (1949) dans le sillage d'un cylindre, par LAUFER (1954) dans une conduite, par GURVICH (1960) en turbulence atmosphérique. LAUFER (1954) a effectué quelques mesures des coefficients  $\frac{\overline{u_i^4}}{(\overline{u_i^2})^2}$  et KLEBANOFF (1955) a considéré les coefficients  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  et  $\frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2}$  dans une couche limite sans gradient de pression. Enfin, dans le cas d'une couche limite avec gradient de pression, SANDBORN (1959) porte son attention sur le caractère discontinu (« spottiness ») que présentent les hautes fréquences du signal turbulent et il détermine dans ce but, la valeur de  $\frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2}$  pour divers nombres d'onde  $k_1$ . La région étudiée s'étend de la transition à la séparation. Avant la séparation  $\left[ \frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2} \right]_{k_1}$ , qui varie nettement en fonction de  $k_1$  (de 3 à 6 environ lorsque  $k_1$  varie de 0 à 10), dépend de  $x_1$  mais non de  $x_2$ ; SANDBORN explique ce fait en pensant que l'intermittence apparaît au moment de la transition et subsisterait par la suite. Près de la séparation il

observe des modifications profondes de  $\left[ \frac{u_1^4}{(u_1^2)^2} \right]_{k_1}$  : les valeurs obtenues deviennent très grandes et dépendent de  $x_2$ .

#### 4° Équilibre universel des petits tourbillons.

La structure des petits tourbillons résulte de deux mécanismes d'effet opposé, d'une part le processus de cascade qui tend à libérer les petits tourbillons des caractéristiques anisotropes des plus gros, d'autre part l'action de l'écoulement moyen qui crée une déformation anisotrope des tourbillons. La question essentielle est de savoir comment peut être réalisé l'équilibre universel, et en particulier l'isotropie, des petits tourbillons.

Pour rechercher l'existence de l'équilibre universel on peut d'abord considérer la représentation adimensionnelle des spectres basée sur les échelles de KOLMOGOROV  $\eta = \nu^{3/4} \varepsilon^{-1/4}$ ,  $\nu = \nu^{1/4} \varepsilon^{1/4}$ ; quel que soit l'écoulement, si le nombre de Reynolds de la turbulence  $\frac{\sqrt{u_i^2} \lambda_i}{\nu}$  est suffisamment grand, le tracé des spectres réduits  $\frac{k_1 \psi_{ii}}{\nu^2}$  en fonction de  $k_1 \eta$  devrait fournir une courbe unique dans la région des grandes valeurs de  $k_1 \eta$ . On s'intéresse d'ailleurs le plus souvent à la loi de variation du spectre en  $k_1^{-5/3}$  :

$$\psi_{ii}(k_1) = C_i \varepsilon^{2/3} k_1^{-5/3}$$

qui traduit la zone d'inertie que peuvent présenter les plus gros tourbillons relevant de l'équilibre universel si le nombre de Reynolds de la turbulence est très grand ; il faut évidemment rechercher si cette loi existe sur chacun des spectres  $\psi_{ii}(k_1)$  ; les constantes  $C_i$  sont liées par la relation  $C_2 = C_3 = \frac{4}{3} C_1$ . Enfin, on peut considérer les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des dérivées par rapport à  $x_1$  des fluctuations de vitesse :

$$S_i = - \frac{\overline{\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right)^3}}{\left[ \overline{\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right)^2} \right]^{3/2}}, \quad T_i = \frac{\overline{\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right)^4}}{\left[ \overline{\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right)^2} \right]^2},$$

qui devraient être des constantes absolues, qui s'expriment en fonction des coefficients  $C_i$  s'il y a isotropie (cf. ELLISON, 1962).

Pour que l'équilibre universel des petits tourbillons puisse exister il faut, avant tout, que le processus de cascade soit prépondérant. D'après CRAYA (1957) une condition nécessaire de l'équilibre serait :

$$(1,24) \quad \frac{dU_1}{dx_2} \ll \frac{\nu}{\eta}$$

c'est-à-dire :

$$\frac{dU_1}{dx_2} \ll \omega.$$

Cette condition est établie à partir de l'équation d'évolution du tenseur spectral  $\Phi_{ij}(k_1, k_2, k_3)$  qui, pour une turbulence associée à des vitesses moyennes, diffère du cas iso-

trope par un ensemble de termes linéaires par rapport aux gradients de vitesse  $a_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ . On conçoit que la condition (1,24) soit difficilement vérifiée près d'une paroi où de grands gradients de vitesse sont concentrés et nous avons déjà indiqué, au paragraphe 1,1, les différents essais qui mettent en évidence le caractère anisotrope des structures fines; de plus, une augmentation du nombre de Reynolds n'améliorerait pas la réalisation de la condition (1,24) car, comme le montre UBEROI (1957), le rapport  $\frac{dU_1}{dx_2} \frac{\eta}{\nu}$  serait, à  $\frac{x_2 U_f}{\nu}$  fixé, approximativement indépendant du nombre de Reynolds.

Lorsque la déformation par l'écoulement a un effet négligeable on s'attendrait volontiers à constater que l'équilibre universel des petits tourbillons existe. Dans le sillage d'un cylindre, TOWNSEND (1948) obtient pour les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement les valeurs suivantes :  $S_1 = 0,36$ ,  $T_1 = 3,3$ ,  $T_2 = T_3 = 3$ , valeurs qui sont en bon accord avec les valeurs qu'il avait obtenues en turbulence de grille :  $S_1 = 0,38$ ,  $T_1 = 3,5$ ; dans une couche limite il obtient pour les coefficients  $T_i$  des valeurs qui sont encore voisines de 3,5 (cf. TOWNSEND, 1951). Les essais sur la zone d'inertie des spectres seraient par contre moins favorables à l'équilibre universel : LAUFER (1954) n'observe pas de décroissance en  $k_1^{-7/5}$  pour les spectres  $\psi_{22}(k_1)$  et KLEBANOFF (1955) ne l'observe que pour le spectre  $\psi_{11}(k_1)$  relatif à la distance  $\frac{x_2}{D} = 0,58$ ; en turbulence de grille, WYATT (1955) obtient la décroissance en  $k_1^{-5/3}$  sur  $\psi_{11}(k_1)$  et sur  $\psi_{22}(k_1)$  pour l'essai au plus grand nombre de Reynolds; cependant, les valeurs de  $S_1$  qu'il évalue indirectement, il est vrai, à partir de l'équation de l'intensité tourbillonnaire, sont nettement supérieures aux valeurs généralement obtenues et elles augmenteraient avec le nombre de Reynolds (cf. pl. IV-31). Les désaccords observés furent attribués à une insuffisance de maillons dans le processus de cascade et des essais à très grands nombres de Reynolds ont été entrepris; on se souvient que dans ses essais LAUFER (1954) obtenait la valeur  $\frac{\sqrt{u_1^2} \lambda_1}{\nu} = 200$  sur l'axe de la conduite et que derrière une grille les essais de WYATT (1955) correspondaient au mieux à  $\frac{\sqrt{u_1^2} \lambda_1}{\nu} = 115$ . Pour réaliser des nombres de Reynolds plus grands on doit, soit avoir recours à des montages spéciaux, soit utiliser la turbulence des courants marins ou atmosphériques.

La première tentative dans ce sens est due à BETCHOV (1957) qui réalise par un montage spécial, baptisé « porc-épic », une valeur de  $\frac{\sqrt{u_1^2} \lambda_1}{\nu}$  de l'ordre de 250; la turbulence étudiée provient du mélange de nombreux petits jets répartis sur cinq faces d'un caisson; la décroissance en  $k_1^{-5/3}$  est obtenue pour les spectres  $\psi_{11}(k_1)$  sur un grand intervalle de  $k_1$ ; les spectres  $\psi_{22}(k_2)$  ne sont cependant pas déterminés; le coefficient de dissymétrie  $S_1$  est de l'ordre de 0,45. Les essais de KISTLER et VREBALOVICH (1961) relatifs à la turbulence de grille sont réalisés dans une soufflerie pressurisée de très grandes dimensions qui permet d'atteindre les valeurs  $\frac{UM}{\nu} = 2,4 \times 10^6$  et  $\frac{\sqrt{u_1^2} \lambda_1}{\nu} = 750$ ; le résultat très surprenant est que la décroissance en  $k_1^{-5/3}$  n'est toujours pas obtenue

sur les spectres  $\psi_{22}(k_1)$  tandis qu'elle l'est nettement sur les spectres  $\psi_{11}(k_1)$ . Par contre, dans un jet de grand diamètre, où  $\frac{\sqrt{u^2}\lambda_1}{\nu}$  est égal à 780, GIBSON (1962) observe que la décroissance en  $k_1^{-5/3}$  existe à la fois pour les spectres  $\psi_{11}(k_1)$  et pour les spectres  $\psi_{22}(k_1)$  et qu'aux grands nombres d'onde ces spectres sont reliés par la relation d'isotropie (1,13).

Les essais effectués sur la turbulence des courants marins ou atmosphériques permettraient de conclure d'une manière plus nette à l'existence d'une zone d'inertie. GRANT, STEWART et MOILLIET (1959-1962) effectuent des mesures dans le Passage de la Découverte  $\left(\frac{UD}{\nu} = 10^8 \text{ et } \frac{\sqrt{u_1}\lambda_1}{\nu} = 3660\right)$  et ils obtiennent la décroissance en  $k_1^{-5/3}$  sur un intervalle de deux octaves, à la fois pour les spectres unidimensionnels de  $\overline{u_1^2}$  en fonction de  $k_1$  et pour les spectres unidimensionnels de  $\overline{u_2^2}$  en fonction de  $k_2$ ; ces derniers spectres sont accessibles expérimentalement car, grâce à la grande largeur du passage, on peut déplacer la sonde à fil chaud perpendiculairement au courant moyen. KOLESNIKOV (1960), dans des essais effectués sous les glaces en dérive de l'Océan Arctique, constate que la quantité :

$$\frac{[u_1(x_1 + r_1) - u_1(x_1)]^2}{u_1^2}$$

varie, à différentes profondeurs, comme  $r_1^{2/3}$ . Les essais dans l'atmosphère, de GURVICH (1960), mettent en évidence que la décroissance en  $k_1^{-5/3}$  existerait pour les spectres  $\psi_{22}(k_1)$  des fluctuations verticales de vitesse.

En même temps que se poursuivaient ces études expérimentales, la théorie initiale de l'équilibre universel, exposée principalement par KOLMOGOROV, en 1941, n'était pas complètement acceptée. KRAICHNAN (1959) propose, pour la turbulence isotrope et le cas des grands nombres de Reynolds, une théorie selon laquelle le spectre  $E(k)$  de l'énergie cinétique totale devrait suivre une loi en  $k^{-3/2}$  et le facteur de dissymétrie  $S_1$  une loi en  $R_0^{-1/6}$  ( $R_0$  est défini par :

$$R_0 = \frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{k_0 \nu} \quad \text{avec} \quad k_0 = \frac{\varepsilon}{(\sqrt{\overline{u_1^2}})^{3/2}}.$$

Récemment ce sont KOLMOGOROV (1962) et OBOUKHOV (1962) eux-mêmes qui reconsidèrent leur exposé primitif et qui y apportent des modifications assez profondes; c'est le choix du paramètre  $\varepsilon$  de l'équilibre qui est remis en question; pour exprimer les caractéristiques de la différence des vitesses en deux points voisins M et M' distants de  $r$ , ils introduisent pour chaque réalisation du champ turbulent, au lieu de la valeur moyenne de la dissipation prise à travers tout le fluide, une valeur locale  $\varepsilon_r$  définie comme la moyenne de la dissipation dans la sphère de rayon  $r$  et de centre M; pour l'ensemble des réalisations la courbe de distribution de probabilité de  $\varepsilon_r$  intervient;

ΟΒΟΥΚΗΟΝ pense qu'on peut l'assimiler à une distribution logarithmiquement normale, de sorte que l'expression classique :

$$\overline{[u_1(x_1 + r) - u_1(x_1)]^2} = C_1 \varepsilon^{2/3} r^{2/3}$$

devient :

$$\overline{[u_1(x_1 + r) - u_1(x_1)]^2} = C_1 \frac{\varepsilon_r^{-2/3}}{[1 + \mathcal{N}^2(r)]^{1/9}} r^{2/3},$$

où  $\mathcal{N}(r)$  est le facteur de dispersion de la courbe de distribution de probabilité de  $\varepsilon_r$ ; le point important est que  $\mathcal{N}(r)$  croît lorsque  $r$  décroît ce qui impliquerait que les petits tourbillons ne tendent pas à avoir une structure universelle lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds. Selon ces nouvelles considérations les coefficients  $S_i$  et  $T_i$  devraient aussi varier avec le nombre de Reynolds.

Pour la question de l'équilibre universel des petits tourbillons nos essais prolongent directement ceux de LAUFER (1954). Nous avons déterminé systématiquement les spectres  $\psi_{11}(k_1)$ ,  $\psi_{22}(k_1)$ ,  $\psi_{33}(k_1)$  à diverses distances de la paroi et à différents nombres de Reynolds afin de préciser les régions d'existence de la loi en  $k_1^{-5/3}$  et de rechercher comment les relations d'isotropie (1,13) et (1,14) sont vérifiées. En outre, nous avons déterminé les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement  $S_i$  et  $T_i$  qui, en turbulence associée à des vitesses moyennes, n'ont fait l'objet que de quelques mesures (TOWNSEND, 1948; MILLIAT, 1957, MILLS et CORRSIN, 1959).

### 5° Structure du film visqueux.

La nature de l'écoulement au voisinage immédiat d'une paroi — film visqueux et région de transition — est intéressante à connaître pour deux raisons; d'abord cette région a une importance pratique considérable, en particulier dans les problèmes de transfert thermique; ensuite elle est le siège de phénomènes déterminants pour l'écoulement qui existe plus loin de la paroi.

La détermination des vitesses moyennes a fait l'objet de nombreuses mesures. Les plus anciennes, analysées par MILLER (1949), sont effectuées à l'aide de tubes de Pitot très fins ou de sondes de Stanton; en général les résultats ne sont pas satisfaisants pour la région  $\frac{x_2 u_f}{\nu} < 10$ . Les mesures plus récentes, effectuées à l'aide de fils chauds, fournissent de meilleurs résultats; Cox (1957), par exemple, obtient une distribution linéaire des vitesses moyennes dans l'intervalle  $1,5 < \frac{x_2 u_f}{\nu} < 5$ .

Le fait expérimental important est que l'écoulement dans le film visqueux n'est pas laminaire, bien que la viscosité ait dans cette région un rôle prépondérant. FAGE et TOWNEND (1932) ont observé des fluctuations parallèles à la paroi; les essais ultérieurs, ceux de LAUFER (1954) entre autres, mettent en évidence que les fluctuations existantes sont presque exclusivement parallèles à la vitesse moyenne; à  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 2$  LAUFER obtient les valeurs suivantes pour les intensités de turbulence :

$$\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{u_f} = 0,50, \quad \frac{\sqrt{\overline{u_2^2}}}{u_f} = 0,10, \quad \frac{\sqrt{\overline{u_3^2}}}{u_f} = 0,15;$$

les intensités des dérivées des fluctuations  $u_i$  ont aussi des valeurs notables et atteignent leur maximum à  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 8$ , c'est-à-dire très près du bord du film visqueux. Mais le problème est d'imaginer comment s'effectue l'écoulement dans le film visqueux et de préciser quelle est la relation entre cet écoulement et celui de la région adjacente.

L'hypothèse d'un film adjacent à la paroi dont l'épaisseur serait constante et où l'écoulement serait laminaire a été rapidement abandonnée. DANCKWERTS (1951) propose un modèle utilisé par la suite par HANRATTY (1956) dans lequel le fluide voisin de la paroi se présenterait sous forme d'une couche laminaire discontinue, des masses de fluide se déplaçant continuellement en se rapprochant de la paroi ou en s'en éloignant. Dans le même esprit, EINSTEIN et LI (1956) proposent le modèle suivant : le film visqueux, dont on ne peut définir l'épaisseur qu'en valeur moyenne, présenterait une succession aléatoire de croissances lentes et de désintégrations rapides; pendant la période de croissance l'écoulement dans le film serait approximativement laminaire; lorsque l'épaisseur du film serait suffisante l'écoulement deviendrait turbulent de lui-même et un mélange rapide pourrait s'établir avec le fluide turbulent extérieur; des évaluations de  $\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{u_f}$  à partir de ce modèle conduisent à des valeurs acceptables. Indépendamment de ces travaux, MILLIAT (1957) étend à la frontière du film visqueux la notion d'intermittence classique en turbulence libre; un fil chaud, placé même très près de la paroi, peut ainsi être soumis à des fluctuations de vitesse; MILLIAT considère essentiellement ce processus pour expliquer les grandes valeurs qu'il obtient près de la paroi pour les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement  $S_1$  et  $T_1$  de la distribution de la probabilité des dérivées  $\frac{\partial u_1}{\partial x_1}$ , utilisant pour cela les relations :

$$S_1 = \frac{S_{1e}}{\sqrt{\gamma}} \quad \text{et} \quad T_1 = \frac{T_{1e}}{\gamma},$$

où  $S_{1e}$  et  $T_{1e}$  sont les valeurs de  $S_1$  et de  $T_1$  loin de la paroi. Les essais de visualisation de KLINE et RUNSTADLER (1959) mettent en évidence l'existence d'îlots de fluide ralenti (« islands of hesitation ») allongés selon  $Ox_1$ , qui se désagrègent en tourbillons s'éloignant de la paroi.

Récemment STERNBERG (1962) a repris le problème d'un point de vue très différent. Ce seraient les fluctuations de pression dans la région éloignée de la paroi qui contrôleraient les propriétés de la zone proche de la paroi. Les valeurs de  $\sqrt{\overline{u_1^2}}$  évaluées sont encore compatibles avec les valeurs expérimentales sans toutefois présenter un maximum vers  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 15$ . La zone où influe la viscosité varie avec la fréquence  $N$  des fluctuations, son épaisseur diminuant comme  $\sqrt{\frac{\nu}{N}}$  lorsque  $N$  croît. Une comparaison des modèles de EINSTEIN-LI et de STERNBERG, d'ailleurs entièrement au profit de ce dernier, est effectuée par KISTLER (1962).

Les mesures que nous avons entreprises près de la paroi ont été principalement suggérées par les essais de MILLIAT (1957) qui avait étudié, en particulier, les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement  $S_1$  et  $T_1$  en donnant d'ailleurs ses résultats avec quelques réserves. Nous avons donc repris ses mesures en cherchant à préciser la dissymétrie qui existe pour la distribution de probabilité des fluctuations  $u_1$  elles-mêmes. Nous nous sommes efforcés d'assurer au mieux les mesures en examinant soigneusement les deux erreurs importantes dues au refroidissement parasite du fil par la paroi et à la non-linéarité de la réponse du fil aux grandes fluctuations de vitesse.

---

## CHAPITRE II

# INSTALLATION

Un schéma et des vues de l'installation sont donnés sur les *figures* II-1, II-2 et II-3.

### 2,1 CHOIX DES CARACTÉRISTIQUES DU TUNNEL

Certaines des mesures projetées concernant le voisinage de la paroi, les structures fines de la turbulence et le cas des grands nombres de Reynolds, la largeur  $2D$  du tunnel devait être grande afin que la vitesse moyenne ne soit pas excessive, que la région du film visqueux soit accessible et que les corrections de longueur de fil et de bruit de fond des anémomètres soient le plus souvent négligeables. Il fallait cependant adopter une valeur qui, compte tenu de la longueur maximale,  $L = 12$  m, disponible pour le tunnel, permette d'obtenir le régime d'écoulement établi dans la partie aval du tunnel. Nous avons en définitive choisi la valeur  $2D = 0,180$  m, qui conduit à un rapport  $\frac{L}{D}$  égal à 133.

Pour la hauteur du tunnel, nous avons choisi la valeur  $2H = 2,400$  m afin de réaliser un rapport de bidimensionnalité  $\frac{H}{D}$  égal à 13, les valeurs généralement admises sont comprises entre 8 et 12 (LAUFER, 1951; MILLIAT, 1957).

L'air est aspiré par un ventilateur placé en aval. Le circuit du tunnel est ouvert afin que la température de l'écoulement soit peu influencée par le fonctionnement du ventilateur. La gamme de vitesse de débit s'étend de 5 à 42 m/s.

### 2,2 DESCRIPTION DE LA SOUFFLERIE

Le circuit aérodynamique de la soufflerie comprend essentiellement : des filtres à poussières, un collecteur d'admission, le tunnel, un ventilateur et un diffuseur.

#### Filtres à poussières.

Les filtres à poussières, fournis par les Établissements Schneider-Poelman, sont en papier d'alfa et d'amiante dont l'efficacité serait de 91 % pour les particules de  $3 \mu$ .

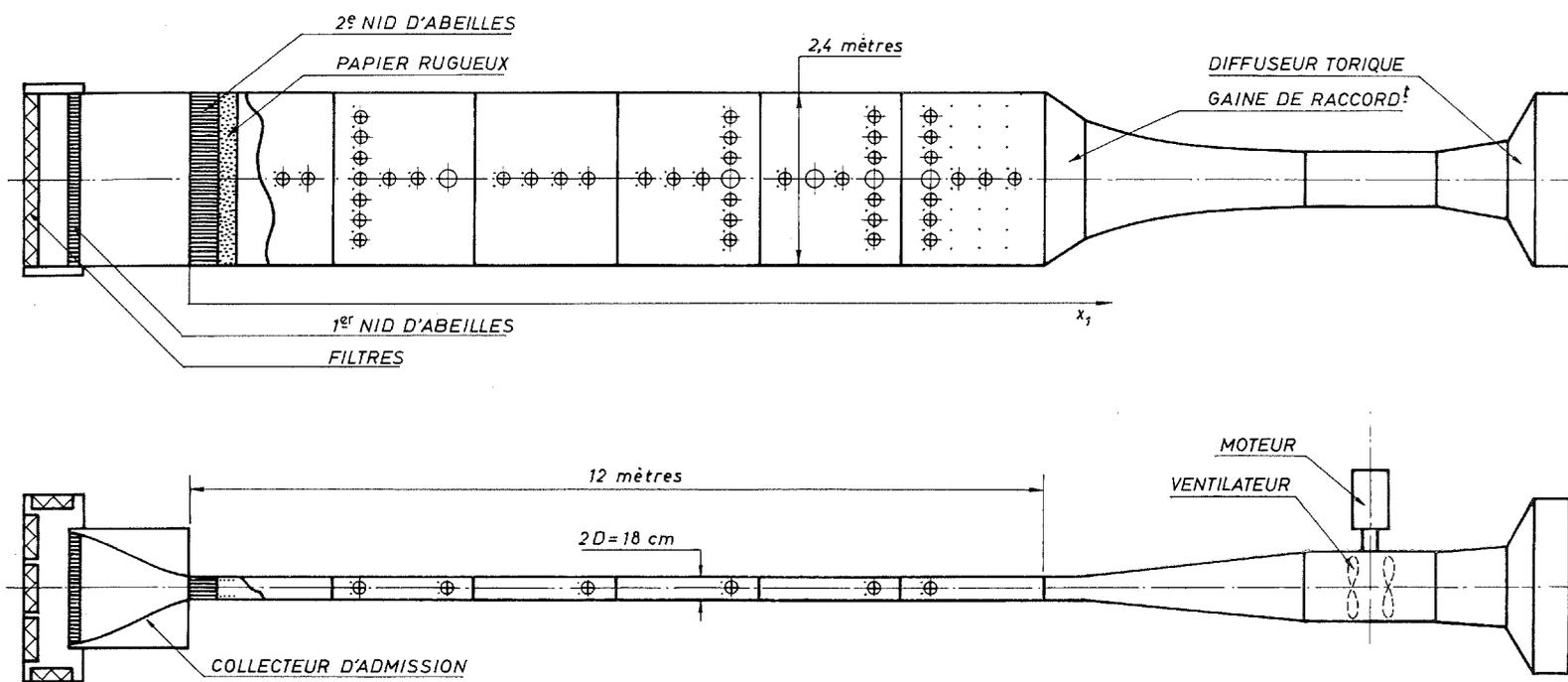


Fig. II-1 — Schéma de l'installation.

Emplacements de mesure : ● : prise de pression statique; ⊕ : appareils de traversée (Pitot ou anémomètre); ○ : appareils de traversée et appareils à corrélations.

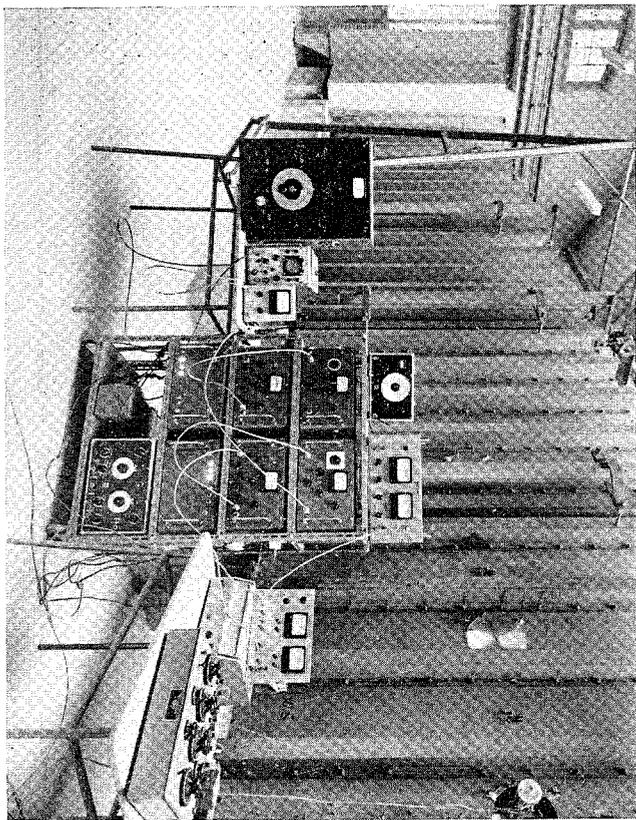


Fig. II-3 — Tunnel et anémomètre à intensité constante.

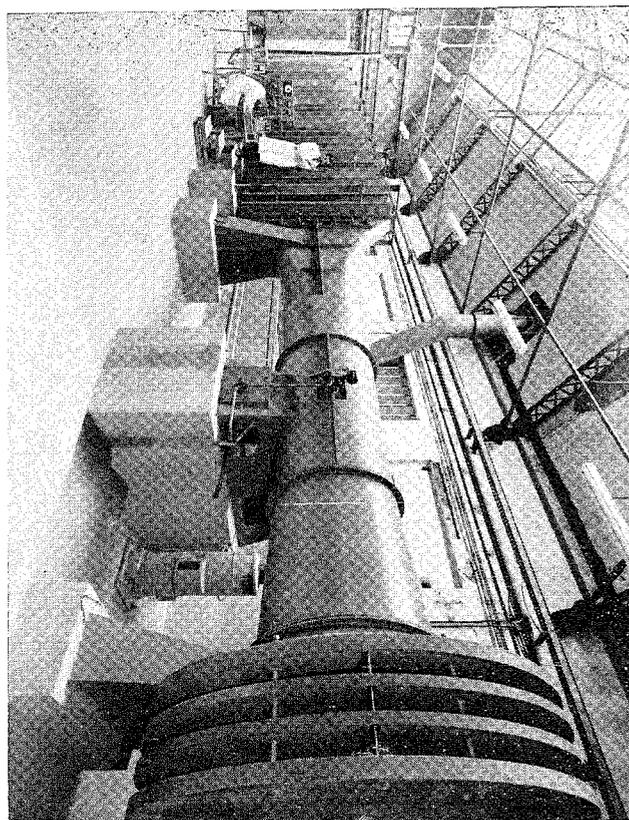


Fig. II-2 — Vue d'ensemble de l'installation.

Un élément filtrant se présente sous la forme d'un dièdre qui est inscrit dans un parallépipède rectangle de dimensions 60 cm × 20 cm × 6,5 cm et dont les deux nappes de papier plissé offrent une surface de traversée de 5 m<sup>2</sup>; 200 dièdres sont utilisés; ils sont placés dans un châssis métallique fixé à l'entrée de la soufflerie et posé sur le sol par l'intermédiaire de galets.

#### **Collecteur d'admission.**

Le collecteur d'admission, construit en bois, a un rapport de contraction latérale égal à 8, une hauteur de 2,40 m et une longueur de 1,70 m. Il est mobile sur deux rails scellés sur un socle en béton. Un filtre en nid d'abeilles est placé à l'entrée du collecteur : les mailles carrées ont 3 cm de côté et 15 cm de profondeur; elles sont formées par des lames de laiton de 1 mm d'épaisseur. Une toile métallique fine est fixée à quelques centimètres en aval du nid d'abeilles.

#### **Tunnel.**

Le tunnel est formé de six éléments identiques de 0,180 m de largeur, de 2,400 m de hauteur et de 2,000 m de longueur; les parois latérales sont des plaques de duralumin polies de 10 mm d'épaisseur raidies par cinq fers en I de 180 mm; les parois supérieure et inférieure sont en duralumin de 35 mm d'épaisseur; elles possèdent deux portées fraisées dans lesquelles sont vissées les plaques latérales dont l'équidistance est réalisée à  $\pm 1/10$  mm. Un couvre-joint en duralumin, fixé à un fer en H de 100 mm, réalise la liaison d'un élément au suivant. A chacune de ses extrémités un élément repose sur deux roulements à billes de 100 mm de diamètre mobiles autour d'un axe excentré de 10 mm et perpendiculaire aux parois latérales du tunnel; les supports des roulements sont réglables latéralement et ils sont solidaires de plaque d'assise scellées sur des socles en béton armé reliés entre eux par un radier également en béton armé. Ces roulements, qui à la construction sont utilisés pour le réglage en position du tunnel, permettent les déplacements dus à la dilatation.

A l'entrée du tunnel nous avons été amenés à disposer un nid d'abeille supplémentaire pour obtenir un écoulement symétrique et bidimensionnel (cf. § 4,1); les mailles carrées ont 2,44 cm de côté et 25 cm de profondeur; elles sont constituées par des lames de laiton de 1 mm d'épaisseur. A la suite du nid d'abeille une bande de 20 cm de papier rugueux (n° 360) est collée sur toute la hauteur de chacune des parois latérales; un couvre-joint maintient l'adhérence du côté amont de la bande.

#### **Ventilateur.**

Le ventilateur construit par les Etablissements Neu assure une charge motrice de 170 cpz pour un débit de 17 m<sup>3</sup>/s; il est du type hélicoïde à deux roues contrarotatives; il est directement couplé à un moteur à courant continu faisant partie d'un groupe Ward-Léonard fourni par la C.E.M. (moteur synchrone alimenté par le secteur, génératrice à excitation indépendante, moteur à courant continu à excitation indépendante). La vitesse de l'air dans le tunnel est réglable continuellement de 8 à 42 m/s (la vitesse de rotation du ventilateur varie environ de 500 à 2000 tr/mn); elle est affranchie à  $\pm 0,2$  % des variations du secteur; on obtient cette stabilité grâce à la présence du moteur synchrone et à l'asservissement de l'excitation de la génératrice : la différence entre une

tension étalon réglable et la force électromotrice d'une magnéto tachymétrique placée sur l'arbre du moteur à courant continu est appliquée, après amplification, aux grilles de commande des thyatron qui alimentent le circuit d'excitation de la génératrice.

Une gaine métallique de section constante et de 4 m de longueur relie le tunnel au ventilateur; un joint en caoutchouc placé entre le tunnel et le groupe moteur-ventilateur affranchit partiellement l'installation de mesure des vibrations engendrées par le groupe. Pour obtenir des vitesses moyennes inférieures à 8 m/s on dispose de quatorze entrées d'air de 10 cm de diamètre situées sur la partie de la gaine adjacente au tunnel.

#### Diffuseur.

L'installation se termine par un diffuseur torique, à fond plat; ce choix a été guidé par des raisons d'encombrement.

2,3

#### SECTIONS DE MESURE

Des sections transversales de mesure sont réparties régulièrement le long du tunnel, dans le plan horizontal médian, aux distances  $\frac{x_1}{D}$  de l'entrée indiquées dans le tableau suivant :

$x_1 (m)$	0,80	1,20	1,60	2,44	2,84	3,24	3,64
$\frac{x_1}{D}$	8,9	13,3	17,8	27,1	31,5	36,0	40,4
$x_1 (m)$	4,48	4,88	5,28	5,68	6,52	6,92	7,32
$\frac{x_1}{D}$	49,8	54,2	58,7	63,1	72,4	76,9	81,3
$x_1 (m)$	8,56	8,96	9,36	9,76	10,60	11,00	11,40
$\frac{x_1}{D}$	95,1	99,5	104,0	108,4	117,8	122,2	126,5

Pour contrôler la bidimensionnalité de l'écoulement et le développement des couches limites sur les parois supérieure et inférieure du tunnel nous avons prévu, d'une part, aux distances  $\frac{x_1}{D} = 27, 86, 108$  et  $118$  des sections de mesures situées de part et d'autre du plan médian aux cotes  $\frac{|x_3|}{D} = 3,33, 6,66,$  et  $10,0$ , d'autre part, aux distances  $\frac{x_1}{D} = 27, 40, 63, 86, 108$  et  $118$  des sections de mesure situées sur les parois supérieure et inférieure du tunnel.

A toutes ces sections on peut adapter un appareil de traversée pour un tube de Pitot ou une sonde à fil chaud grâce à un orifice de 14 mm de diamètre, l'appareil de traversée prenant appui sur un lamage de 40 mm de diamètre. Aux sections situées sur

l'axe et aux distances  $\frac{x_1}{D} = 40, 86, 99, 108$  et  $118$  nous avons prévu une ouverture circulaire de 26 cm de diamètre à laquelle on peut adapter soit des couvercles en duralumin ou en plexiglas munis d'un orifice identique aux précédents, soit des couvercles portant les mécanismes de déplacement des sondes à fil chaud pour les mesures de corrélation.

Tous les emplacements de mesure indiqués sont équipés de deux prises de pression statique à la paroi; elles ont 0,5 mm de diamètre et 2 mm de longueur. Pour préciser l'influence de la gaine de raccordement sur l'écoulement dans le dernier élément du tunnel nous avons disposé des prises de pression supplémentaires aux distances  $\frac{x_1}{D} = 122, 126,$  et  $131$  et aux cotes  $\frac{|x_3|}{D} = 3,33, 6,66$  et  $10,0$ .

2,4

### MÉCANISMES DE DÉPLACEMENT DES SONDES

#### Appareil de traversée.

Deux appareils légèrement différents sont utilisés pour le déplacement d'un tube de Pitot ou d'une sonde à fil chaud suivant une perpendiculaire à la paroi. Ils sont essentiellement constitués par une vis micrométrique au pas de 100, le guidage du chariot porte-sonde étant assuré, dans l'un par deux tiges en laiton fixées au support également en laiton, dans l'autre, par une rainure fraisée dans le support en duralumin (cf. *fig.* II-4); le deuxième appareil, plus léger que le premier, peut être fixé à un couvercle en plexiglas. Le déplacement de la sonde est repéré sur une échelle graduée en millimètres et sur un tambour gradué en 1/100 de mm; des dispositifs de remise à zéro existent sur ces deux graduations. On dispose d'une course de 16 cm environ. La position des sondes par rapport à la paroi est repérée au moyen d'un contact électrique.

#### Appareils pour les corrélations.

Le déplacement continu de deux sondes à fil chaud suivant une perpendiculaire à la paroi est obtenu au moyen du dispositif représenté sur la *figure* II-5. Il est constitué par la juxtaposition de deux appareils de traversée du premier type décrit; le parallélisme de leurs axes est réalisé à 1/6 de degré près.

Le déplacement continu d'une sonde suivant une parallèle à la paroi est obtenu au moyen de l'appareil de la *figure* II-6. Le porte-sonde est mobile dans une étroite glissière fermée par quatre cales amovibles qui affleurent la surface intérieure du couvercle et par deux ailettes en acier qui sont solidaires du chariot et qui n'introduisent qu'une surépaisseur de 0,5 mm. La course, de 15 cm, est en général suffisante, excepté pour les corrélations relatives à un déplacement  $r$  suivant  $Ox_1$ ; il suffit cependant dans ce cas, de déterminer une courbe de corrélation en deux étapes, d'abord le tronçon pour lequel la distance  $r$  est inférieure à 15 cm, puis le tronçon pour lequel  $r$  est compris entre 15 et 30 cm au moyen d'un tube porte-sonde permettant de déporter un des éléments de mesure.

On règle la position initiale des fils avant de les introduire dans le tunnel. On met d'abord en place la sonde fixe dont on mesure la distance au couvercle simplement à

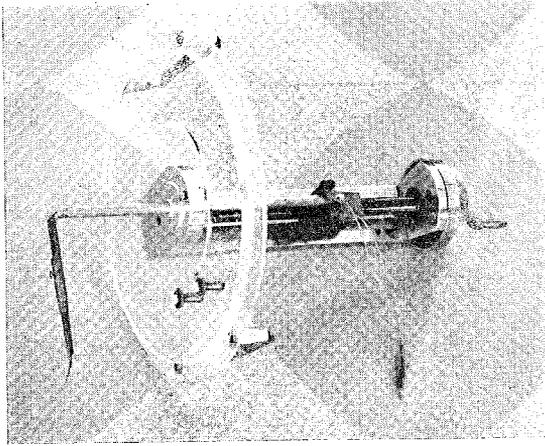


Fig. II-4 — Mécanisme de traversée pour un tube de Pitot ou une sonde à fil chaud.

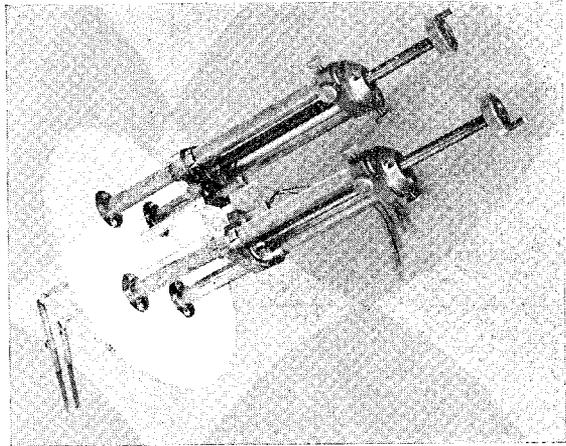


Fig. II-5 — Mécanisme de déplacement des sondes pour les mesures de corrélation suivant une perpendiculaire à la paroi.

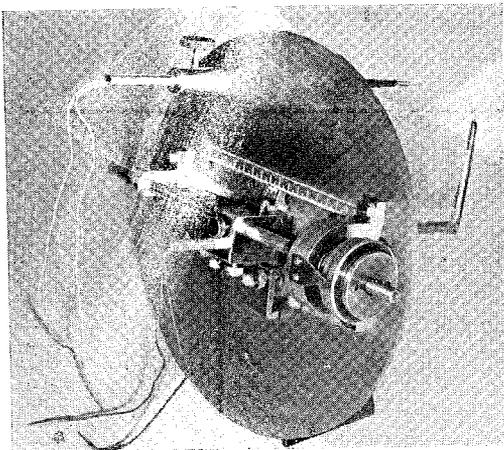


Fig. II-6 — Mécanisme de déplacement des sondes pour les mesures de corrélation suivant une parallèle à la paroi.

l'aide d'une règle; pour les corrélations suivant une perpendiculaire à la paroi on peut compléter cette mesure par un contact électrique du fil avec la paroi, en fin d'expérience. Ensuite, on approche la sonde mobile de la sonde fixe; le réglage et la mesure de la distance entre les fils sont effectués à l'aide d'un microscope muni d'un oculaire micrométrique; une des sondes est mobile suivant trois directions, cependant les déplacements prévus ne sont pas suffisamment fins et on n'obtient un réglage précis que par tâtonnements; deux fils droits peuvent être approchés à 0,2 mm, deux paires de fils croisés à 3,5 mm pour les corrélations suivant une parallèle aux plans des fils et à 0,5 mm pour les corrélations suivant une perpendiculaire commune aux fils (à condition de placer un des fils de chaque sonde dans le plan d'une des paires de broches, cf. § 3,3). On adapte enfin le couvercle aux ouvertures du tunnel en faisant coïncider les traits de repère tracés sur le couvercle et sur le tunnel.

## EXÉCUTION DES MESURES

Nous avons essentiellement déterminé, pour chacune des trois composantes des fluctuations de vitesse, les distributions des grandeurs suivantes : valeurs quadratiques moyennes, coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations et de leurs dérivées par rapport au temps, spectres d'énergie, coefficients de corrélation. Ces mesures sont effectuées au moyen d'anémomètres à fil chaud. Nous avons déjà fait une synthèse (COMTE-BELLOT, 1961) de la physique du fil chaud et du principe des mesures. Nous présentons seulement ici les caractéristiques des appareils utilisés et les développements apportés à certaines techniques expérimentales connues; nous nous sommes notamment intéressés à la précision des mesures et à la souplesse d'utilisation des appareils.

Avant d'aborder les essais relatifs aux fluctuations de vitesse nous avons dû déterminer les caractéristiques de l'écoulement moyen et nous indiquons succinctement l'exécution de ces mesures.

### 3,1 DÉTERMINATION DE LA VITESSE DE FROTTEMENT ET DES VITESSES MOYENNES DANS LA RÉGION CENTRALE DU TUNNEL

Nous déduisons la valeur de la vitesse de frottement  $u_f$  de la mesure du gradient longitudinal de pression statique  $\frac{dP}{dx_1}$  qui est pratiquement constant à partir de  $\frac{x_1}{D} = 60$ . Nous devons tenir compte du fait qu'une fraction  $\varepsilon'$  du gradient mesuré provient d'un effet de convergence dû à l'épaississement des couches limites relatives aux parois inférieure et supérieure du tunnel, et nous calculons  $u_f$  par la relation :

$$u_f = \sqrt{-\frac{D}{\rho} \frac{dP}{dx_1} (1 - \varepsilon')}.$$

Les pressions sont mesurées au moyen d'un manomètre type Fortier (cf. RODET, 1960); la précision de la détermination de  $\frac{dP}{dx_1}$  n'est pas limitée par celle du manomètre, mais par les fluctuations de la pression statique et par l'usinage des prises; elle serait de l'ordre

de  $\pm 1 \%$ . La correction  $\varepsilon'$  est évaluée à partir de la variation en fonction de  $\frac{x_1}{D}$  de l'épaisseur de déplacement  $\delta^*$  des deux couches limites indiquées précédemment; pour nos essais  $\varepsilon'$  est de l'ordre de 0,04 (cf. § 4,1).

Aux distances  $x_2$  de la paroi supérieure à 3 mm les vitesses moyennes sont déterminées au moyen d'un tube de Pitot ayant un diamètre extérieur de 1 mm et un diamètre intérieur de 0,5 mm. La précision de la mesure du rapport  $\frac{U}{U_0}$  est en moyenne égale à  $\pm 0,5 \%$ ; pour la détermination des vitesses absolues  $U$ , la précision n'est que de  $\pm 1 \%$  car à l'erreur commise sur la lecture de la hauteur manométrique s'ajoutent les erreurs commises lors de la mesure des masses volumiques de l'air et du liquide manométrique (alcool de masse volumique 0,82 g/cm<sup>3</sup>). Dans la région explorée le gradient de vitesse  $\frac{dU_1}{dx_2}$  est suffisamment petit pour ne pas constituer une source d'erreur appréciable. En ce qui concerne l'action de la turbulence sur les prises de pression statique et dynamique, la valeur exacte de la vitesse moyenne  $U$  et la valeur mesurée  $U_{mes}$  sont approximativement liées, pour une turbulence isotrope, par la relation (HINZE, 1959, p. 137) :

$$U = U_{mes} \sqrt{1 - \frac{\overline{u_1^2}}{U^2}}$$

Dans le cas le plus défavorable ( $x_2 = 3$  mm,  $R_e = 57\ 000$ ) l'écart atteint 0,8 %.

### 3,2

### CARACTÉRISTIQUES DES ANÉMOMÈTRES UTILISÉS

Nous avons utilisé un anémomètre à intensité constante (une ou deux chaînes selon les essais effectués), excepté pour les mesures du coefficient de dissymétrie  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  pour lesquelles nous avons employé un anémomètre à température constante muni d'un circuit de linéarisation (cf. § 3,8).

#### Anémomètre à intensité constante.

Le préamplificateur avec compensation d'inertie thermique et l'amplificateur de puissance ont été réalisés selon les schémas de KOVASZNAY (1954) par les ateliers Aram à Lyon.

Le gain du préamplificateur est au maximum égal à 9 000 en l'absence de compensation d'inertie thermique; il est constant dans la bande de fréquence  $3 < N < 12\ 000$  Hz et il est réduit de 3 dB à  $N = 1$  Hz et  $N = 30\ 000$  Hz; les filtres A, B, C, D et E réduisent le gain de 3 dB respectivement aux fréquences  $N = 3\ 000, 5\ 000, 8\ 500, 15\ 000$  et  $20\ 000$  Hz; les filtres C, D et E sont les seuls utilisés dans les mesures. Le bruit de fond, y compris les ronflements, mesuré sur le filtre D et rapporté à l'entrée, est égal à  $5 \mu V$  en l'absence de correction d'inertie thermique et à  $110 \mu V$  pour une constante de temps des fils égale à  $0,4 \cdot 10^{-3}$  s (valeur moyenne rencontrée dans les essais effectués avec des fils de  $3,5 \mu$ ). La différence de deux signaux, réalisée au moyen de l'entrée symétrique

du préamplificateur, est obtenue avec une précision de  $\pm 2 \%$ . Le préamplificateur est alimenté par l'intermédiaire d'un réguvoltage qui assure la stabilité de ses caractéristiques; nous n'avons cependant pas pu éliminer convenablement les parasites produits par des appareils industriels et nous avons dû contrôler constamment à l'oscilloscope la qualité du signal turbulent, surtout lors des mesures portant sur des dérivées; en outre, malgré un montage antivibratoire soigné des lampes d'entrée, le préamplificateur est légèrement microphonique et il a dû être utilisé dans une salle isolée du hall de la soufflerie.

A la sortie de l'amplificateur on peut disposer d'une tension de  $\pm 15$  V et d'une intensité de courant de 10 mA; la bande passante s'étend de 3 à 20 000 Hz. Parmi les trois circuits dérivateurs incorporés dans l'amplificateur nous n'avons utilisé que le circuit ayant la plus petite constante de temps ( $R = 5\,000 \Omega$ ,  $C = 0,001 \mu\text{F}$ ); il n'assure cependant une dérivée que jusqu'à la fréquence  $N = 6$  Hz pour laquelle l'affaiblissement est de 2 % et le déphasage de  $10^\circ$ ; pour améliorer cette réponse nous avons préféré, au lieu de diminuer encore la constante de temps RC, utiliser le circuit de correction d'inertie thermique du préamplificateur : en affichant la valeur  $\tau = 0,01 \cdot 10^{-3}$  s, qui est inférieure à l'incertitude du réglage de la compensation d'inertie thermique d'un fil, on reporte à la fréquence  $N = 10$  kHz l'affaiblissement et le déphasage précédents.

Pour le chauffage du fil on utilise une alimentation fournie par les Établissements Tacussel à Lyon; elle délivre une tension continue, réglable de 0 à 300 V, et stabilisée à  $\pm 0,01 \%$  pour  $\pm 15 \%$  de variation de tension du secteur; le bruit de fond et les ronflements sont de l'ordre de 200  $\mu\text{V}$  ce qui se traduit, aux bornes du fil chaud, par un signal parasite de 4  $\mu\text{V}$  environ qui s'ajoute au bruit de fond du préamplificateur. Le fil chaud est placé en série avec une résistance de 500  $\Omega$  susceptible de dissiper une puissance nettement supérieure à celle qui apparaît dans les conditions d'emploi, une résistance étalon de 10  $\Omega$  et un milliampèremètre. Les différences de potentiel aux bornes du fil chaud et aux bornes de la résistance étalon sont mesurées par la méthode d'opposition au moyen d'un potentiomètre AOIP.

On ajuste la compensation de l'inertie thermique du fil par la méthode classique du signal carré; on superpose le signal carré au courant continu traversant le fil chaud au moyen d'un amplificateur de puissance possédant un transformateur de sortie dont le secondaire est en série avec le fil; pour une constante de temps de l'ordre de  $0,4 \cdot 10^{-3}$  s le réglage est réalisé à  $\pm 0,01 \cdot 10^{-3}$  s près. Pour effectuer les mesures de turbulence on met le transformateur hors circuit car il introduit un bruit de fond très important.

#### **Anémomètre à température constante.**

Le circuit d'asservissement est du type à courant continu et il a été construit selon les schémas de HUBBARD (1957) par les Etablissements Merlin et Gerin à Grenoble; par la suite, on a dû lui apporter quelques modifications afin d'améliorer sa stabilité et sa réponse en fréquence; la gamme couverte est en moyenne de 15 kHz. Le circuit de linéarisation, mis au point et construit au Laboratoire (HUSSENOT et RICOU, 1961; HUSSENOT et BAUDOIN, 1962) utilise le principe des résistances non linéaires constituées par des éléments à diodes et résistances placés en parallèle et convenablement polarisés par une source de tension continue extérieure (cf. § 3,8) : onze résistances non linéaires ont été réalisées et elles forment les puissances instantanées suivantes d'un

signal :  $n = 2,2, 2,4, 2,5, 2,6, 2,7, 2,8, 2,9, 3,0, 3,1, 3,2,$  et  $3,3$ ; cette méthode est plus précise et plus souple d'emploi que celle qui est basée sur la courbure des caractéristiques d'une pentode; le diamètre des fils utilisables peut varier de 3 à 6  $\mu$  et la gamme des vitesses moyennes acceptables s'étend de 3 à 100 m/s.

### 3,3 CARACTÉRISTIQUES DES SONDES A FILS CHAUDS UTILISÉES

Les sondes sont construites selon la méthode indiquée par RODET (1960). Le corps de la sonde est un cylindre d'araldite de 5 mm de diamètre et de 80 mm de longueur. Les broches, appointées à leur extrémité, sont en acier inoxydable écroui; elles ont à leur base 0,8 mm de diamètre et émergent du cylindre sur 20 mm environ; les deux broches qui supportent le fil sont distantes de 3 mm et, dans les sondes à deux fils, les plans des deux paires de broches sont distants de 2 mm; mais la distance qui sépare deux fils soudés en forme d'arceaux peut être réduite à quelques dixièmes de millimètre. Le tube porte-sonde, de 8 mm de diamètre extérieur, est généralement coudé à angle droit et le point de mesure est situé à environ 12 cm en avant de la hampe; cette distance peut, en fait, légèrement varier d'un essai à l'autre, en particulier dans la mesure des corrélations longitudinales, et nous avons toujours donné comme référence d'un essai, la section qui contient l'orifice par lequel on introduit les appareils de mesure (tableau indiqué au § 2,3).

Les fils du type wollaston, sont en platine; leur diamètre est de 1  $\mu$  (gaine 40  $\mu$ ) dans les essais pour lesquels le bruit de fond doit être réduit (spectres, mesures relatives à des dérivées) et de 3,5 ou 4  $\mu$  (gaine 35 et 40  $\mu$ ) dans les autres cas. Nous avons essayé d'utiliser des fils dépourvus de précontrainte, apparaissant au microscope droits et non tendus; en outre, avant de commencer un essai, nous devions contrôler la fidélité mécanique des fils en mesurant les différences de potentiel à leurs bornes avant et après avoir soumis les fils à la vitesse maximale à rencontrer dans l'essai.

Nous avons utilisé diverses dispositions des fils croisés selon les essais à effectuer; d'abord la disposition classique en « X » où les deux fils sont inclinés du même angle environ par rapport à la direction de la vitesse moyenne; puis, notamment pour la mesure du frottement turbulent, la disposition dans laquelle l'un des fils seulement est incliné par rapport à cette direction, l'autre fil lui étant perpendiculaire (cf. § 3,6). Le « point de croisement » des fils peut être à égale distance des plans des deux paires de broches, mais il peut aussi être déporté dans le plan d'une des paires de broches: avec ce montage on peut réussir à approcher deux paires de fils croisés suivant leur perpendiculaire commune et mesurer les coefficients de corrélation  $R_{22}(0, 0, r)$  et  $R_{33}(0, r, 0)$  à partir de  $r = 0,5$  mm.

### 3,4 DÉTERMINATION DES COEFFICIENTS DE SENSIBILITÉ DES FILS CHAUDS

Nous considérons un fil chaud simplement comme un élément sensible, ainsi que l'ont déjà fait, entre autres, RUETENIK (1954) ou ASHKENAS (1955) et nous déterminons ses coefficients de sensibilité directement à partir de leurs définitions. La réponse aux

fluctuations de vitesse d'un fil chaud situé dans le plan  $Ox_1 x_2$  et incliné d'un angle  $\varphi = \varphi_0$  par rapport à  $Ox_1$  est au premier ordre :

$$e = \frac{\partial E}{\partial U} (U, \varphi_0, \Theta) u_1 - \frac{1}{U} \frac{\partial E}{\partial \varphi} (U, \varphi_0, \Theta) u_2,$$

expression que l'on peut mettre sous la forme :

$$e = \alpha_1 \frac{u_1}{U} + \alpha_2 \frac{u_2}{U},$$

en posant :

$$(3,41) \quad \alpha_1 = U \frac{\partial E}{\partial U} (U, \varphi_0, \Theta),$$

coefficient de sensibilité aux fluctuations longitudinales de vitesse, et :

$$(3,42) \quad \alpha_2 = - \frac{\partial E}{\partial \varphi} (U, \varphi_0, \Theta),$$

coefficient de sensibilité aux fluctuations transversales de vitesse. En exprimant la vitesse moyenne  $U$  en fonction de la hauteur manométrique  $h$ , directement mesurable par un tube de Pitot, on obtient :

$$(3,43) \quad \alpha_1 = 2 h \frac{\partial E}{\partial h} (h, \varphi_0, \Theta).$$

$$(3,44) \quad \alpha_2 = - \frac{\partial E}{\partial \varphi} (h, \varphi_0, \Theta).$$

Nous déduisons  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  des expressions (3,43) et (3,44) en déterminant les pentes des tangentes aux courbes représentant d'une part les variations de  $E$  en fonction de  $h$  pour  $\varphi = \varphi_0$ , d'autre part les variations de  $E$  en fonction de  $\varphi - \varphi_0$ , pour diverses valeurs de  $h$  fixées. Les essais, dont nous précisons l'exécution dans la suite, sont effectués dans une soufflerie auxiliaire à faible intensité de turbulence.

Cet étalonnage direct présente les avantages suivants :

— on n'a pas à connaître la loi d'échange de chaleur entre le fil et l'écoulement d'air; on l'expliciterait d'ailleurs difficilement à cause de la diversité des expressions proposées dans le cas idéal d'un fil d'allongement infini et à cause de la nécessité d'évaluer la quantité de chaleur cédée aux supports par le fil;

— on ne suppose pas que le fil est refroidi par la composante de la vitesse qui lui est normale; les mesures sont ainsi affranchies d'une erreur systématique mal connue; d'après NEWMAN et LEARY (1950) cette erreur pourrait atteindre 9 % et d'après CORRSIN (1960) elle serait de l'ordre de 1 à 3 % selon la longueur du fil;

— la détermination de  $\alpha_2$  ne nécessite pas la mesure absolue de l'angle du fil avec la vitesse moyenne, mais seulement celle de la différence  $\varphi - \varphi_0$ ; il faut évidemment que la position du fil par rapport à l'écoulement soit la même dans la soufflerie d'étalonnage et dans le tunnel;

— lors du tracé des courbes d'étalonnage on ne modifie pas le réglage initial de l'intensité du courant effectué à une certaine vitesse moyenne et on obtient ainsi

les coefficients de sensibilité dynamiques du fil ; la correction proposée par KOVASZNAV (1947) pour tenir compte du fait que l'intensité du courant n'est pas rigoureusement constante devient alors inutile ;

— les coefficients de sensibilité déterminés dans l'écoulement peu turbulent de la soufflerie d'étalonnage demeurent probablement valables dans un écoulement à intensité de turbulence plus grande ; le diamètre des fils chauds étant très inférieur aux dimensions des tourbillons, les fluctuations de vitesse se comportent vis-à-vis du fil comme une variation globale de l'écoulement extérieur ; elles n'entraîneraient donc pas de perturbations locales de la couche limite du fil et ne modifieraient pas le coefficient d'échange thermique du fil.

Cependant, un certain nombre d'erreurs inhérentes à l'élément sensible et au montage électrique subsistent et nous les évaluons dans la suite à propos des mesures où elles interviennent. La non-uniformité de la vitesse le long du fil peut entacher d'une erreur systématique la réponse du fil au passage des petits tourbillons (étude des spectres et des dérivées). La non-linéarité de l'évolution de  $E$  en fonction de  $U$  ou de  $h$  entraîne, lorsque les fluctuations de vitesse ont une grande amplitude, une distorsion du signal  $e$  (mesure des coefficients de dissymétrie près d'une paroi) et un décalage de la valeur moyenne  $E$  (mesure des vitesses moyennes près d'une paroi).

La soufflerie d'étalonnage (COMTE-BELLOT et MATHIEU, 1958) est représentée schématiquement sur la *figure III-1* ; elle fournit un jet d'air dont la vitesse et la tem-

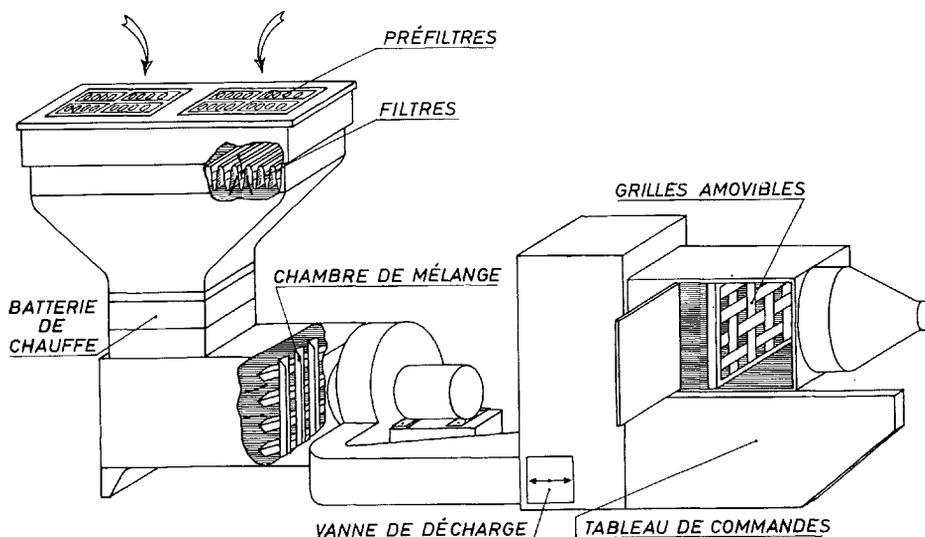


Fig. III-1 — Schéma de la soufflerie d'étalonnage.

pérature sont réglables. A la section droite de sortie du convergent, qui est un cercle de diamètre 12 cm, les caractéristiques du jet sont les suivantes :

— la vitesse moyenne est réglable de 1 à 45 m/s, et elle est uniforme à  $\pm 0,3 \%$  dans un cercle de 11 cm de diamètre ;

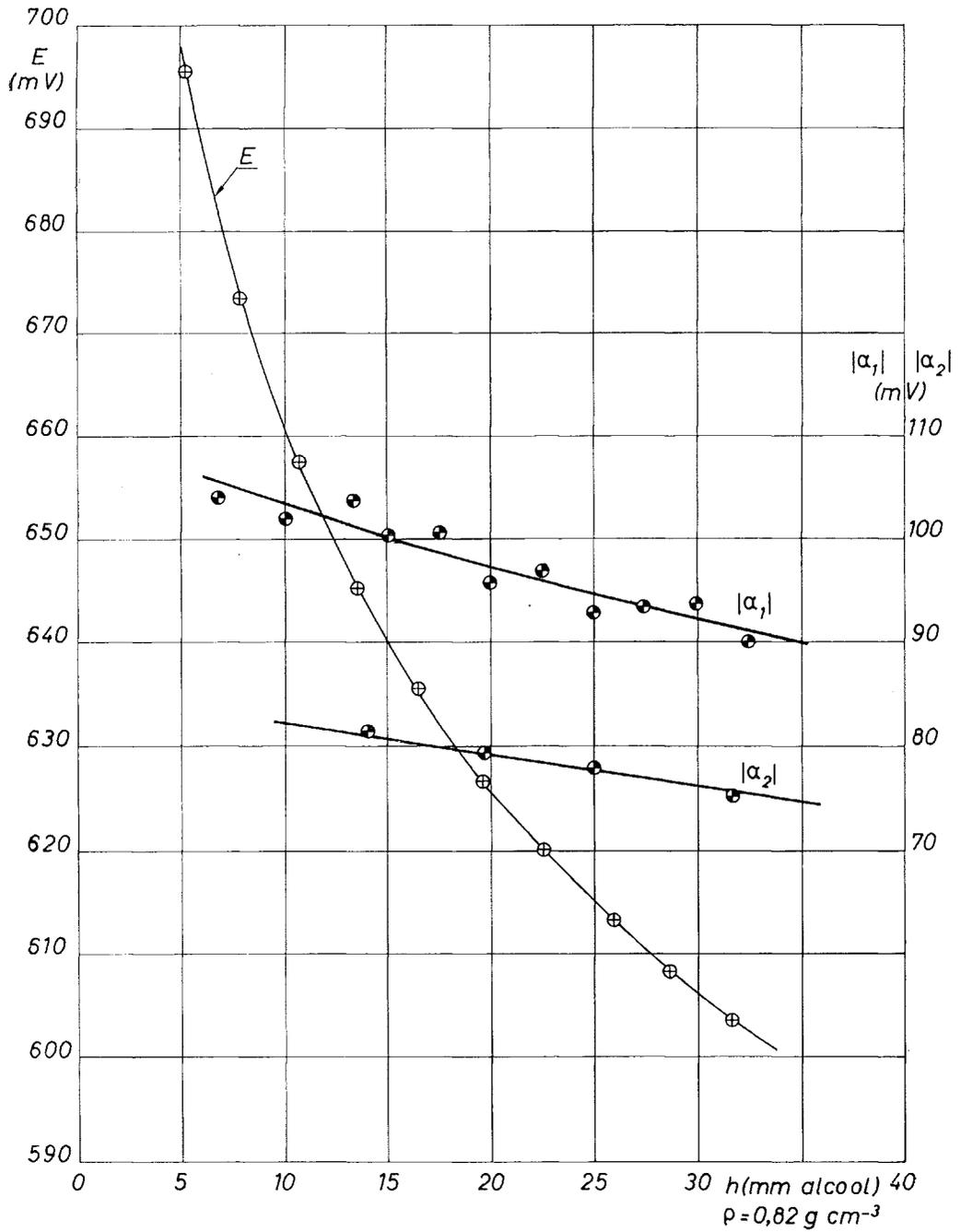


Fig. III-2.

Étalonnage des fils chauds : détermination de  $|\alpha_1|$  et variations de  $|\alpha_1|$  et de  $|\alpha_2|$  avec la vitesse moyenne.

— la température moyenne peut atteindre 50° C au-dessus de la température ambiante, et elle est uniforme à  $\pm 0,5$  % dans un cercle de 8 cm de diamètre;

— l'intensité de turbulence  $\frac{\sqrt{u_1^2}}{U}$  est inférieure à 0,20 %, lorsqu'un filtre en nid d'abeille et des grillages sont placés en amont du convergent; en introduisant des grilles à barreaux plats on peut obtenir une intensité de 1 %.

Les fils chauds ainsi qu'un tube de Pitot et un thermocouple BTE—CTE sont placés dans la section droite de sortie du convergent; un dispositif mécanique permet une rotation  $\varphi - \varphi_0$  des fils de  $-25^\circ$  à  $+25^\circ$  autour d'un axe vertical passant par le point d'intersection des fils croisés. Grâce à la faible intensité de turbulence de l'écoulement les mesures de E et de h sont aisées et précises; l'erreur absolue commise sur E est de  $\pm 0,1$  mV et celle qui est commise sur h est de  $\pm 2 \cdot 10^{-2}$  mm (pour un fil de 4  $\mu$ , dont la surchauffe est égale à 1,8, E varie approximativement de 80 mV quand h croît de 3 à 30 mm). Pour déterminer les coefficients de sensibilité on calcule  $\frac{\partial E}{\partial h}$  et  $\frac{\partial E}{\partial(\varphi - \varphi_0)}$  par dérivation graphique des courbes d'étalonnage; pour  $\frac{\partial E}{\partial(\varphi - \varphi_0)}$  il est inutile, en pratique, de tracer complètement les courbes représentant les variations de E en fonction de  $\varphi - \varphi_0$  à différentes valeurs de h fixées; on peut simplement, pour chaque valeur de h, relever les valeurs de E correspondant à  $\varphi - \varphi_0 = \pm 5^\circ$  et assimiler la pente de la corde obtenue à la pente de la tangente en  $\varphi - \varphi_0 = 0$ . La *figure III-2* correspond à un exemple d'étalonnage et indique les variations de  $\alpha_1$  et de  $\alpha_2$  en fonction de h; la précision de cette détermination des coefficients de sensibilité est en moyenne égale à  $\pm 2$  %.

Au cours de l'étalonnage on s'assure que la température de l'air reste constante. L'influence sur les dérivées partielles  $\frac{\partial E}{\partial h}$  et  $\frac{\partial E}{\partial(\varphi - \varphi_0)}$  de la température  $\Theta$  à laquelle a lieu l'étalonnage a été examinée dans les intervalles de vitesse et de température autorisés par la soufflerie; les essais ont mis en évidence que les courbes de E en fonction de h se déduisaient les unes des autres par translation, parallèlement à l'axe des ordonnées, et qu'il en était de même des courbes de E en fonction de  $\varphi - \varphi_0$ ; on peut alors considérer que les coefficients  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont indépendants de  $\Theta$ ; ce résultat provient du fait qu'on utilise la hauteur manométrique h et non la vitesse U et il peut être approximativement justifié (COMTE-BELLOT et MATHIEU, 1958).

### 3,5

### MESURE DES VITESSES MOYENNES PRÈS DE LA PAROI

Les vitesses moyennes près de la paroi ( $x_2 < 3$  mm) sont accessibles au moyen de fils chauds. On étalonne au préalable les fils dans la soufflerie d'étalonnage, h variant de quelques millimètres à la valeur  $h_0$  qui sera rencontrée sur l'axe du tunnel. Pour utiliser la courbe  $E = E(h, \Theta)$  obtenue on doit tenir compte de l'écart entre les températures  $\Theta$  et  $\Theta'$  de l'air de la soufflerie d'étalonnage et de l'air du tunnel; comme les vitesses moyennes sont déjà mesurées avec un tube de Pitot dans la région  $x_2 > 3$  mm, on peut déterminer un tronçon de la courbe  $E = E(h, \Theta')$  valable à la température de l'air du

tunnel; on évalue alors la translation qui amène ce tronçon sur la première courbe tracée.

A cause de la non-linéarité de la courbe d'étalonnage du fil et des grandes intensités de turbulence qui existent précisément près de la paroi les vitesses moyennes mesurées sont entachées d'une erreur par défaut. D'après l'analyse de HINZE (1959), la valeur de la vitesse mesurée serait donnée par l'expression :

$$U_{mes} = U \left( 1 - \frac{1}{4} \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} + \frac{1}{2} \frac{\overline{u_2^2}}{U^2} + \dots \right),$$

dans laquelle on peut remplacer  $\sqrt{\overline{u_2^2}}$  par  $\frac{1}{2} \sqrt{\overline{u_1^2}}$ ; pour une intensité de turbulence  $\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{U}$  de 20 %, l'erreur est alors égale à 0,5 %. Cependant, d'après l'étude expérimentale de Cox (1957) l'erreur pourrait atteindre 2,5 % pour cette même intensité de turbulence.

En outre, dans le proche voisinage de la paroi, essentiellement dans la région du film visqueux, la réponse du fil chaud est perturbée par le refroidissement supplémentaire dû à la paroi et les vitesses moyennes sont mesurées par excès. Différents principes de correction sont proposés. On peut d'abord simplement supposer (VAN DER HEGGE, ZIJNEN, 1924; COX, 1957) que la perte de chaleur due à la paroi ne dépend pas de la vitesse d'écoulement, mais seulement de la distance du fil à la paroi. On peut aussi tenir compte de la vitesse moyenne (RICHARDSON, 1956; PIERCY, RICHARDSON et WINNY, 1956; WILLS, 1962); dans ce cas, on construit des abaques de correction à deux variables  $\frac{x_2}{d}$  et  $\frac{Ud}{\nu}$ ; mais des écarts numériques existent entre les diverses expressions indiquées : la correction de RICHARDSON est nettement inférieure à celle de WILLS qui est elle-même inférieure à celle de COX. Adoptant la correction de WILLS, la plus récente, nous avons évalué l'erreur correspondant à nos mesures pour  $Re = 120\ 000$ ; avec un fil de  $1\ \mu$  de diamètre l'erreur serait négligeable pour  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 6$  et égale à 4 % pour  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 3$ ; avec un fil de  $4\ \mu$  les erreurs seraient respectivement égales à 4,5 % et 24 %. Dans nos essais, effectués avec des fils de  $4\ \mu$ , nous avons effectivement constaté que le profil des vitesses moyennes s'écartait de la loi linéaire pour  $\frac{x_2 u_f}{\nu} < 5$ ; les écarts mis en évidence sur les *planches* IV-3 et IV-5 correspondent à un ordre de grandeur moyen; pour  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 3$  des écarts atteignant 30 % sont quelquefois observés. Aussi, dans la région du film visqueux, pour le calcul de l'intensité de turbulence  $\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{u_f}$  par exemple, nous avons déterminé la vitesse moyenne en admettant la distribution linéaire de vitesse; la pente est déduite de la mesure du gradient longitudinal de pression statique et on connaît avec une précision convenable le point origine  $x_2 = 0$ .

### 3,6 ISOLEMENT DES FLUCTUATIONS TRANSVERSALES DE VITESSE

L'étude de l'anisotropie nécessite la détermination des mêmes caractéristiques turbulentes pour les trois composantes des fluctuations de vitesse; à part la valeur quadratique moyenne qu'on peut atteindre par la résolution de systèmes d'équations, la détermination des autres caractéristiques — spectres, coefficients de dissymétrie, coefficients de corrélation... — n'est possible que si chaque composante est au préalable isolée. La méthode des systèmes d'équation permet aussi de déterminer le frottement turbulent  $\overline{u_1 u_2}$ , mais on peut procéder de façon plus directe et plus précise si l'on dispose simultanément des composantes  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$ . Le problème principal à résoudre est l'isolement de  $u_2(t)$  [ou de  $u_3(t)$ ].

Deux fils croisés en X et disposés dans le plan  $Ox_1 x_2$  (fig. III-3 a) fournissent les signaux :

$$(3,61) \quad \begin{aligned} e &= \alpha_1 \frac{u_1}{\bar{U}} + \alpha_2 \frac{u_2}{\bar{U}}, \\ e' &= \alpha'_1 \frac{u_1}{\bar{U}} + \alpha'_2 \frac{u_2}{\bar{U}} \end{aligned}$$

avec pour la disposition considérée :

$$\begin{aligned} \alpha_1 < 0, & \quad \alpha_2 > 0, \\ \alpha'_1 < 0, & \quad \alpha'_2 < 0. \end{aligned}$$

Si les deux fils étaient identiques et symétriques par rapport à  $Ox_1$  ils auraient les mêmes coefficients de sensibilité et la même constante de temps :

$$(3,62) \quad \begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha'_1 \\ \alpha_2 &= |\alpha_2| \\ \tau &= \tau' \end{aligned}$$

et on isolerait facilement  $u_2(t)$  en formant la différence instantanée :

$$e - e' = 2 \alpha_2 \frac{u_2}{\bar{U}}$$

et, au besoin,  $u_1(t)$  en formant la somme instantanée :

$$e + e' = 2 \alpha_1 \frac{u_1}{\bar{U}}.$$

Les utilisateurs des fils croisés supposèrent d'abord les conditions (3,62) entièrement remplies puis, ne conservant que la troisième condition, ils remplacèrent les deux premières par une des hypothèses suivantes : fils symétriques par rapport à  $Ox_1$ , fils perpendiculaires entre eux, fils égaux (HUBBARD, 1957; WYATT, 1955). Mais, en pratique, on construit difficilement des fils présentant une disposition géométrique imposée; nous avons donc cherché à isoler  $u_2(t)$  dans le cas général des fils quelconques pour lesquels  $\tau \neq \tau'$ ,  $\alpha_1 \neq \alpha'_1$  et  $\alpha_2 \neq |\alpha'_2|$ ; ce cas a déjà été considéré par RUETENIK

(1954) et également par GAVIGLIO (1958); les méthodes proposées sont relativement compliquées à mettre en œuvre surtout lorsqu'on veut disposer simultanément des signaux  $u_2(t)$  et  $u_1(t)$  et nous leur avons apporté des simplifications appréciables.

1° Isolement de  $u_2(t)$ .

Pour isoler  $u_2(t)$  à partir des signaux (3,61) nous formons la différence instantanée :

$$(3,63) \quad e - Ke' = (\alpha_1 - K \alpha'_1) \frac{u_1}{U} + (\alpha_2 - K \alpha'_2) \frac{u_2}{U},$$

de laquelle nous éliminons  $u_1(t)$  en donnant à  $K$  la valeur

$$K = \frac{\alpha_1}{\alpha'_1}$$

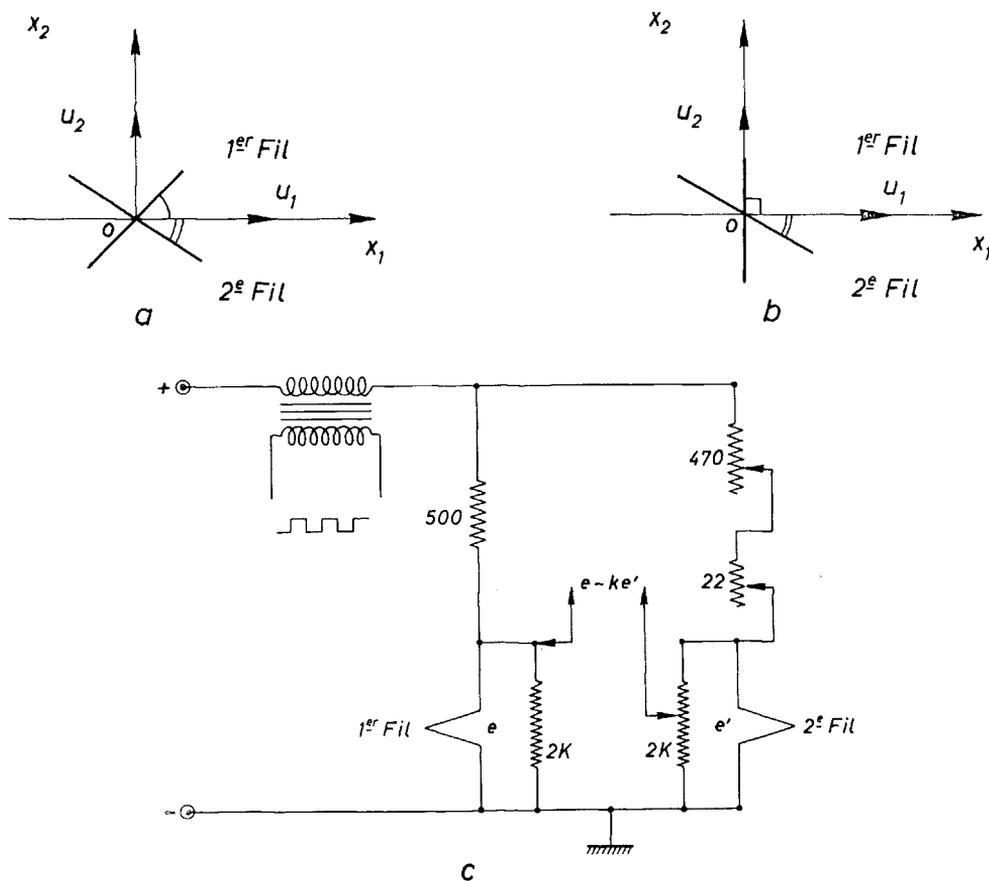


Fig. III-3 — Isolement des fluctuations transversales de vitesses.

Nous indiquons sur la *figure III-3 c* le circuit électrique dont font partie les fils. Les fils sont placés directement dans le tunnel et nous effectuons l'isolement de  $u_2(t)$  en deux étapes.

Nous égalons d'abord les constants de temps  $\tau$  et  $\tau'$  afin de pouvoir effectuer la différence des signaux  $e$  et  $Ke'$  au moyen de l'entrée symétrique du préamplificateur

qui assure la compensation des inerties thermiques. On modifie pour cela l'intensité du courant de chauffage des fils en agissant sur la tension fournie par l'alimentation et sur les potentiomètres de  $470 \Omega$  et de  $22 \Omega$  placés en série avec l'un des fils; pendant ce réglage, un signal carré est superposé au courant continu de l'alimentation et l'égalité  $\tau = \tau'$  est réalisée quand la même valeur du circuit correcteur du préamplificateur convient à chacun des fils. L'égalisation des constantes de temps reste valable dans un grand intervalle de vitesse : par exemple de  $10 \text{ m/s}$  à  $30 \text{ m/s}$  pour un réglage effectué à  $U = 20 \text{ m/s}$ .

Puis nous déterminons la valeur convenable de  $K$ . On en obtient d'abord une valeur approchée en mesurant les variations  $\Delta E$  et  $\Delta E'$  des différences de potentiel moyennes  $E$  et  $E'$  aux bornes des fils lorsque la vitesse moyenne varie de  $U - \frac{\Delta U}{2}$  à  $U + \frac{\Delta U}{2}$ ; on peut alors régler de façon approchée le curseur du potentiomètre placé en parallèle avec le fil le plus sensible aux fluctuations longitudinales. Puis on achève le réglage en cherchant la position à donner au curseur pour que la différence  $E - KE'$ , mesurée par la méthode d'opposition, reste constante quand la vitesse varie de  $U - \frac{\Delta U}{2}$  à  $U + \frac{\Delta U}{2}$ ; les fluctuations de vitesse ne sont pas un obstacle à la précision des mesures car, seules, les composantes transversales interviennent dans  $E - KE'$  et celles-ci présentent peu d'énergie à basse fréquence; l'expérience montre que le réglage peut être effectué à  $\pm 0,2 \%$  près. Dans quelques essais (détermination de  $\bar{u}_2^2$ , par exemple) on doit utiliser la valeur absolue de  $K$ ; celle-ci est lue sur le cadran gradué de 0 à 100 devant lequel se déplace le curseur du potentiomètre; elle n'est connue qu'à  $\pm 0,5 \%$  près à cause des défauts de linéarité du potentiomètre. Lorsque la vitesse moyenne  $U$  augmente le coefficient  $K$  varie peu car il est égal au quotient des deux fonctions  $\alpha_1$  et  $\alpha'_1$  qui décroissent avec  $U$ ; pour deux fils de  $3,5 \mu$  croisés en X, dont le coefficient de surchauffe est 1,5,  $K$  prend les valeurs 0,94, 0,965 et 1,00 lorsque  $U$  prend respectivement les valeurs 11,6, 22,2 et 42,7 m/s.

### 2° Isolement simultané de $u_2(t)$ et de $u_1(t)$ .

Comme l'isolement de  $u_2(t)$  est obtenu sans hypothèse simplificatrice à partir de deux fils croisés quelconques, nous pouvons appliquer cette méthode à deux fils croisés disposés de la façon suivante : un fil est incliné par rapport à  $Ox_1$ , l'autre est normal à  $Ox_1$  et il fournit directement le signal  $u_1(t)$  (fig. III-3 b). Dans ce cas, pour réaliser l'égalité  $\tau = \tau'$ , on ne peut pas agir seulement sur l'intensité des courants de chauffage; on doit utiliser des fils de diamètres différents : un fil droit de  $4 \mu$  s'associe convenablement à un fil incliné de  $3,5 \mu$ .

## 3,7 DÉTERMINATION DES VALEURS QUADRATIQUES MOYENNES

Pour mesurer la valeur quadratique moyenne de tensions fluctuantes nous avons généralement utilisé des thermocouples Weston dont la résistance est environ égale à  $1500 \Omega$  le courant nominal à  $1,5 \text{ mA}$  et la tension de sortie à  $5 \text{ mV}$ ; en réalité leur réponse n'est proportionnelle qu'à la puissance 1,9 du signal d'entrée, et au cours de nos der-

nières mesures, nous avons préféré utiliser un voltmètre Bruel et Kjaer dont la partie essentielle est un circuit non linéaire qui forme la puissance 2 d'un signal quelconque.

Nous avons effectué pour les valeurs quadratiques moyennes  $\overline{u_1^2}$  et  $\overline{u_2^2}$  la comparaison de différentes méthodes de mesure. Pour  $\overline{u_1^2}$ , nous avons comparé les valeurs fournies par un seul fil normal à l'écoulement et les valeurs obtenues à partir des fils croisés en X dont les signaux sont utilisés selon la méthode des systèmes d'équation proposée par ASKHENAS (1955); le système à résoudre, formé à partir des expressions (3,61), est :

$$(3,71) \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{e^2} = \alpha_1^2 \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} + 2 \alpha_1 \alpha_2 \frac{\overline{u_1 u_2}}{U^2} + \alpha_2^2 \frac{\overline{u_2^2}}{U^2}, \\ \overline{e'^2} = \alpha_1'^2 \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} + 2 \alpha_1' \alpha_2' \frac{\overline{u_1 u_2}}{U^2} + \alpha_2'^2 \frac{\overline{u_2^2}}{U^2}, \\ \overline{(e - e')^2} = (\alpha_1 - \alpha_1')^2 \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} + 2(\alpha_1 - \alpha_1')(\alpha_2 - \alpha_2') \frac{\overline{u_1 u_2}}{U^2} + (\alpha_2 - \alpha_2')^2 \frac{\overline{u_2^2}}{U^2}. \end{array} \right.$$

Pour  $\overline{u_2^2}$  nous avons comparé les valeurs déduites du système précédent et les valeurs obtenues après isolement de la fluctuation  $u_2(t)$ ,  $\overline{u_2^2}$  étant, dans ce cas, calculé au moyen de la relation :

$$(3,72) \quad \frac{u_2^2}{u^2} = \frac{(e - Ke')^2}{(\alpha_2 - Ke'_2)^2}.$$

Dans ces comparaisons les causes d'erreur suivantes sont prises en compte : imparfaite correction de l'inertie thermique, imprécision de la détermination des coefficients de sensibilités  $\alpha_i$  des fils, du coefficient K apparant les fils et du gain de l'amplificateur ; l'imprécision qui en résulte (COMTE-BELLOT, 1961) est sensiblement la même quelle que soit la méthode de mesure et elle est environ égale à  $\pm 6\%$ . Pour des essais effectués dans la section  $\frac{x_1}{D} = 118$  et au nombre de Reynolds intermédiaire  $Re = 120000$ , nous avons constaté qu'il y avait bien compatibilité, à cette précision, entre les différentes valeurs de  $\overline{u_1^2}$  ou de  $\overline{u_2^2}$ .

En outre, pour les mesures effectuées près de la paroi avec un anémomètre à intensité constante, on doit examiner l'erreur due à la distorsion des signaux de grande amplitude. D'après HINZE (1959) la valeur de l'intensité de turbulence qu'on obtient, en supposant la réponse du fil linéaire, est liée à la valeur exacte par la relation :

$$\left( \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} \right)_{\text{lim}} = \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} [1 - \beta(u_1, u_2)],$$

où

$$(3,73) \quad \begin{aligned} \beta(u_1, u_2) = & \frac{1 + 2b}{2} \frac{\overline{u_1^3}}{U \overline{u_1^2}} - \frac{\overline{u_1 u_2^2}}{U \overline{u_1^2}} - \frac{5 + 12b + 12b^2}{16} \frac{\overline{u_1^4}}{U^2 \overline{u_1^2}} \\ & - \frac{1}{4} \frac{\overline{u_2^4}}{U^2 \overline{u_1^2}} + \frac{7 + 6b}{4} \frac{\overline{u_1^3 u_2^2}}{U^2 \overline{u_1^2}} + \frac{1 + 8b + 12b^2}{16} \frac{\overline{u_1^2 u_2^2}}{U^2} \\ & + \frac{1}{4} \frac{(\overline{u_2^2})^2}{U^2 \overline{u_1^2}} - \frac{1 + 4b}{4} \frac{\overline{u_2^2}}{U^2} + \frac{b + 2b^2}{4} \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} - \frac{b}{2} \frac{\overline{u_2^2}}{U^2} + \dots \end{aligned}$$

avec (1)

$$b = \frac{B \sqrt{U}}{I^2} \frac{R - R_a}{R_a} = \frac{-2 \alpha_1}{(R - R_a) I}.$$

Évaluons  $\beta$  pour  $\frac{x_2 u_f}{y} = 30$ ; d'après les résultats indiqués au chapitre IV :

$$\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{u_f} = 2,5 \quad \text{soit} \quad \frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{U} = 18 \%$$

$$\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}} = -0,05,$$

$$\frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2} = \frac{\overline{u_2^4}}{(\overline{u_2^2})^2} = 3,$$

$$b = 0,70,$$

et adoptons pour les termes non mesurés les valeurs suivantes :

$$\frac{\sqrt{\overline{u_2^2}}}{U} = 9 \%,$$

$$\frac{\overline{u_1 u_2^2}}{\sqrt{\overline{u_1^2}} \overline{u_2^2}} \sim \frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}} = -0,05,$$

$$\frac{\overline{u_1^2 u_2^2}}{u_1^2 \overline{u_2^2}} \sim \frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2} = 3;$$

par suite :

$$\beta = 2,6 \frac{\overline{u_1^2}}{U^2},$$

la valeur de  $\beta$  étant essentiellement fixée par les 1<sup>er</sup>, 3<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> termes de (3,73). L'erreur commise sur  $\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{U}$  serait de l'ordre de 4 % par excès.

### 3,8 MESURE DES COEFFICIENTS DE DISSYMMÉTRIE ET D'APLATISSEMENT

Les coefficients déterminés sont :

$$(3,81) \quad \frac{\overline{\varepsilon^3}}{(\overline{\varepsilon^2})^{3/2}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{\varepsilon^4}}{(\overline{\varepsilon^2})^2}$$

où  $\varepsilon$  représente une des composantes  $u_i$  ou une des dérivées  $\frac{\partial u_i}{\partial t}$ .

(1) HINZE utilise dans son calcul la loi de KING :

$$\frac{RI^2}{R - R_a} = A + B \sqrt{U},$$

d'après laquelle le coefficient de sensibilité  $\alpha_1$  du fil est :

$$\alpha_1 = - \frac{B \sqrt{U}}{I^2} \frac{(R - R_a)^2}{R_a}.$$

Les premières mesures sont dues à TOWNSEND (1947 et 1948) qui étudie principalement le coefficient de dissymétrie relatif à  $\frac{\partial u_1}{\partial I}$ ; il considère  $\overline{e^3}$  comme cas particulier de la corrélation triple  $\overline{e^2 e'}$ ; il obtient d'abord le carré instantané  $e^2$  en utilisant la courbure de la caractéristique de plaque d'une triode au voisinage de son point d'arrêt puis les sommes instantanées  $e^2 + e'$  et  $e^2 - e'$  à l'aide de deux tubes; enfin il déduit  $\overline{e^2 e'}$  de l'identité :

$$(3,82) \quad 4 \overline{e^2 e'} = \overline{(e^2 + e')^2} - \overline{(e^2 - e')^2},$$

les carrés moyens étant formés par des thermocouples. STEWART (1951) et MILLIAT (1957) conservent le principe du montage et apportent quelques modifications à cette réalisation. KOVASZNAVY (1954) abandonne l'emploi d'un tube pour former un carré instantané; il utilise des résistances non linéaires constituées par des diodes et des résistances ordinaires, et il effectue les combinaisons nécessaires pour arriver à (3,82) puis à  $\frac{\overline{e^3}}{(\overline{e^2})^{3/2}}$  au moyen d'un pont octogonal et d'un « ratiometer » (cf. § 3,9). On peut aussi déterminer  $\frac{\overline{e^3}}{(\overline{e^2})^{3/2}}$  et  $\frac{\overline{e^4}}{(\overline{e^2})^2}$  à partir des courbes de distribution de probabilité du signal  $e$  (KLEBANOFF, 1955). Mais la méthode la plus simple est celle qui est envisagée par BETCHOV (1954); les puissances 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> instantanées d'un signal sont directement formées par des résistances non linéaires analogues à celle qu'utilise KOVASZNAVY; c'est cette méthode que nous avons suivie en y apportant quelques améliorations.

**1° Réalisation des circuits à puissances 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> instantanées.**

Nous indiquons sur la *figure* III-4 le schéma d'une résistance non linéaire constituée par N éléments à diode et résistance  $R_p$  placés en parallèle et devenant successivement conducteurs lorsque le signal d'entrée  $e$  croît de 0 à E; nous avons adopté le cas simple d'une polarisation des diodes proportionnelle à  $p$ , soit :

$$E_p = p \frac{E}{N}$$

Déterminons la valeur des résistances  $R_p$  pour que la réponse du circuit soit :  $i = Ke^n$ . La résistance interne  $\rho$  des diodes, les résistances de polarisation  $r$  et la résistance de sortie  $R_s$  sont supposées négligeables devant  $R_p$ . En désignant par  $i_p$  l'intensité du courant de sortie lorsque  $e = p \frac{E}{N}$ , nous obtenons de proche en proche (HUSSENOT et BAUDOIN, 1962) :

$$\begin{aligned} i_1 &= 0, \\ i_2 &= \frac{E}{NR_1}, \\ i_3 &= 2 i_2 + \frac{E}{NR_2}, \\ i_4 &= 2i_3 - i_2 + \frac{E}{NR_3}, \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

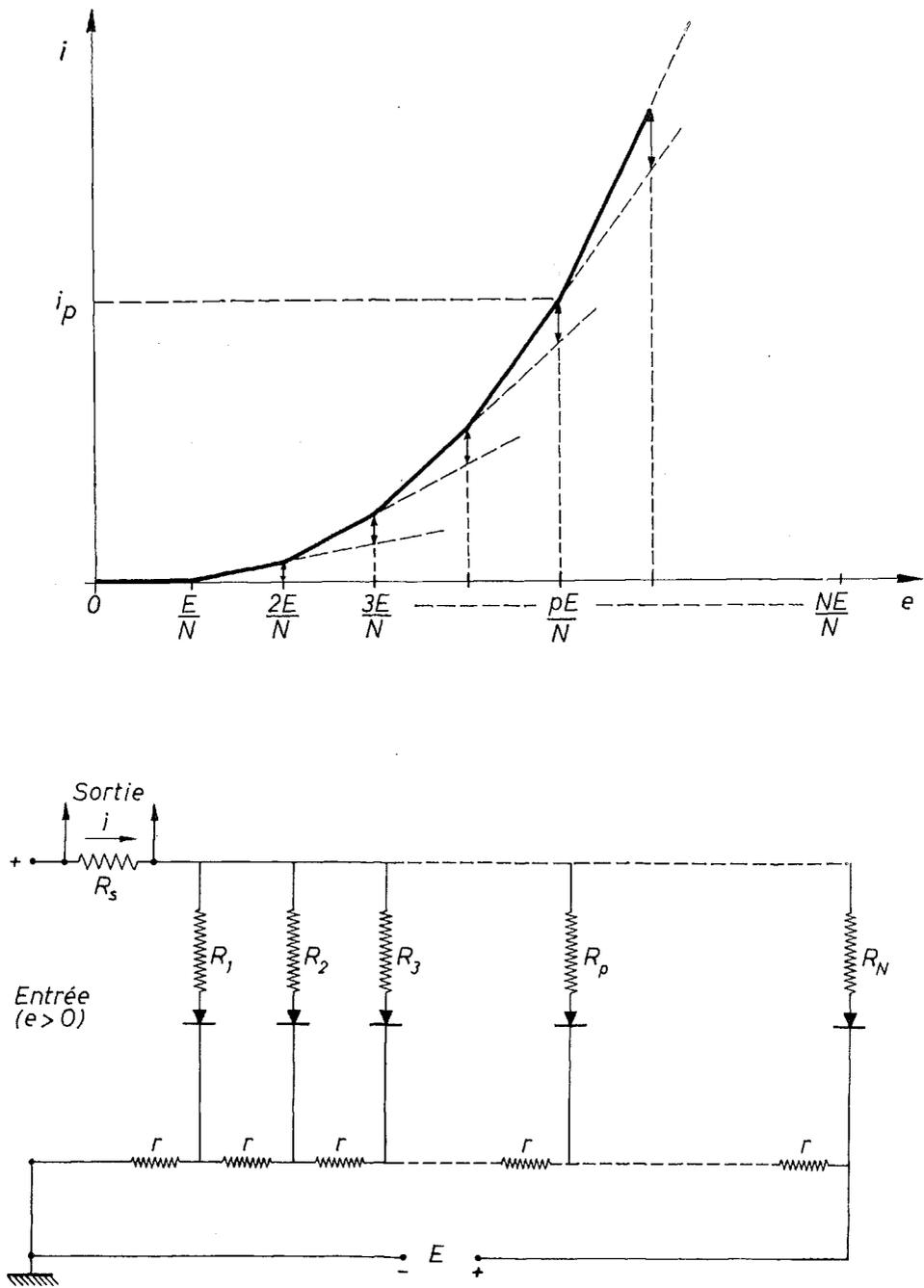


Fig. III-4 — Principe de fonctionnement d'une résistance non linéaire constituée par  $N$  éléments à diode et résistance placés en parallèle.

$$i_{p+1} = 2 i_p - i_{p-1} + \frac{E}{NR_p},$$

d'où :

$$(3,83) \quad \frac{1}{R_p} = \frac{N}{E} (i_{p+1} + i_{p-1} - 2 i_p),$$

or :

$$(3,84) \quad i_p = K \left( p \frac{E}{N} \right)^n$$

et, par suite :

$$(3,85) \quad \frac{1}{R_p} = K \left( \frac{E}{N} \right)^{n-1} [(p+1)^n + (p-1)^n - 2 p^n].$$

On peut aussi songer à déterminer  $R_p$  en approchant la distribution réelle des polarisations et des résistances par une distribution continue, les fonctions  $R(p)$  et  $E(p)$  étant définies par interpolation des valeurs discrètes  $R_p$  et  $E_p$ ; on obtient (БЕТСНОВ, 1954) :

$$(3,86) \quad \frac{1}{R_p} = \frac{E}{N} \left[ \frac{d^2 i}{de^2} \right]_{e = p \frac{E}{N}}$$

et, d'après l'expression (3,84) :

$$(3,87) \quad \frac{1}{R_p} = K \left( \frac{E}{N} \right)^{n-1} n(n-1) p^{n-2}.$$

En développant en série  $i_{p+1}$  et  $i_{p-1}$  autour de  $i_p$  on constate que les expressions (3,83) et (3,86) sont identiques, ainsi que, par suite, les expressions (3,85) et (3,87), si à partir de l'ordre 4 les dérivées de  $i = Ke^n$  sont identiquement nulles. Pour  $n = 2 - 3$  et 4 on obtient à partir de (3,85) les valeurs suivantes de  $R_p$  en adoptant  $N = 10$  et  $i_N = 2$  mA pour  $e = E = 10$  V :

$R_p$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
	kΩ	kΩ	kΩ
$R_1$	25	83,5	357
$R_2$	25	41,7	100
$R_3$	25	27,8	45,5
$R_4$	25	20,8	25,8
$R_5$	25	16,7	16,6
$R_6$	25	13,9	11,5
$R_7$	25	11,9	8,5
$R_8$	25	10,4	6,5
$R_9$	25	9,3	5,1
$R_{10}$	25	8,3	4,2

En pratique, le signe de la tension  $e$  n'est pas constant et on a deux problèmes à résoudre : respecter la parité de la puissance à réaliser et assurer l'égalité en valeur

absolue des signaux de sortie relatifs à deux valeurs opposées de  $e$ . Pour cela, ou bien nous avons utilisé deux résistances non linéaires distinctes, l'une passant les alternances positives, l'autre, les alternances négatives, ou bien nous avons associé des redresseurs à une seule résistance non linéaire. Le montage de БЕРЧОВ qui consiste à placer une résistance en commun à deux diodes de même rang ne permet pas de disposer du réglage nécessaire pour corriger les inévitables différences de caractéristiques des deux diodes, à moins d'agir sur  $E_p$ .

Sur la *figure III-5 a* nous représentons le montage à deux résistances non linéaires formant  $i = Ke^3$ ; il correspond au premier appareil que nous avons réalisé; les deux chaînes peuvent fonctionner séparément (position d'étalonnage) ou simultanément (position de mesure). Nous n'avons pas cherché à atteindre  $i = Ke^4$  par un montage analogue car, comme seule la valeur  $\bar{e}^4$  était intéressante, nous l'avons obtenue en formant au signe près le carré instantané et en plaçant comme résistance de sortie l'élément chauffant d'un thermocouple.

Sur les *figures III-5 b* et *III-5 c* nous indiquons les montages n'utilisant qu'une résistance non linéaire. Pour  $i = Ke^3$  les bornes de sortie sont O et A (ou O et B) pendant l'étalonnage, et A et B pendant les mesures; les deux résistances de  $150 \Omega$  sont soigneusement appariées. Pour  $i = Ke^4$  les bornes de sortie sont toujours A et B. Afin de mieux approcher les hypothèses du calcul des valeurs de  $R_p$ , nous avons diminué de  $50 \Omega$  à  $5 \Omega$  la valeur des résistances de polarisation et nous avons placé deux diodes 6 AL 5 en parallèle ( $\frac{\rho}{2} \sim 500 \Omega$ )<sup>(1)</sup>.

La tension de polarisation  $E$  (10 V ou  $\pm 10$  V selon le montage) est fournie par une alimentation stabilisée identique à celle du circuit des fils chauds, sauf pour le montage de la *figure III-5 a* où une alimentation à bornes isolées de la masse a été spécialement construite. La résistance de sortie est petite, de l'ordre de  $150 \Omega$ , afin que la tension  $iR_s$ , qui est proportionnelle à  $e^n$  perturbe au minimum la tension que l'on veut appliquer aux diodes. Le signal  $iR_s$  est lu sur un millivoltmètre constitué par un galvanomètre S.E.F.R.A.M. à plusieurs calibres : 1,5, 15, 150 et 300 mV (intensité 3  $\mu$ A); un condensateur est placé en parallèle avec la résistance de sortie.

La liaison entre l'amplificateur de l'anémomètre et la résistance non linéaire est réalisée au moyen d'un transformateur à grains orientés et à très large bande passante. Au secondaire du transformateur le branchement est dissymétrique pour le montage de la *figure III-5 a* et symétrique pour les montages des *figures III-5 b* et *III-5 c*; dans ce cas les signaux fournis par les deux enroulements du secondaire doivent être égaux et on corrige une éventuelle différence à l'aide d'un potentiomètre de  $30 \Omega$  placé en série avec l'un des enroulements.

Enfin, la mesure de  $\bar{e}^2$  est effectuée au moyen d'un voltmètre à thermocouple ou d'un voltmètre Bruel et Kjaer placé au secondaire du transformateur; les mesures de  $\bar{e}^2$ , de  $\bar{e}^3$  ou de  $\bar{e}^4$  sont évidemment effectuées simultanément.

(1) On améliorerait encore le montage en remplaçant les diodes à vide par les diodes au germanium ou au silicium que l'on trouve actuellement dans le commerce, type 13 P<sub>1</sub> ou 15 P<sub>1</sub>, par exemple; leurs résistances internes sont petites ( $\rho \sim 25 \Omega$ ) et les variations de celles-ci en fonction de la température sont négligeables devant  $R_p$  même si le coefficient de température est grand; les valeurs  $R_p$  à utiliser correspondraient alors à celles qu'on détermine par le calcul.

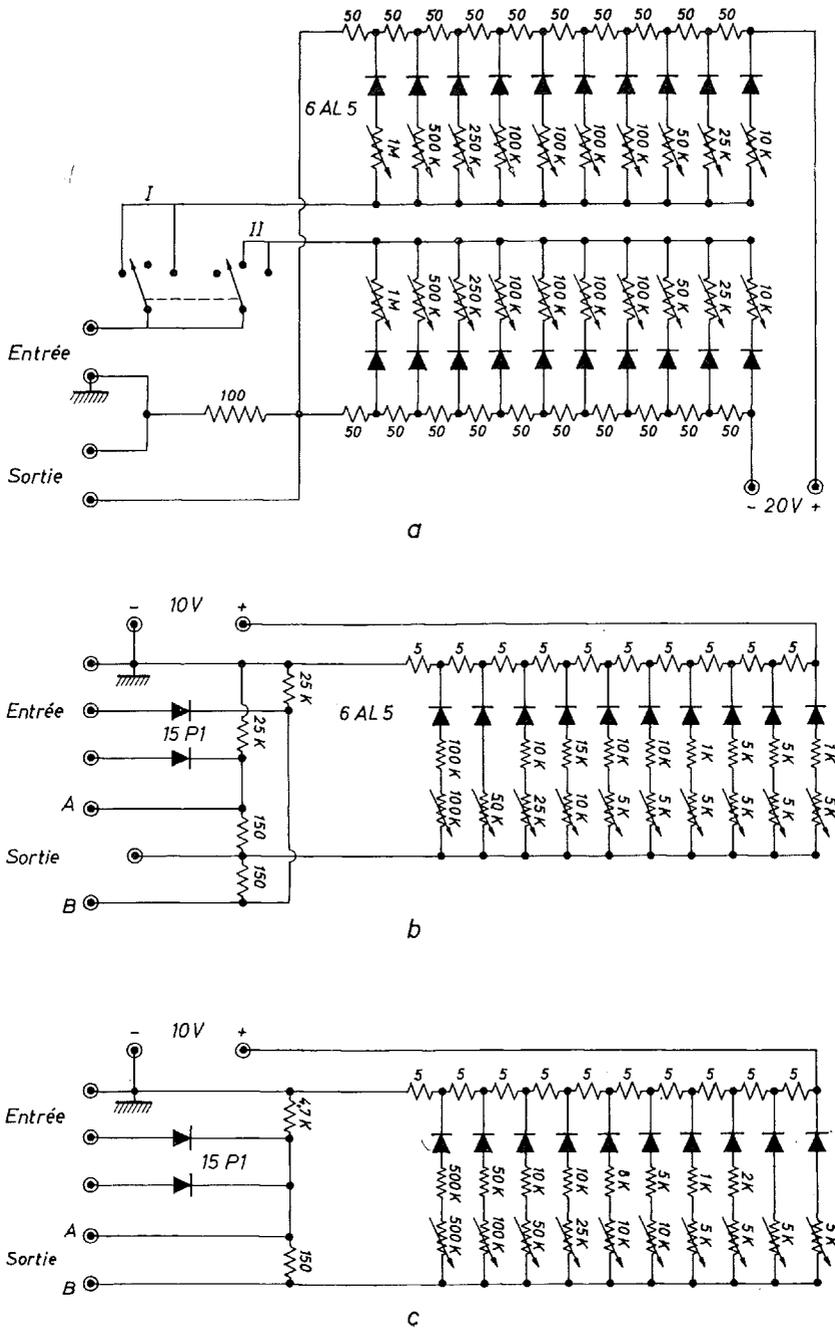


Fig. III-5 — Résistances non linéaires formant les puissances  
3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> instantanées d'un signal.

2° Mise au point et étalonnage.

Nous effectuons la mise au point des circuits en utilisant un signal sinusoïdal; cela est possible, même pour les circuits formant la puissance 3<sup>e</sup>, car nous avons prévu, pour le circuit à deux résistances non linéaires le fonctionnement distinct de chacune d'elles et pour le circuit à une seule résistance non linéaire les deux sorties distinctes OA et OB. On règle de proche en proche les potentiomètres R<sub>p</sub> tandis que l'on fait varier de volt en volt, de 1 à 10 V, la tension de crête du signal sinusoïdal appliqué; pour le montage de la *figure III-5 a* on ne met en fonctionnement qu'une chaîne pour ce réglage. Comme les lectures correspondant aux signaux turbulents sont effectuées avec le calibre 15 mV du millivoltmètre nous avons choisi une constante d'étalonnage simple pour ce calibre; en introduisant le nombre de division  $\delta$  lu sur l'échelle graduée de 0 à 300, nous avons adopté (1) la valeur  $K' = 6 \text{ div. volt}^{-3}$  pour le circuit de la *figure III-5 b* formant la puissance 3<sup>e</sup> :

$$\delta = K' e^3$$

et la valeur  $K'' = 0,6 \text{ div. volt}^{-4}$  pour le circuit de la *figure III-5 c* formant la puissance 4<sup>e</sup> :

$$\delta = K'' e^4.$$

Les lectures successives à effectuer lors de l'étalonnage sont indiquées dans le tableau ci-après :

e crête	e efficace	n = 3			n = 4		
		déviaton sur le calibre 15 mV	Lecture effectuée		déviaton sur le calibre 15 mV	Lecture effectuée	
			déviaton	calibre		déviaton	calibre
				mV			mV
1	0,707	1,3	10,3	1,5	0,23	1,8	1,5
2	1,41	10,1	80	«	3,6	28,5	«
3	2,12	34,0	269	«	18,2	144	«
4	2,83	81,5	81,5	15	57,5	57,5	15
5	3,53	158	158	«	140	140	«
6	4,25	276	276	«	293	293	«
7	4,95	435	44,8	150	540	55,5	150
8	5,65	648	66,8	«	920	95	«
9	6,35	922	95	«	1460	150	«
10	7,07	1270	131	«	2240	231	«
	8,00	1840	190	«	3680	190	300
	9,00	2620	270	«	5900	304	«

Pour le montage de la *figure III-5 a* on doit ensuite régler les résistances de la deuxième chaîne : on effectue simplement ce réglage en faisant fonctionner simultanément

(1) L'intensité du courant total fourni par l'un ou l'autre des circuits est alors égale à 2 mA pour une tension continue d'entrée égale à 10 V.

ment les deux chaînes et en annulant constamment le signal de sortie lorsque la tension du signal sinusoïdal appliqué augmente.

Le montage complet amplificateur-transformateur-résistance non linéaire étant réalisé, on doit enfin vérifier que, pour le circuit formant la puissance 3<sup>e</sup>, le signal de sortie est nul lorsqu'un signal sinusoïdal est appliqué à l'entrée de l'amplificateur; on a éventuellement à corriger la dissymétrie de l'amplificateur et l'inégalité des deux enroulements du secondaire du transformateur.

La réponse en fréquence des résistances non linéaires est principalement limitée par l'existence de capacités parasites entre la masse et les fils de connexion, et entre la masse et les anodes ou cathodes des diodes (environ 3 pF pour un tube 6 AL 5). Dans le montage de la *figure III-5 a* ces capacités sont approximativement équivalentes à une seule capacité qui serait en parallèle avec la résistance de sortie AB; comme en pratique on ne détermine que la valeur moyenne du signal de sortie, finalement cette capacité n'a pas d'effet sur les mesures; on a effectivement constaté l'invariance de la constante d'étalonnage lorsque la fréquence varie de 5 Hz à 100 kHz. Dans les montages des *figures III-5 b* ou *III-5 c* les capacités parasites sont approximativement équivalentes à une capacité placée entre le point A (ou B) et la masse; son influence se manifeste alors sur le signal redressé existant entre A et la masse; une tension positive tend à subsister à la fin de chaque demi-alternance, pendant un temps d'autant plus long que la résistance de décharge du condensateur est grande; comme celle-ci est formée par les éléments à diode et résistance sa valeur est précisément grande pour des tensions voisines de zéro et l'on peut la réduire en plaçant des résistances de l'ordre de 10 k $\Omega$  entre A et la masse; le courant circulant dans la résistance non linéaire étant pour le montage considéré essentiellement imposé par le signal redressé, le signal de sortie AB est pratiquement correct dès que le signal redressé l'est; nous avons aussi vérifié que les constantes d'étalonnage sont indépendantes de la fréquence lorsque celle-ci varie de 5 Hz à 20 kHz.

### 3<sup>o</sup> Précision des mesures.

Nous avons effectué les premières mesures de  $\frac{\overline{u_i^3}}{(\overline{u_i^2})^{3/2}}$ ,  $\frac{\overline{u_i^4}}{(\overline{u_i^2})^2}$ ,  $S_i$  et  $T_i$  au moyen d'un anémomètre à intensité constante et nous avons examiné l'influence de plusieurs causes d'erreurs. Du fait que tous les coefficients déterminés sont adimensionnels, il n'est pas nécessaire de déterminer les coefficients de sensibilité des fils chauds, la constante appariant les fils croisés, le gain de l'amplificateur et la constante du circuit dérivateur; des causes d'erreurs notables sont ainsi éliminées. Il reste à examiner parmi les causes d'erreurs essentielles l'influence de l'inertie thermique des fils, le bruit de fond, l'influence de longueur de fil, le refroidissement parasite par la paroi et l'effet de non-linéarité.

Une imparfaite correction de l'inertie thermique des fils n'intervient pas de façon sensible car elle agit dans le même sens sur le numérateur et sur le dénominateur des coefficients mesurés; expérimentalement nous avons constaté qu'il était possible de modifier de  $\pm 10\%$  le réglage de la correction d'inertie sans observer de différence appréciable dans les mesures.

Le bruit de fond est à considérer dans les mesures relatives aux dérivées des

fluctuations de vitesse; en supposant le signal de bruit  $\varepsilon$  non corrélé avec le signal  $e$  à étudier et la courbe de distribution de probabilité de  $\varepsilon$  symétrique, on obtient :

$$\overline{(e + \varepsilon)^2} = \bar{e}^2 + \bar{\varepsilon}^2,$$

$$\overline{(e + \varepsilon)^3} = \bar{e}^3,$$

$$\overline{(e + \varepsilon)^4} = \bar{e}^4 + \bar{\varepsilon}^4.$$

Cela entraîne, en particulier, des mesures par défaut pour les coefficients de dissymétrie; des essais effectués avec des fils de  $4 \mu$  montrent que l'erreur peut atteindre 30 %; aussi dans les mesures relatives à  $\frac{\partial u_1}{\partial x_1}$  nous avons toujours utilisé des fils de  $1 \mu$  pour lesquels l'erreur est négligeable; dans les mesures relatives à  $\frac{\partial u_2}{\partial x_1}$  ou à  $\frac{\partial u_3}{\partial x_1}$ , comme il n'était pas possible de construire des fils croisés de diamètre inférieur à  $3,5 \mu$ , nous avons mesuré  $\bar{\varepsilon}^2$  et nous avons effectué la correction nécessaire.

Nous avons examiné expérimentalement l'influence de la longueur du fil dans le cas du coefficient  $S_1$ ; des mesures ont été effectuées avec des fils relativement longs (0,8 mm) et les valeurs de  $S_1$  obtenues ne présentent pas d'écart appréciable avec celles qui sont fournies par les fils de 0,4 mm de long, généralement utilisés (cf. fig. III-7).

Le refroidissement parasite du fil par la paroi peut aussi entraîner une erreur, dans la mesure où il induit une variation de la non-linéarité de la réponse du fil avec la distance à la paroi. Pour évaluer cette erreur il faudrait connaître, à différentes distances de la paroi, la courbe d'étalonnage du fil en fonction de la vitesse moyenne; nous avons déjà indiqué au paragraphe 3,5 que des écarts notables existaient entre les corrections proposées pour tenir compte de la chaleur cédée par le fil à la paroi. Aussi, pour assurer au mieux les résultats, nous avons effectué deux groupes d'essais; nous avons modifié d'une part la surchauffe du fil, de 1,3 à 2 et, d'autre part, la nature de la paroi du tunnel; l'emploi du plexiglas conduit à un rapport entre les conductivités thermiques de la paroi et de l'air égal à 9 tandis qu'il était égal à 5 100 dans le cas d'une paroi en duralumin AU 4 G. Les résultats de ces essais sont reportés sur les figures III-6 et III-7 qui mettent en évidence un bon accord.

La non-linéarité de la courbe de réponse du fil constitue dans certains cas une cause d'erreur importante qui mérite un examen détaillé. On peut d'abord considérer par le calcul le cas simple où il n'existe que des fluctuations  $u_1$ , cas vers lequel tend précisément la turbulence existant au voisinage d'une paroi. La différence de potentiel instantanée aux bornes du fil chaud est au 3<sup>e</sup> ordre :

$$E(t) = E_0 + \frac{\partial E}{\partial U} u_1 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 E}{\partial U^2} u_1^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 E}{\partial U^3} u_1^3$$

et la différence de potentiel moyenne est :

$$\bar{E} = E_0 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 E}{\partial U^2} \bar{u}_1^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 E}{\partial U^3} \bar{u}_1^3,$$

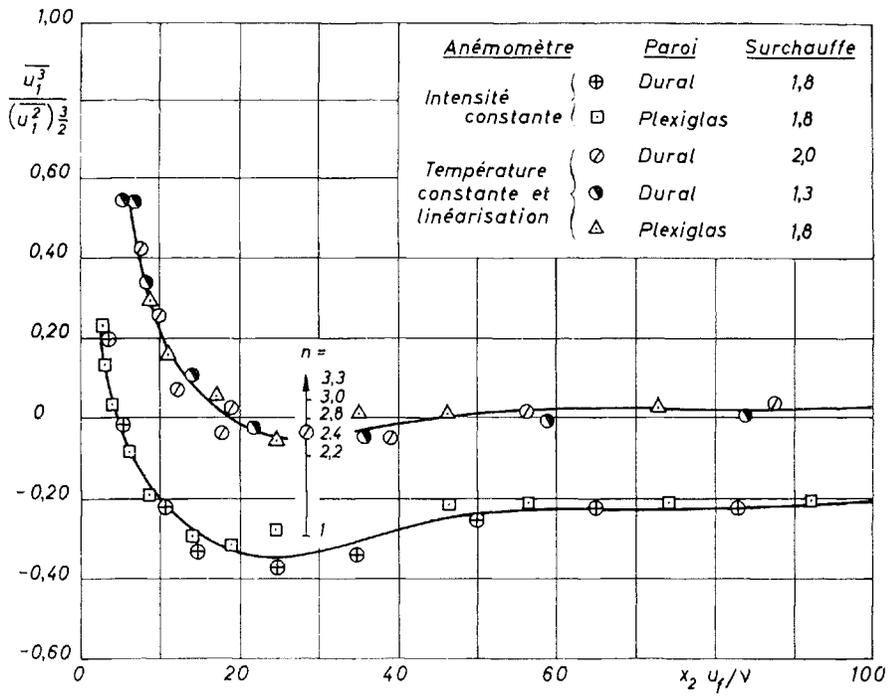


Fig. III-6

Comparaison de différentes mesures du coefficient de dissymétrie des fluctuations  $u_1$  ( $Re = 120\ 000$ ,  $x_1/D = 118$ ).

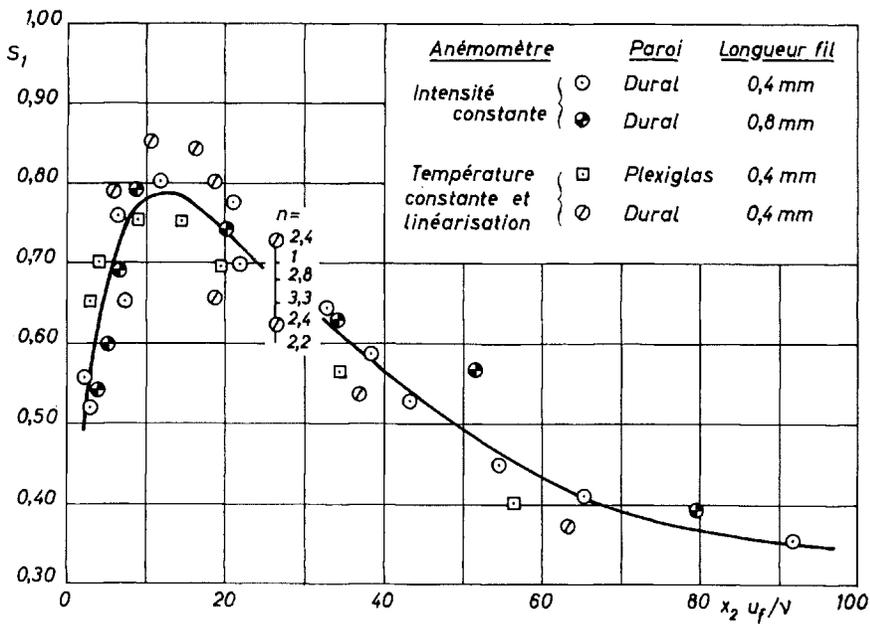


Fig. III-7

Comparaison de différentes mesures du coefficient de dissymétrie des dérivées par rapport à  $x_1$  des fluctuations  $u_1$  ( $Re = 120\ 000$ ,  $x_1/D = 118$ ).

de sorte que le signal  $e = E(t) - \bar{E}$  fourni par le fil est :

$$e = \frac{\partial E}{\partial U} u_1 + \frac{1}{2I} \frac{\partial^2 E}{\partial U^2} (u_1^2 - \bar{u}_1^2) + \frac{1}{3I} \frac{\partial^3 E}{\partial U^3} (u_1^3 - \bar{u}_1^3).$$

Posons :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= U \frac{\partial E}{\partial U}, \\ \beta_1 &= \frac{U^2}{2I} \frac{\partial^2 E}{\partial U^2}, \\ \gamma_1 &= \frac{U^3}{3I} \frac{\partial^3 E}{\partial U^3} \end{aligned}$$

et, en utilisant la loi de KING, exprimons  $\beta_1$  et  $\gamma_1$  en fonction de  $\alpha_1$ .

$$(3,88) \quad \begin{aligned} \frac{\beta_1}{\alpha_1} &= -\frac{1}{4} + \frac{\alpha_1}{I(R - R_a)}, \\ \frac{\gamma_1}{\alpha_1} &= \frac{1}{8} - \frac{\alpha_1}{2I(R - R_a)} + \frac{\alpha_1^2}{I^2(R - R_a)^2}, \end{aligned}$$

I étant l'intensité du courant parcourant le fil,  $R_a$  la résistance du fil à froid et R sa résistance à chaud; les expressions (3,88) sont approximativement indépendantes du diamètre du fil et en utilisant les données qui correspondent à un fil de 4  $\mu$ , soit :

$$\alpha_1 = -60 \text{ mV}, \quad I = 50 \text{ mA}, \quad R_a = 4 \Omega, \quad R = 7 \Omega,$$

nous obtenons les valeurs :

$$\frac{\beta_1}{\alpha_1} = -0,65, \quad \frac{\gamma_1}{\alpha_1} = 0,48.$$

Le signal  $e$  fourni par le fil est alors :

$$e = \alpha_1 \frac{u_1}{U} + \beta_1 \frac{u_1^2 - \bar{u}_1^2}{U^2} + \gamma_1 \frac{u_1^3 - \bar{u}_1^3}{U^3}$$

et nous obtenons pour  $\bar{e}^2$ ,  $\bar{e}^3$  et  $\bar{e}^4$  les expressions :

$$\bar{e}^2 = \alpha_1^2 \frac{\bar{u}_1^2}{U^2} \left\{ 1 + \frac{2\beta_1}{\alpha_1} \frac{\bar{u}_1^3}{(\bar{u}_1^2)^{3/2}} \frac{\sqrt{\bar{u}_1^2}}{U} + \left( \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} + \frac{2\gamma_1}{\alpha_1} \right) \frac{\bar{u}_1^4}{(\bar{u}_1^2)^2} \frac{\bar{u}_1^2}{U^2} - \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{\bar{u}_1^2}{U^2} \right\},$$

(1)      (+ 0,03)                              (+ 0,16)                              (— 0,016)

$$\bar{e}^3 = \alpha_1^3 \frac{(\bar{u}_1^2)^{3/2}}{U^3} \left\{ \frac{\bar{u}_1^3}{(\bar{u}_1^2)^{3/2}} + 3 \frac{\beta_1}{\alpha_1} \left[ \frac{\bar{u}_1^4}{(\bar{u}_1^2)^2} - 1 \right] \frac{\sqrt{\bar{u}_1^2}}{U} + 3 \left( \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} + \frac{\gamma_1}{\alpha_1} \right) \frac{\bar{u}_1^5}{(\bar{u}_1^2)^{5/2}} \frac{\bar{u}_1^2}{U^2} \right\}$$

(— 0,10)                              (— 0,78)                              (— 0,04)

$$\begin{aligned}
 & - 3 \left( \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} + \frac{\gamma_1}{\alpha_1} \right) \frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}} \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} \left. \right\}, \\
 & \qquad \qquad \qquad (+ 0,01) \\
 \overline{e^4} = \alpha_1^4 \frac{(\overline{u_1^2})^2}{U^4} & \left\{ \frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2} + 4 \frac{\beta_1}{\alpha_1} \left( \frac{\overline{u_1^5}}{(\overline{u_1^2})^{5/2}} - \frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}} \right) \frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{U} + 6 \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad (+ 3) \qquad \qquad \qquad (+ 0,15) \qquad \qquad \qquad (+ 0,10) \\
 & + \left( 6 \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} + 4 \frac{\gamma_1}{\alpha_1} \right) \frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^3} \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} - 12 \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2} \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} - 4 \frac{\gamma_1}{\alpha_1} \left( \frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}} \right)^2 \frac{\overline{u_1^2}}{U^2} \left. \right\} \\
 & \qquad \qquad \qquad (+ 2,6) \qquad \qquad \qquad (- 0,60) \qquad \qquad \qquad (+ 0,0008)
 \end{aligned}$$

dans lesquelles les indications numériques placées entre parenthèses correspondent aux valeurs des différents termes dans le cas d'une intensité de turbulence  $\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{U}$  égale à 20 % et d'une distribution de probabilité des fluctuations  $u_1$  dissymétrique, mais peu différente d'une distribution gaussienne :

$$\frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2} = 3, \quad \frac{\overline{u_1^6}}{(\overline{u_1^2})^3} = 16, \quad \frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}} = - 0,10 \quad \text{et} \quad \frac{\overline{u_1^5}}{(\overline{u_1^2})^{5/2}} = - 0,40.$$

C'est principalement dans les mesures de  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  que l'erreur peut être importante. Comme on s'y attend, elle est d'autant plus grande que des amplitudes plus grandes existent dans le signal  $u_1$ . Lorsque la distribution de probabilité de  $u_1$  est symétrique on peut calculer l'erreur commise au moyen de l'expression approchée :

$$\left[ \frac{\overline{e^3}}{(\overline{e^2})^{3/2}} \right]_{\text{mes}} = 3 \frac{\beta_1}{\alpha_1} \left[ \frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2} - 1 \right] \frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{U},$$

qui conduit à des valeurs numériques analogues à celles qui sont fournies par l'expression de MILLS, KISLER et CORRISIN (1958). Pour préciser par l'expérience l'erreur commise nous avons utilisé l'anémomètre à température constante et le circuit de linéarisation décrits précédemment (cf. § 3,2). En utilisant les différentes réponses permises nous avons inversé à volonté la concavité de la courbe  $I = I(U)$ . Avec le fil utilisé, de 3,5  $\mu$  de diamètre, la réponse linéaire est obtenue pour  $n = 2,4$ ; pour  $2,5 < n < 3,3$  la concavité de la courbe est dirigée vers les  $I$  positifs; pour  $n = 2,2$  et  $n = 1$  (le signal est pris aux bornes du point de Wheatstone) la concavité est dirigée vers les  $I$  négatifs. Dans la région centrale du tunnel nous n'avons pas pu apprécier d'écart entre les valeurs de  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  obtenues pour  $n$  variant de 1 à 3,3. En revanche, près de la paroi, à  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 2$  par exemple, nous avons observé une croissance monotone, en fonction de  $n$ , des valeurs obtenues pour  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  (fig. III-6). Aussi nous avons repris entièrement les

mesures de  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  avec ce circuit de linéarisation et ce sont ces derniers résultats que nous indiquons au paragraphe IV-4. Comme une linéarisation correcte n'est pas assurée pour des vitesses inférieures à 3 m/s les mesures ne sont pas effectuées dans les régions  $\frac{x_2 u_f}{\nu} < 10$  pour  $R_e = 57\ 000$  et  $\frac{x_2 u_f}{\nu} < 4$  pour  $R_e = 120\ 000$ ; la limite  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 2$  relative à l'essai  $R_e = 230\ 000$  ne peut être atteinte en pratique.

Des mesures de  $\frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2}$  ont été effectuées dans la section  $\frac{x_1}{D} = 118$  avec l'anémomètre à température constante et le circuit de linéarisation. Des écarts avec les résultats fournis par l'anémomètre à intensité constante ne sont observés que très près de la paroi, pour  $\frac{x_2 u_f}{\nu} < 15$  (pl. IV-17). Des erreurs peu importantes sont effectivement à prévoir à cause du caractère pair du coefficient étudié et les résultats présentés au paragraphe IV-4 ont été obtenus avec un anémomètre à intensité constante.

Le cas des coefficients  $S_1$  et  $T_1$  a aussi été étudié expérimentalement dans la section  $\frac{x_1}{D} = 118$  (fig. III-7 et pl. IV-28); un bon accord existe entre les mesures obtenues avec l'anémomètre à intensité constante et les mesures obtenues avec l'anémomètre à température constante. La non-linéarité de la réponse du fil a moins d'influence sur la dérivée  $\frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1}$  que sur le signal  $u_1$  lui-même; MILLS, KISTLER et CORRISIN (1958) ont déjà obtenu ce résultat par le calcul; une compensation d'erreur peut en effet avoir lieu car à une fluctuation par exemple positive correspond une dérivée qui est d'abord positive puis négative et dont la valeur absolue est dans les deux cas erronée de la même façon.

Pour les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement relatifs aux fluctuations transversales de vitesse, l'erreur de non-linéarité devrait être peu importante pour deux raisons : d'une part, les amplitudes des fluctuations transversales sont nettement inférieures à celle des fluctuations longitudinales, d'autre part, la courbe de réponse des fils,  $E - KE'$  en fonction de  $\varphi - \varphi_0$ , présente une tangente d'inflexion au point  $\varphi - \varphi_0 = 0$ . En outre, le fait qu'on trouve le coefficient  $\frac{\overline{u_3^3}}{(\overline{u_3^2})^{3/2}}$  relatif à la section  $\frac{x_1}{D} = 118$  compris entre  $-0,03$  et  $+0,03$  confirmerait que l'erreur de non-linéarité doit être négligeable.

### 3,9

### MESURE DES COEFFICIENTS DE CORRÉLATION

Les mesures effectuées portent, d'une part sur les coefficients de corrélation spatiale double :

$$R_{11}(r, 0, 0), R_{11}(0, r, 0), R_{11}(0, 0, r), R_{22}(0, r, 0), R_{22}(0, 0, r), R_{33}(0, r, 0), R_{33}(0, 0, r),$$

d'autre part sur les frottements turbulents :

$$\frac{\overline{u_1 u_2}}{\sqrt{\overline{u_1^2}} \sqrt{\overline{u_2^2}}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{u_1 u_3}}{\sqrt{\overline{u_1^2}} \sqrt{\overline{u_3^2}}}$$

Pour les coefficients de corrélations du type  $R_{11}$  on utilise deux fils normaux à l'écoulement, pour ceux du type  $R_{22}$  et  $R_{33}$  deux paires de fils croisés appariés en  $\alpha_1$ ; les dispositifs mécaniques permettant le déplacement relatif des sondes sont décrits au paragraphe 2,4. Pour les termes  $\overline{u_1 u_2}$  et  $\overline{u_1 u_3}$  on utilise une paire de fils croisés appariés en  $\alpha_1$ , l'un des fils étant normal à l'écoulement.

Une fois que les signaux électriques traduisant les fluctuations de vitesse sont isolés, il est essentiel pour la détermination des coefficients ci-dessus qui ont la forme générale :

$$R = \frac{\overline{ee'}}{\sqrt{\overline{e^2}} \sqrt{\overline{e'^2}}}$$

d'obtenir la valeur moyenne du produit de deux signaux. On peut passer par l'intermédiaire du produit instantané formé selon l'une des techniques électroniques exposées dans la synthèse de CZAJKOWSKI (1956). Mais on emploie le plus souvent l'identité classique :

$$(3,91) \quad 4 ee' = (e + e')^2 - (e - e')^2$$

valable en valeur instantanée ou en valeur moyenne. L'utilisation la plus simple de (3,91) consiste à effectuer la mesure de  $\overline{(e + e')^2}$  et  $\overline{(e - e')^2}$ ; mais ces deux mesures non simultanées peuvent entraîner une erreur importante sur  $\overline{ee'}$  et une détermination directe du coefficient R est alors préférable.

Comme la valeur du coefficient de corrélation n'est pas modifiée par la multiplication d'un des signaux par un facteur constant on peut supposer que les valeurs efficaces des deux signaux sont égales :

$$(3,92) \quad \sqrt{\overline{e^2}} = \sqrt{\overline{e'^2}}$$

Par suite, en posant :

$$\begin{aligned} \Sigma &= \overline{(e + e')^2}, \\ \Delta &= \overline{(e - e')^2}, \end{aligned}$$

on met le coefficient de corrélation sous la forme :

$$R = \frac{\frac{\Sigma}{\Delta} - 1}{\frac{\Sigma}{\Delta} + 1}$$

et sa détermination se ramène à celle de  $\frac{\Sigma}{\Delta}$ . KOVASZNAVY (1954) propose un appareil (« ratiometer ») constitué par un équipage mobile soumis à la résultante des champs magnétiques créés par deux bobines à axes perpendiculaires et alimentées par les courants provenant de deux chaînes de diodes formant  $(e + e')^2$  et  $(e - e')^2$ . GAVIGLIO (1958) propose un montage apparenté à celui de la méthode d'opposition; c'est ce montage que nous avons réalisé.

La comparaison de  $\Sigma$  et de  $\Delta$  est effectuée à l'aide de deux potentiomètres linéaires jumelés mécaniquement et d'un galvanomètre placé entre eux (*fig.* III-8). Les secondaires des deux thermocouples dont les primaires sont respectivement alimentés par les signaux  $e + e'$  et  $e - e'$  débitent sur chacun des potentiomètres. Il ne passe aucun courant dans le galvanomètre lorsque :

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{\Sigma}{\Delta}$$

Par suite :

$$R = 1 - \frac{2\rho}{\rho + \rho'}$$

et en introduisant le déplacement  $\theta$  du curseur des potentiomètres,  $\theta$  correspondant à  $\rho$  et  $\theta_m$  à la résistance totale  $\rho + \rho'$ , on obtient :

$$R = 1 - 2 \frac{\theta}{\theta_m}$$

et on peut graduer directement en valeur de  $R$ , de  $-1$  à  $+1$ , le cadran devant lequel se déplace le curseur.

Dans le montage que nous avons réalisé les potentiomètres construits spécialement par les Établissements M.C.B. ont pour résistance 490,5  $\Omega$  et 491,4  $\Omega$  ; leur linéarité est assurée à  $\pm 0,5$  % grâce à un dispositif mécanique permettant le réglage de la position du curseur qui se déplace sur un cercle de diamètre 135 mm. Les thermocouples fournis par la C.D.C., ont pour caractéristiques au primaire 76  $\Omega$  et 86  $\Omega$ , au secondaire 11,5  $\Omega$  et 10,5  $\Omega$  avec des f.e.m. identiques de 7,3 mV pour un courant nominal de 5 mA ; ils sont branchés à la sortie des amplificateurs, en série avec une résistance de 2 000  $\Omega$  et un condensateur de 2 000  $\mu$ F.

La somme et la différence instantanées des signaux  $e$  et  $e'$  sont obtenues au moyen d'un pont octogonal constitué par huit résistances de 5 000  $\Omega$  à 1 % et placé entre les préamplificateurs et les amplificateurs.

Avant d'entreprendre une série de mesures on règle les gains des amplificateurs : un même signal leur étant appliqué les gains sont ajustés de façon que le galvanomètre soit au zéro lorsque le curseur de lecture directe des corrélations est sur zéro (avec des thermocouples identiques les gains seraient égaux). Avant chaque mesure les gains des préamplificateurs sont évidemment réglés pour que les signaux admis au pont octogonal remplissent la condition  $\sqrt{e^2} = \sqrt{e'^2}$ .

Si  $\sqrt{e^2}$  est différent de  $\sqrt{e'^2}$  l'expression de  $R$  en fonction de la quantité  $\frac{(\Sigma - \Delta)}{(\Sigma + \Delta)}$  qui est mesurée par le corrélateur est :

$$R = \frac{\chi^2 + 1}{2\chi} \frac{\Sigma - \Delta}{\Sigma + \Delta},$$

$\chi$  désignant le rapport  $\frac{\sqrt{e'^2}}{\sqrt{e^2}}$ . Le terme  $\frac{(\chi^2 + 1)}{2\chi}$ , qui a une dérivée nulle précisément pour  $\chi = 1$ , varie peu autour de l'unité, par exemple de 2,5 % pour  $\frac{\Delta\chi}{\chi} = 20$  %.

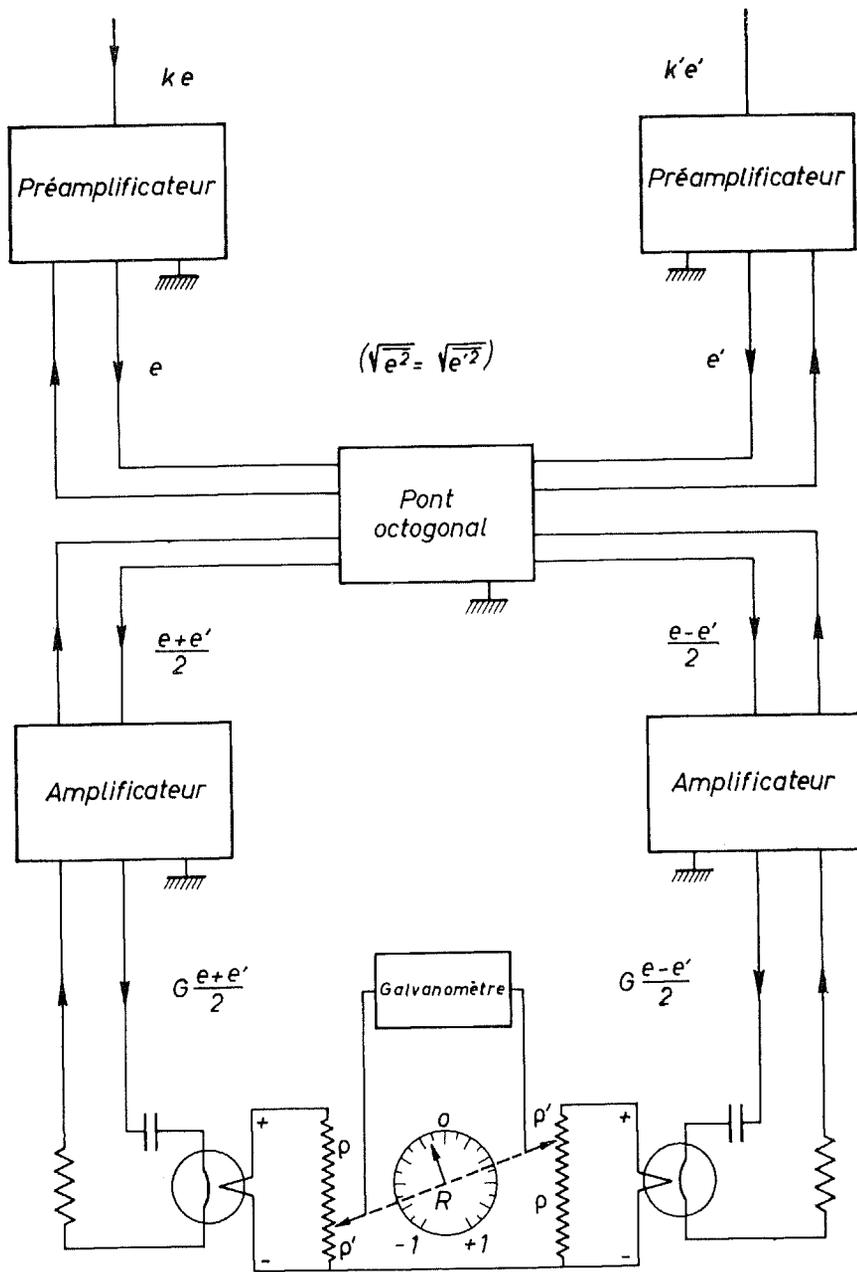


Fig. III-8 — Mesure du coefficient de corrélation entre deux signaux  $e(t)$  et  $e'(t)$ .

L'erreur due à une réalisation approchée de la condition (3,92) est ainsi tout à fait négligeable.

On a contrôlé les indications fournies par le montage en mesurant des coefficients de corrélation connus à l'avance  $R = 1$  pour deux signaux identiques,  $R = \cos \varphi$  pour deux signaux sinusoïdaux déphasés de l'angle  $\varphi$ ; l'écart absolu ne serait que de l'ordre de  $\pm 0,01$ .

Lorsque les mesures portent sur des signaux turbulents d'autres sources d'erreur sont à craindre. Le bruit de fond, non corrélé avec les fluctuations de vitesse, entache les mesures d'une erreur par défaut car il laisse le numérateur du coefficient approximativement inchangé et il augmente le dénominateur; pour deux signaux identiques on obtient expérimentalement  $R = 0,98$ . Les réglages d'inertie thermique et d'appariement des fils n'entraînent que peu d'erreur dans les mesures des corrélations spatiales; dans la détermination du frottement turbulent  $\overline{u_1 u_2}$  nous avons constaté un écart pouvant atteindre 0,05, systématiquement attaché à la paire des fils utilisés; cet écart jusqu'alors inexpliqué, n'est éliminé que par répétition des essais avec des fils différents.

Dans la mesure des corrélations  $R_{11}(r, 0, 0)$  il faut soustraire au mieux la sonde aval du sillage de la sonde amont; ce sillage provient du fil lui-même et surtout des gaines supportant le fil. On suggère souvent de placer les fils parallèles entre eux et décalés légèrement dans la direction  $Ox_2$  (GRANT, 1958; HINZE, 1959); avec deux fils de 3,5  $\mu$ .

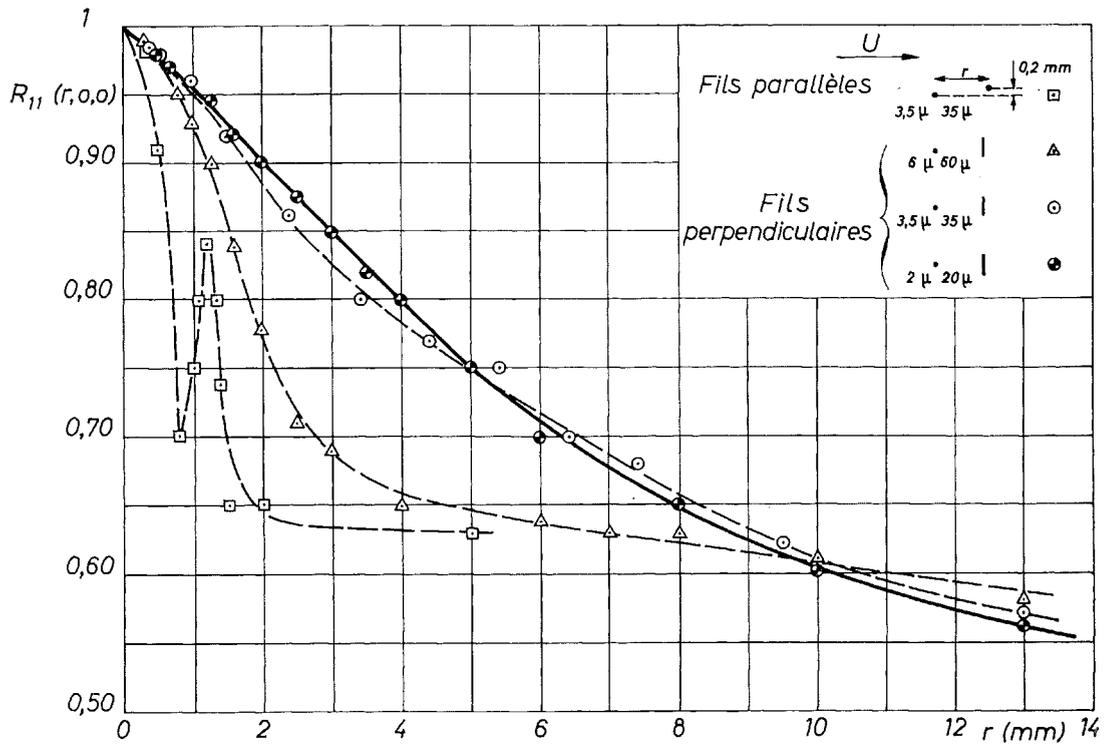


Fig. III-9

Influence du sillage du fil amont dans la mesure des corrélations  $R_{11}(r, 0, 0)$ .

(gaine  $35 \mu$ ) et un décalage de  $0,2 \text{ mm}$  nous avons obtenu pour  $R_{11}$  des valeurs qui croissent avec  $r$  dans un certain intervalle, comme l'indique la *figure III-9*; d'ailleurs la valeur efficace du signal de la sonde aval augmente de  $20 \%$  dans cet intervalle. Pour que le fil aval échappe plus longtemps au sillage de la sonde amont et ne le subisse que lorsque son intensité a décru, nous avons été amenée à placer les fils perpendiculaires entre eux et à utiliser un fil amont qui soit long ( $0,6 \text{ mm}$ ); nous reportons sur la *figure III-9* divers essais obtenus en modifiant le diamètre du fil amont (âme variant de  $2$  à  $6 \mu$ , gaine de  $20$  à  $60 \mu$ ); avec un fil de  $3,5 \mu$  l'augmentation de la valeur efficace indiquée par la sonde aval est au maximum de  $6,5 \%$ . Pour les mesures nous avons en définitive adopté les valeurs suivantes pour le diamètre du fil amont :  $2 \mu$  pour les essais  $R_e = 57\,500$  et  $R_e = 120\,000$  et  $3,5 \mu$  pour l'essai  $R_e = 235\,000$  car le fil de  $2 \mu$  (gaine  $20 \mu$ ) a tendance à se déformer ; le diamètre du fil aval est, dans tous les cas, égal à  $3,5 \mu$ .

### 3,10 DÉTERMINATION DES SPECTRES D'ÉNERGIE DES FLUCTUATIONS DE VITESSE

Les spectres unidimensionnels  $\psi_{ii}(k_1)$  sont déterminés au moyen d'un analyseur à changement de fréquences, type 736-A de la General Radio Company. La bande de sélectivité est de  $4 \text{ Hz}$  environ et la gamme de fréquences  $N$  couverte s'étend de  $20$  à  $16\,500 \text{ Hz}$ ; on a cependant effectué quelques mesures à  $N = 10$  et  $15 \text{ Hz}$  en tenant compte de l'affaiblissement apporté par l'ensemble des circuits afin d'extrapoler plus sûrement les courbes  $\psi_{ii}(k_1)$  vers  $k_1 = 0$  pour la détermination des longueurs de corrélation  $L_i$ . On détermine la valeur quadratique moyenne du signal de sortie de l'analyseur au moyen d'un millivoltmètre à thermocouple auquel le signal est appliqué par l'intermédiaire d'un amplificateur à courant continu ; les lectures sont longues car il y a des fluctuations de grandes amplitudes et de fréquences très basses. Comme  $\overline{u_i^2}$  est connu par ailleurs, on détermine  $\psi_{ii}(k_1)$  à partir de mesures relatives en utilisant comme intermédiaire de calcul le spectre normalisé  $\frac{\psi_{ii}(k_1)}{\overline{u_i^2}}$  ; on n'a pas alors à connaître les coefficients de sensibilité des fils, la constante appariant les fils croisés, le gain des amplificateurs et la largeur exacte de la bande de sélectivité de l'analyseur. La dispersion des mesures obtenues au moyen de fils différents, mais dont la longueur reste voisine de  $0,4 \text{ mm}$ , est de l'ordre de  $\pm 8 \%$  ; on peut considérer que dans cette valeur sont prises en compte les erreurs dues à l'imparfaite correction de l'inertie thermique à un appariement défectueux des fils ou à une variation du gain de l'anémomètre pendant les mesures.

Afin de diminuer l'importance du bruit de fond on a utilisé des fils aussi fins que possible. Pour les spectres  $\psi_{11}(k_1)$  ils ont un diamètre de  $1 \mu$  (gaine  $40 \mu$ ) le rapport du signal de bruit de fond maximum (à  $N = 16\,500 \text{ Hz}$ ) au signal fluctuant (à  $N = 20$ ) varie avec la vitesse et avec la distance à la paroi, mais reste de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-7}$ ; le bruit de fond est ainsi toujours négligeable. Pour les spectres  $\psi_{22}(k_1)$  et  $\psi_{33}(k_1)$  les fils ont un diamètre de  $3,5 \mu$  et le rapport précédent est de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-5}$ ; la correction de bruit est nécessaire dans les essais relatifs aux deux nombres de Reynolds les plus

petits ( $R_e = 57\ 000$  et  $120\ 000$ ) ; nous avons vérifié que quelques spectres  $\psi_{11}(k_1)$  déterminés au moyen de fils droits de  $3,5\ \mu$  et corrigés du bruit de fond étaient en accord avec les mesures antérieures.

Nous avons évalué l'influence de la non-uniformité de la vitesse le long du fil en supposant la turbulence isotrope et en utilisant les expressions établies par UBEROI et KOVASZNAY (1953) ; l'erreur commise, qui est par défaut, atteindrait ainsi pour les spectres  $\psi_{11}(k_1)$  relatifs à l'essai  $R_e = 120\ 000$  les valeurs suivantes :

	$k_1 = 5$	$k_1 = 10$	$k_1 = 20$	$k_1 = 40$	$k_1 = 60$
$\frac{x_2}{D} = 1,00$	0 %	2,5 %	4 %		
$\frac{x_2 u_f}{v} = 91$	1 %	3,5 %	5 %	7 %	
$\frac{x_2 u_f}{v} = 15$	1 %	5 %	7 %	11 %	14 %

Cette erreur serait à prendre en considération pour les spectres relatifs au voisinage de la paroi ; cependant l'évaluation qui précède est très approximative dans cette région où l'hypothèse d'isotropie n'est pas satisfaite ; en définitive nous avons préféré ne pas apporter de corrections aux mesures.

Pour passer de la fréquence  $N$  à la composante  $k_1$  du nombre d'onde nous avons eu recours à l'hypothèse de TAYLOR sous la forme classique  $k_1 = 2\pi \frac{N}{U}$ . On doit cependant utiliser cette hypothèse avec précaution lorsqu'on s'intéresse aux grosses structures tourbillonnaires d'un écoulement à gradient de vitesse. Ces grosses structures peuvent d'abord être déformées par l'écoulement moyen ; LIN (1953) a établi que l'hypothèse de TAYLOR peut être utilisée si :

$$U \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \gg u_2 \frac{dU_1}{dx_2},$$

condition que MILLIAT (1957) a mis sous la forme approximative :

$$\frac{\lambda_1}{D} \ll 2 \frac{x_2}{D} \left( \log \frac{x_2 u_f}{v} + \frac{K}{C} \right);$$

Dans le cas des essais à  $R_e = 120\ 000$  cette condition qui est bien vérifiée pour  $\frac{x_2 u_f}{v} = 100$  (le premier membre est égal à 0,017 et le second à 0,14), l'est à peine pour  $\frac{x_2 u_f}{v} = 30$  (premier membre égal à 0,015, second membre égal à 0,022). Ensuite, les grosses structures auraient une vitesse de propagation propre différente de la vitesse locale ; cette objection, soulevée par KLEBANOFF (1955), a été reconsidérée récemment par STERNBERG (1962) ; de l'examen de corrélation spatio-temporelles en couche limite et de spectres de fluctuations de pression statique à la paroi, il conclut que la

vitesse  $U_e$  avec laquelle les perturbations passent en un point aurait une valeur constante liée à la vitesse extérieure  $U_0$  et donnée approximativement par la relation  $U_e = 0,80 U_0$ . Pour les longueurs de corrélation  $L_1$  il en résulterait qu'en utilisant la vitesse locale  $U$  on devrait obtenir, à partir des spectres, des valeurs par défaut dans le voisinage de la paroi (lorsque  $\frac{U}{U_0} < 0,80$ ) et par excès dans la région extérieure (lorsque  $\frac{U}{U_0} > 0,80$ ). Les courbes de corrélation dont nous disposons dans nos essais ne correspondent qu'à la région  $\frac{x_2}{D} > 0,10$  (soit  $\frac{U}{U_0} > 0,75$ ); dans cette région on constate que les longueurs de corrélation déduites des spectres sont supérieures d'environ 15 % à celles qui sont déduites des courbes de corrélation (cf. pl. IV-66); mais, pour vérifier correctement l'analyse de STERNBERG, il faudrait connaître les courbes de corrélation  $R_{11}(r, 0, 0)$  plus près de la paroi où le sens de l'écart devrait être inversé.

---

## CHAPITRE IV

# RÉSULTATS ET DISCUSSION

Les mesures les plus complètes sont effectuées dans la section :

$$\frac{x_1}{D} = 118$$

située dans la partie terminale du tunnel où l'on peut penser que l'écoulement a atteint son régime d'équilibre. Nous nous sommes intéressés aux caractéristiques suivantes : vitesses moyennes, intensités de turbulence, frottement turbulent, coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations de vitesse et de leurs dérivées par rapport à  $x_1$ , spectres d'énergie et corrélations spatiales doubles des fluctuations de vitesse. Nous avons effectué ces mesures aux trois nombres de Reynolds :

$$R_e = 57\ 000, \quad 120\ 000, \quad 230\ 000,$$

en vue d'étudier l'influence de la viscosité sur les caractéristiques globales de l'écoulement et sur l'éventuelle réalisation d'un équilibre universel pour les petits tourbillons.

Pour la valeur intermédiaire du nombre de Reynolds nous avons déterminé l'évolution en fonction de  $\frac{x_1}{D}$  de certaines des caractéristiques précédentes (vitesses moyennes, intensités de turbulence, frottement turbulent, coefficients de dissymétrie et d'aplatissement) en effectuant des mesures dans les sections :

$$\frac{x_1}{D} = 40, \quad 63, \quad 72, \quad 81, \quad 95, \quad 108, \quad 118 \quad \text{et} \quad 122.$$

Avant d'entreprendre ces mesures qui sont toutes effectuées dans le plan horizontal médian ( $\frac{x_3}{D} = 0$ ) et dans la région  $0 < \frac{x_2}{D} < 1$ , nous avons contrôlé, à partir de profils de vitesses moyennes déterminés pour  $\frac{|x_3|}{D} = 3,33, 6,66$  et  $10,0$ , la bidimensionnalité de l'écoulement et sa symétrie par rapport au plan vertical médian. Au cours des mesures nous avons encore effectué quelques contrôles de la bidimensionnalité en mesurant les caractéristiques turbulentes où interviennent des puissances impaires

de  $u_3$ , et de la symétrie en mesurant aussi dans la région  $1 < \frac{x_2}{D} < 1,6$  les intensités de turbulence, les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement et le frottement turbulent.

4,1

## ÉCOULEMENT MOYEN

### 1° Symétrie et bidimensionnalité.

Avant la pose du second nid d'abeille à l'entrée du tunnel et celle de filtres à poussières à l'entrée du collecteur, un écart pouvant atteindre 5 % existait entre les vitesses en deux points symétriques par rapport au plan vertical médian du tunnel; le sens et la valeur de cet écart variaient d'ailleurs avec la cote  $\frac{x_2}{D}$  et aussi avec la section  $\frac{x_1}{D}$  considérée. Des difficultés semblables furent rencontrées et résolues par RODER (1960) dans la mise au point d'un tunnel de section trapézoïdale. Avec la disposition actuelle la symétrie et la bidimensionnalité de l'écoulement sont réalisées à  $\pm 0,5$  % près, jusque dans la section  $\frac{x_1}{D} = 118$ . Au-delà, la gaine reliant le tunnel au ventilateur courbe les lignes de courant; la différence entre les pressions statiques relatives aux cotes  $\frac{|x_3|}{D} = \pm 10$  et  $\frac{x_3}{D} = 0$  est égale à 5 % dans la section  $\frac{x_1}{D} = 127$  et à 12 % dans la section  $\frac{x_1}{D} = 131$ .

### 2° Pression statique.

La répartition le long du tunnel de la pression statique est indiquée sur la *planche IV-1* pour les trois nombres de Reynolds étudiés; la pression de référence est celle de la section  $\frac{x_1}{D} = 118$ ;  $U_0$  est la vitesse moyenne maximale dans cette section, soit pour chacun des essais  $U_0 = 10,5, 22,2$  et  $42,8$  m/s. Le gradient de pression  $\frac{dP}{dx_1}$  est approximativement constant à partir de la section  $\frac{x_1}{D} = 60$ .

### 3° Développement des couches limites sur les parois inférieure et supérieure du tunnel.

Le profil des vitesses moyennes suivant une perpendiculaire à la paroi supérieure du tunnel a été relevé à diverses distances  $\frac{x_1}{D}$  pour le nombre de Reynolds  $Re = 120\ 000$ ; la croissance en fonction de  $\frac{x_1}{D}$  de l'épaisseur de déplacement  $\delta^*$  est la suivante :

$\frac{x_1}{D}$	27	40	63	86	108	118
$\delta^*$ (cm)	0,7	1,0	1,4	1,7	1,9	1,9

et le gradient de pression qui en résulte, contribue pour 4 % environ au gradient total mesuré. Pour les nombres de Reynolds  $R_e = 57\ 000$  et  $R_e = 230\ 000$ , nous avons déduit les valeurs de  $\delta^*$  des valeurs du tableau précédent, en supposant que l'épaisseur de déplacement est proportionnelle à la puissance  $-1/5$  du nombre de Reynolds.

#### 4° Vitesse de frottement.

Aux nombres de Reynolds  $R_e = 57\ 000$ ,  $120\ 000$  et  $230\ 000$  on obtient pour la vitesse de frottement  $u_f$  les valeurs 39, 80 et 136 cm/s. Comme au voisinage immédiat de la paroi le régime s'établit sur des distances très courtes (cf. § 1,2) on peut admettre que ces valeurs sont valables dès la première section où l'on effectue des mesures, c'est-à-dire à partir de  $\frac{x_1}{D} = 40$ .

#### 5° Vitesses moyennes.

L'évolution en fonction de  $\frac{x_1}{D}$  des profils de vitesses moyennes dans la région centrale du tunnel est indiquée sur la *planche* IV-2; pour chaque section on a rapporté la vitesse locale  $U$  à la vitesse sur l'axe  $U'_0$ . Une inversion dans le sens d'évolution des profils se manifesterait vers  $\frac{x_1}{D} = 80$ , peu après la jonction des couches limites qui a lieu vers  $\frac{x_1}{D} = 70$ ; cette inversion est liée à la croissance de  $U'_0$  avec  $\frac{x_1}{D}$  lorsque  $\frac{x_1}{D}$  est inférieur à 80 (effet de convergence des couches limites) et à sa décroissance lorsque  $\frac{x_1}{D}$  est supérieur à 80. Malgré la proximité des deux dernières sections pour lesquels les profils sont identiques on peut considérer que le régime d'écoulement uniforme est établi à partir de  $\frac{x_1}{D} = 118$ .

Les *planches* IV-4 et IV-5 sont relatives aux profils obtenus dans la section  $\frac{x_1}{D} = 118$  aux trois nombres de Reynolds réalisés; la représentation logarithmique des résultats sous les formes (1,21) et (1,22) est indiquée sur les *planches* IV-6 et IV-7. Une variation linéaire de  $\frac{U}{u_f}$  en fonction de  $\log \frac{x_2 u_f}{\nu}$  ou de  $\frac{U - U_0}{u_f}$  en fonction de  $\log \frac{x_2}{D}$  existerait dans la région :

$$\frac{x_2 u_f}{\nu} > 25, \quad \frac{x_2}{D} < 0,20,$$

les coefficients  $K$ ,  $C$  et  $C'$  ayant les valeurs suivantes :

$R_e$	$K$	$C$	$C'$
57 000	6,2	5,9	0,50
120 000	6,2	4,5	0,50
230 000	6,3	6,0	1,0

4,2

### INTENSITÉS DE TURBULENCE

Nous représentons sur les *planches* IV-8 a, IV-9 et IV-10 l'évolution en fonction de  $\frac{x_1}{D}$  des distributions selon  $\frac{x_2}{D}$  des intensités :

$$\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{u_f}, \quad \frac{\sqrt{\overline{u_2^2}}}{u_f}, \quad \frac{\sqrt{\overline{u_3^2}}}{u_f}$$

relatives à la région centrale du tunnel ; ces intensités croissent d'une façon monotone en fonction de  $\frac{x_1}{D}$  et les valeurs obtenues peuvent être considérées comme constantes dans les trois dernières sections étudiées.

Les distributions de  $\frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{u_f}$  obtenues dans le voisinage de la paroi sont indiquées sur la *planche* IV-8 b ; elles seraient peu affectées par l'état de l'écoulement dans la région centrale du tunnel.

Les résultats relatifs aux différents nombres de Reynolds (section  $\frac{x_1}{D} = 118$ ) sont reportés sur les *planches* IV-11 à IV-13. L'écart entre les différentes courbes ne dépasse pas 12 % ; comme son sens n'est pas constant on peut imputer principalement cet écart à l'imprécision des mesures et conclure que le nombre de Reynolds n'a pas d'influence sensible sur les distributions des intensités de turbulence.

Des essais antérieurs on tire des conclusions plutôt contradictoires. D'après les essais de LAUFER (1951) on trouverait que les quantités  $\frac{\sqrt{\overline{u_i^2}}}{u_f}$  diminuent lorsque  $R_e$  augmente ; pour  $R_e = 61\ 600$  les valeurs de LAUFER sont d'ailleurs inférieures aux nôtres d'environ 15 %. Plus tard LAUFER (1954) constate qu'il y aurait, au contraire, une augmentation de  $\frac{\sqrt{\overline{u_i^2}}}{u_f}$  avec  $R_e$ , au moins pour  $\frac{x_2}{D} < 0,40$  ; nos résultats sont en assez bon accord avec ceux qui correspondent à  $R_e = 250\ 000$ . D'après les essais de SANDBORN (1955) on conclurait que les intensités  $\frac{\sqrt{\overline{u_i^2}}}{u_f}$  diminuent lorsque  $R_e$  augmente ; les valeurs qu'il obtient seraient pour  $R_e = 150\ 000$  inférieures d'environ 20 % aux nôtres. Enfin MILLIAT (1957) indique que  $\frac{\sqrt{\overline{u_i^2}}}{u_f}$  croît avec  $R_e$ .

4,3

### FROTTEMENT TURBULENT

Sur la *planche* IV-14 nous représentons l'évolution des distributions du frottement turbulent  $\overline{u_1 u_2}$ , en utilisant le coefficient  $\frac{\overline{u_1 u_2}}{\sqrt{\overline{u_1^2}} \sqrt{\overline{u_2^2}}}$  dont la valeur est fournie directement par l'expérience.

Pour la région située entre les couches limites, la quantité  $\frac{\overline{u_1 u_2}}{\sqrt{\overline{u_1^2}} \sqrt{\overline{u_2^2}}}$  qui est nulle sur l'axe et sur le bord des couches limites passe nettement par un maximum entre ces deux positions ; la valeur de ce maximum n'a pu être fixée qu'après de nombreux essais destinés à éliminer l'erreur systématique signalée au paragraphe 3,9. Ce maximum serait dû à l'existence, dans le fluide sain voisin de la couche limite, de survitesses engendrées par la courbure de la couche limite ; ces survitesses sont évidemment très petites car si l'on considère les valeurs de  $\frac{\overline{u_1 u_2}}{u_f^2}$  le maximum indiqué est très estompé :

$$\left( \frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{u_f} \sim \frac{\sqrt{\overline{u_2^2}}}{u_f} \sim 0,15 \quad \text{d'où} \quad \frac{\overline{u_1 u_2}}{u_f^2} \sim 3 \cdot 10^{-3} \right).$$

Au moyen d'un tube de Pitot ou de deux fils chauds (l'un est fixe et sert de témoin, l'autre est mobile) nous avons constaté qu'une différence de vitesse de 0,3 % existait entre les points  $\frac{x_2}{D} = 1$  et  $\frac{x_2}{D} = 0,80$  de la section  $\frac{x_1}{D} = 40$ .

A partir de la section  $\frac{x_1}{D} = 63$  l'évolution des distributions de  $\frac{\overline{u_1 u_2}}{\sqrt{\overline{u_1^2}} \sqrt{\overline{u_2^2}}}$  est peu appréciable ; une inversion du sens d'évolution, en rapport avec celle qui existe dans le cas des vitesses moyennes, apparaît toutefois vers  $\frac{x_1}{D} = 72$ .

Les résultats obtenus dans la section  $\frac{x_1}{D} = 118$  aux trois nombres de Reynolds étudiés sont reportés sur la *planche* IV-15. La distribution de  $\frac{\overline{u_1 u_2}}{u_f^2}$  n'est qu'approximativement linéaire, les écarts étant systématiquement par défaut pour  $\frac{x_2}{D} < 0,10$  et par excès pour  $0,30 < \frac{x_2}{D} < 0,80$ .

Quelques mesures du frottement  $\frac{\overline{u_1 u_3}}{\sqrt{\overline{u_1^2}} \sqrt{\overline{u_3^2}}}$  ont été effectuées dans la section  $\frac{x_1}{D} = 118$  pour  $R_e = 120\,000$  ; les valeurs obtenues sont comprises entre  $-0,03$  et  $+0,03$  et elles peuvent être considérées comme nulles à la précision des mesures.

#### 4,4

### COEFFICIENTS DE DISSYMMÉTRIE ET D'APLATISSEMENT DES FLUCTUATIONS DE VITESSE

L'évolution des distributions des coefficients :

$$\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}, \quad \frac{\overline{u^4}}{(\overline{u^2})^2}, \quad \frac{\overline{u_2^3}}{(\overline{u_2^2})^{3/2}}, \quad \frac{\overline{u_2^4}}{(\overline{u_2^2})^2} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{u_3^4}}{(\overline{u_3^2})^2}$$

relatifs à la région centrale de la conduite est indiquée sur les *planches* IV-16 à IV-20. On peut dégager de ces figures deux résultats importants :

— les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations de vitesse, et spécialement  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$ , se révèlent être des quantités très sensibles à l'évolution de l'écoulement le long de la conduite et en particulier à celle qui existe après la jonction des couches limites. Aux deux dernières sections étudiées, et dans certains cas aux trois dernières, on relève des courbes superposables ;

— les valeurs obtenues dans la dernière section  $\frac{x_1}{D} = 118$  ne correspondent pas à celles d'une distribution de probabilité gaussienne. Ce résultat est déjà connu en ce qui concerne  $\frac{\overline{u_2^2}}{(\overline{u_2^2})^{3/2}}$  (cf. § 1,2). Afin d'assurer les valeurs de  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$ , nous avons effectué des mesures à des valeurs de  $\frac{x_1}{D}$  plus grandes en utilisant le tunnel bidimensionnel construit par MILLIAT (1957), et allongé ultérieurement (demi-largeur  $D = 3$  cm) ; à  $\frac{x_1}{D} = 160$ , sur l'axe,  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}} = -0,45$  pour  $R_e = 48\ 000$ . Les valeurs positives de  $\frac{\overline{u_2^2}}{(\overline{u_2^2})^{3/2}}$  et les valeurs négatives de  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  (compatibles avec  $\overline{u_1 u_2} < 0$ ) expriment la convection de l'énergie turbulente par le mouvement turbulent de la région productrice proche de la paroi vers le centre du tunnel. Cette convection a lieu dans une direction oblique par rapport à celle de l'écoulement, le long de laquelle l'échelle moyenne des tourbillons croît. Sur l'axe du tunnel  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$ , qui caractérise aussi l'intermittence subsistant dans l'écoulement établi, n'est pas nul car les contributions provenant des deux moitiés du tunnel sont de même signe et s'ajoutent.

Près de la paroi les distributions de  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  (*pl.* IV-16 *b*) et de  $\frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2}$  (*pl.* IV-17 *b*) sont nettement indépendantes de  $\frac{x_1}{D}$  dès la première section explorée. La paroi imposerait ainsi dans son voisinage une certaine forme à la distribution de probabilité des fluctuations  $u_1$ . En particulier dans le film visqueux, le fait que les valeurs de  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  soient positives et l'observation de  $u_1(t)$  à l'oscilloscope (cf. *pl.* IV-68) indiquent que, pour les grandes amplitudes, les fluctuations positives sont pratiquement seules existantes et que, pour les petites amplitudes, les fluctuations négatives sont plus probables que les positives. On relie intuitivement cette dissymétrie à l'arrivée dans le film visqueux de bouffées turbulentes provenant de la région adjacente. Mais nous n'avons pas pu rattacher les valeurs de  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  obtenues au modèle de STERNBERG (1962), celui-ci semblant ne pas prendre en compte cette dissymétrie de l'écoulement.

Les essais relatifs aux différents nombres de Reynolds (section  $\frac{x_1}{D} = 118$ ) sont reportés sur les *planches* IV-21 à IV-25. Le nombre de Reynolds serait sans influence sur les distributions de :

$$\frac{\overline{u_2^3}}{(\overline{u_2^2})^{3/2}}, \quad \frac{\overline{u_2^4}}{(\overline{u_2^2})^2} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{u_3^4}}{(\overline{u_3^2})^2}$$

dans la région centrale ainsi que sur les distributions de :

$$\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2}$$

près de la paroi. Il aurait par contre une influence sensible sur la distribution de :

$$\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}} \quad \text{et de} \quad \frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2}$$

dans la région centrale.

Enfin, nous avons également déterminé le coefficient  $\frac{\overline{u_3^3}}{(\overline{u_3^2})^{3/2}}$  dans les diverses sections du tunnel ( $R_e = 120\,000$ ); les valeurs obtenues sont comprises entre  $-0,03$  et  $+0,03$ , excepté sur le bord des couches limites en  $\frac{x_1}{D} = 40$  et  $63$  où des valeurs de l'ordre de  $0,10$  subsistent; dans cette région la bidimensionnalité de l'écoulement ne serait peut-être pas assurée d'une façon satisfaisante.

#### 4,5 COEFFICIENTS DE DISSYMMÉTRIE ET D'APLATISSEMENT DES DÉRIVÉES PAR RAPPORT A $x_1$ DES FLUCTUATIONS DE VITESSE

Nous avons déterminé pour  $R_e = 120\,000$  la distribution des coefficients  $S_i$  et  $T_i$  dans les sections  $\frac{x_1}{D} = 40$  et  $\frac{x_1}{D} = 118$ . Dans cette dernière section les essais ont été repris à  $R_e = 57\,000$  et à  $R_e = 230\,000$ . L'ensemble des résultats est indiqué sur les *planches* IV-26 à IV-30.

Sur le bord des couches limites les coefficients  $S_i$  et  $T_i$  atteignent en général de grandes valeurs. Le coefficient  $S_1$  ferait cependant nettement exception, en présentant une valeur inférieure à celle qui correspond à l'écoulement dans la couche limite ou à l'écoulement extérieur; le relation  $S_1 = \frac{0,35}{\sqrt{\gamma}}$  entre le coefficient de dissymétrie  $S_1$  et le facteur d'intermittence  $\gamma$  ne serait pas applicable au signal  $\frac{\partial u_1}{\partial x_1}$ , sans que nous ayons pu en trouver la raison. On peut constater un fait analogue dans les mesures de TOWNSEND (1948) relatives au sillage d'un cylindre, les valeurs de  $S_1$  sont pratiquement constantes sur le bord du sillage alors que les valeurs de  $T_1$  sont nettement supérieures

à la valeur sur l'axe ; c'est d'ailleurs uniquement à partir des mesures de  $T_1$  que TOWNSEND évalue le facteur d'intermittence  $\gamma \left( T_1 = \frac{3,3}{\gamma} \right)$ .

Dans la région centrale de la section  $\frac{x_1}{D} = 118$  les valeurs du coefficient de dissymétrie  $S_2$  ne seraient pas nulles ; cela indiquerait le fait que les structures fines peuvent être anisotropes même dans une région où le gradient de vitesse est petit.

Au voisinage de la paroi le coefficient  $T_1$  et surtout le coefficient  $S_1$  dont les distributions sont indépendantes de  $\frac{x_1}{D}$ , croissent rapidement dès que  $\frac{x_2 u_f}{\nu}$  devient inférieur à 80. MILLIAT (1957) a déjà signalé ce fait ; les valeurs de  $\frac{x_2 u_f}{\nu}$  auxquelles nous trouvons qu'il se produit permettraient de le rattacher non pas à une intermittence du film visqueux ainsi que le propose MILLIAT, mais plutôt à la production d'énergie turbulente qui est précisément intense d'après LAUFER (1954) entre  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 8$  et  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 60$ .

L'influence du nombre de Reynolds est difficile à préciser à cause des erreurs systématiques qui peuvent affecter les hautes fréquences présentes dans les signaux  $\frac{\partial u_i}{\partial x_1}$ . D'après nos essais  $S_i$  et  $T_i$  auraient tendance à décroître lorsque  $R_e$  augmente. En turbulence de grille ce sens de variation a déjà été obtenu, mais le sens inverse semble également possible. Nous groupons sur la *planche* IV-31 les principales valeurs expérimentales et théoriques de  $S_1$  obtenues d'après diverses études.

#### 4,6 SPECTRES D'ÉNERGIE DES FLUCTUATIONS DE VITESSE

Nous avons déterminé les spectres  $\psi_{11}(k_1)$ ,  $\psi_{22}(k_1)$  et  $\psi_{33}(k_1)$  dans la section  $\frac{x_1}{D} = 118$ , aux trois nombres de Reynolds  $R_e = 57\ 000$ ,  $120\ 000$  et  $230\ 000$ . Quelques-uns des spectres obtenus sont représentés sur les *figures* IV-32 à IV-35.

Nos mesures confirment d'abord, en les précisant, certains résultats antérieurs rappelés au chapitre premier et en particulier ceux qui sont obtenus par LAUFER (1954) :

— la décroissance en  $k_1^{-1}$  n'existerait que pour les spectres  $\psi_{11}(k_1)$  relatifs à la région  $15 < \frac{x_2 u_f}{\nu} < 80$  ; l'intervalle en  $k_1$  admissible est très réduit : au maximum, vers  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 47$ , il serait défini par  $0,2 < k_1 < 5$  pour l'essai  $R_e = 120\ 000$ .

— pour les spectres  $\psi_{22}(k_1)$  et  $\psi_{33}(k_1)$  les valeurs mesurées et les valeurs calculées à partir de  $\psi_{11}(k_1)$  au moyen de la relation d'isotropie (1,13) présentent un net écart par défaut dans la région des petits nombres d'ondes (*pl.* IV-48 à IV-52). Un écart de même sens, mais beaucoup plus petit, existerait aux grands nombres d'ondes, excepté pour l'essai  $R_e = 57\ 000$  ; sur ce point nos résultats diffèrent de ceux de LAUFER (1954).

— pour préciser l'éventuelle existence d'une zone d'inertie pour les plus gros tourbillons relevant de l'équilibre universel (cf. § 1,2), nous groupons sur les tableaux

IV-1 à IV-3 les intervalles en  $k_1$  où les divers spectres mesurés varient comme  $k_1^{-5/3}$ . Si l'on convient de parler de loi en  $-5/3$  lorsque cette variation couvre au moins une demi-décade, on constate que la zone d'inertie n'existe pratiquement que pour les spectres  $\psi_{11}(k_1)$  obtenus aux deux plus grands nombres de Reynolds pour la région centrale du tunnel ( $\frac{x_2}{D} > 0,11$ ); l'intervalle  $\Delta k_1$  admissible est maximal vers  $\frac{x_2}{D} = 0,50$  et c'est approximativement à cette distance de la paroi que les nombres de Reynolds de la turbulence :

$$\frac{\sqrt{u_1^2} \lambda_1}{\nu}, \quad \frac{\sqrt{u_2^2} \lambda_2}{\nu} \quad \text{et} \quad \frac{\sqrt{u_3^2} \lambda_3}{\nu}$$

sont maximaux (pl. IV-53 à IV-55). Utilisant les spectres obtenus à  $\frac{x_2}{D} = 0,45$  et  $R_e = 120\,000$  ou  $230\,000$  on aurait pour le coefficient numérique de l'expression :

$$\psi_{11}(k_1) = C_1 \varepsilon^{2/3} k_1^{-5/3}$$

la valeur  $C_1 = 0,51$ . En supposant la turbulence isotrope on obtiendrait pour le coefficient de l'expression :

$$E(k) = C \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

la valeur  $C = \frac{55}{18} C_1 = 1,55$ .

Nous avons ensuite représenté les fonctions spectrales sous quatre formes adimensionnelles afin de dégager les lois universelles partielles éventuellement valables. Trois représentations sont basées sur les échelles de longueur et de vitesse caractéristiques de certaines gammes de structures tourbillonnaires : longueur de corrélation  $L_i$  (1) et intensité de turbulence  $\sqrt{u_i^2}$ ; échelle de TAYLOR  $\lambda_i$  et intensité de turbulence  $\sqrt{u_i^2}$  (cf. MILLIAT 1957; MATTIOLI, 1956) : échelles de KOLMOGOROV :

$$\eta = \nu^{3/4} \varepsilon^{-1/4} \quad \text{et} \quad \nu = \nu^{1/4} \varepsilon^{1/4} \quad (2).$$

La quatrième représentation proposée par TOWNSEND (1956) et propre à la turbulence de paroi est basée sur  $x_2$  et  $u_f$ . Les coordonnées réduites utilisées sont donc :

$$\begin{array}{ll} k_1 L_i & \text{et} \quad \frac{k_1 \psi_{ii}}{u_i^2}, \\ k_1 \lambda_i & \text{et} \quad \frac{k_1 \psi_{ii}}{u_i^2}, \\ k_1 \eta & \text{et} \quad \frac{k_1 \psi_{ii}}{\nu^2}, \\ k_1 x_2 & \text{et} \quad \frac{k_1 \psi_{ii}}{u_f^2} \end{array}$$

(1) Les valeurs de  $L_i$  utilisées sont déduites des spectres.

(2)  $\varepsilon$  est évaluée à partir des résultats de LAUFER (1954).

et les paramètres dont dépend chaque famille de courbes sont directement ou indirectement la distance relative à la paroi  $\frac{x_2}{D}$  et le nombre de Reynolds. Les *planches* IV-36 à IV-47 correspondent à divers spectres obtenus à  $Re = 120\ 000$  et  $\frac{x_2}{D}$  variable.

L'emploi de la longueur de corrélation (1) fournirait pour les spectres des fluctuations longitudinales une loi universelle dans la gamme des gros tourbillons ; pour les fluctuations transversales l'évolution avec  $\frac{x_2}{D}$  du défaut d'énergie aux basses fréquences ne permet pas le regroupement des courbes. Nous avons aussi remarqué que le regroupement est mieux réalisé à divers nombres de Reynolds qu'à diverses distances de la paroi, la viscosité ayant sur les gros tourbillons beaucoup moins d'influence que la largeur du tunnel.

Dans la représentation utilisant l'échelle de TAYLOR les courbes tendraient à se rapprocher dans leur ensemble, insuffisamment cependant pour qu'on puisse négliger l'influence des deux paramètres dont dépendent les spectres. Ce regroupement, qui peut avoir un intérêt pratique, est probablement dû au fait que par sa définition l'échelle de TAYLOR tient à la fois des caractéristiques des tourbillons porteurs d'énergie et de celles des tourbillons dissipateurs.

L'emploi des échelles de KOLMOGOROV entraînerait un regroupement des spectres relatifs à la région  $\frac{x_2 u_f}{\nu} > 100$  où la déformation due à l'écoulement moyen est faible ; le rapport  $\frac{dU_1}{dx_2} \frac{\eta}{\nu}$  intervenant dans la condition (1,24) est d'ailleurs égal à 2,8, 0,82, 0,27, 0,20 et 0,07 respectivement pour  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 5, 15, 41, 91$  et  $\frac{x_2}{D} = 0,11$ . L'intervalle en  $k_1 \eta$  admissible est approximativement  $k_1 \eta > 0,010$  pour les spectres des fluctuations longitudinales et  $k_1 \eta > 0,10$  pour les spectres des fluctuations transversales.

La dernière représentation met en évidence l'enveloppe des courbes spectrales ; pour les spectres relatifs à la région  $\frac{x_2 u_f}{\nu} > 30$  et  $\frac{x_2}{D} < 0,30$  le tronçon des courbes qui correspond aux tourbillons de taille moyenne et encore porteurs d'énergie se confondrait approximativement avec l'enveloppe ; mais le glissement de ces tronçons le long de l'enveloppe ne permettrait pas de conclure à l'existence d'une région commune susceptible de fournir une loi partielle universelle.

Enfin, nous indiquons sur les *planches* IV-56 à IV-58 les distributions des intensités des dérivées  $\frac{\partial u_i}{\partial x_1}$  évaluées à partir des spectres. Les quantités  $\frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right)^2$  et  $\frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^2$  seraient en général égales et inférieures à  $\left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2$  ; ce résultat serait analogue à celui qui est obtenu par LAUFER (1954) au plus grand nombre de Reynolds.

(1) Comme  $\frac{\psi_{ii}(k_i)}{u_i^2} \rightarrow \frac{2 L_i}{\pi}$  quand  $k_i \rightarrow 0$  les courbes se groupent obligatoirement vers  $k_i = 0$  et l'intérêt de la représentation de  $\frac{k_i \psi_{ii}}{u_i^2}$  en fonction de  $k_i L_i$  réside évidemment en ce que ce regroupement se poursuive le plus loin possible de  $k_i = 0$ .

4,7

### CORRÉLATIONS SPATIALES DOUBLES

Les essais effectués dans la section  $\frac{x_1}{D} = 118$  concernent les sept composantes suivantes du tenseur  $R_{ij}(r_1, r_2, r_3)$  :

$$\begin{array}{lll} R_{11}(r, 0, 0), & & \\ R_{11}(0, r, 0), & R_{22}(0, r, 0), & R_{33}(0, r, 0), \\ R_{11}(0, 0, r), & R_{22}(0, 0, r), & R_{33}(0, 0, r), \end{array}$$

Les composantes  $R_{22}(r, 0, 0)$  et  $R_{33}(r, 0, 0)$  n'ont pas pu être mesurées à cause de l'importance du sillage de la sonde amont (cf. § 3,9). Les résultats, relatifs en majeure partie au nombre de Reynolds  $R_e = 120\ 000$ , sont indiqués sur les tableaux IV-4 à IV-11 ; nous représentons sur les *planches* IV-59 à IV-65 quelques-unes des courbes de corrélation obtenues ; pour les courbes  $R_{ii}(0, r, 0)$  qui sont dissymétriques, nous distinguons les déplacements de la sonde mobile vers le centre du tunnel (notés  $r +$ ) et ceux vers la paroi (notés  $r -$ ).

Nos résultats diffèrent sur certains points des résultats indiqués par LAUFER (1951) ; nous obtenons des valeurs négatives de  $R_{11}(0, 0, r)$  lorsque  $r$  est suffisamment grand et nous vérifions, à la précision des mesures, en particulier pour  $i = 1$ , que pour une valeur donnée de  $r$  les valeurs de  $R_{ii}(0, r, 0)$  sont égales lorsqu'on intervertit la sonde fixe et la sonde mobile  $\left[ R_{ii}(0, r-, 0) \text{ obtenue avec la sonde fixe placée à une distance } \frac{x_2}{D} \text{ donnée est égale à } R_{ii}(0, r+, 0) \text{ obtenue avec la sonde fixe placée à la distance } \frac{x'_2}{D} = \frac{x_2}{D} - \frac{r}{D} \right]$ . Près de la paroi nos résultats seraient semblables à ceux qui sont obtenus en couche limite (cf. GRANT, 1958).

Les longueurs de corrélations  $L_i$  relatives aux corrélations  $R_{ii}(r, 0, 0)$  sont représentées sur la *planche* IV-66 ; pour  $i = 2$  et  $i = 3$  ces longueurs sont évaluées à partir des spectres, pour  $i = 1$  elles sont évaluées soit à partir des spectres soit à partir des corrélations et nous avons déjà indiqué (cf. § 3,10) que l'écart systématique entre les valeurs obtenues pouvait provenir d'un emploi abusif de l'hypothèse de TAYLOR pour les grosses structures de l'écoulement. On observe sur la *planche* IV-66 que les longueurs  $L_2$  et  $L_3$  sont nettement inférieures aux longueurs  $L_1$  ; une relation entre les fluctuations transversales de vitesse pourrait cependant subsister à des distances supérieures aux longueurs  $L_2$  ou  $L_3$  dans le cas où les coefficients de corrélation  $R_{22}(0, r, 0)$  et  $R_{33}(r, 0, 0)$  seraient négatifs aux grandes valeurs de  $r$ , ce que l'on peut supposer à partir des essais de GRANT (1958) en couche limite.

4,8

### CONCLUSION

A la suite de l'étude expérimentale de la turbulence de conduite que nous avons entreprise quelques réponses aux problèmes considérés au chapitre premier peuvent être proposées.

L'influence non négligeable de la viscosité dans la région centrale de la conduite semblerait d'abord se confirmer ; si les intensités de turbulence ou les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations transversales sont approximativement indépendants du nombre de Reynolds, celui-ci influerait par contre sur les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations longitudinales et sur le coefficient de corrélation  $R_{11}(r, 0, 0)$ .

Les structures fines seraient anisotropes même dans la région centrale de la conduite. On observe en effet que le coefficient de dissymétrie des dérivées des fluctuations normales à la paroi n'est pas nul et que les intensités des dérivées  $\frac{\partial u_i}{\partial x_1}$  ne vérifient pas les relations imposées par l'isotropie. On constate aussi, pour les spectres des fluctuations transversales, que les valeurs mesurées aux grands nombres d'ondes sont un peu inférieures aux valeurs que l'on calcule à partir des spectres des fluctuations longitudinales en supposant qu'il y ait isotropie. Dans ces conditions, il ne semble pas que l'équilibre universel des petits tourbillons soit strictement réalisé ; si l'on utilise les échelles de KOLMOGOROV on observe un assez bon regroupement des spectres  $\psi_{ii}(k_1)$  obtenus loin de la paroi ( $\frac{x_2 u_f}{\nu} > 100$ ), mais la courbe moyenne varie un peu avec la composante  $i$  considérée. Quant à la décroissance selon  $k_1^{-5/3}$  on ne la constaterait que pour les spectres des fluctuations longitudinales obtenus aux deux plus grands nombres de Reynolds et loin de la paroi ( $\frac{x_2}{D} > 0,10$ ) ; l'intervalle en  $k_1$  admissible serait maximal non pas sur l'axe de la conduite, mais à la distance  $\frac{x_2}{D} = 0,50$  à laquelle les nombres de Reynolds de la turbulence sont maximaux ( $\frac{\sqrt{u_1^2} \lambda_1}{\nu}$  est au maximum égal à 550).

D'autres représentations adimensionnelles des spectres ont été étudiées, les échelles de longueur et de vitesse choisies caractérisant les diverses gammes de tourbillons de l'écoulement. En particulier, si l'on emploie l'échelle de TAYLOR et l'intensité de turbulence les courbes se rapprochent dans leur ensemble et la courbe moyenne peut constituer une approximation intéressante dans la pratique.

En régime établi les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations de vitesse ne correspondent pas à ceux d'une distribution de probabilité gaussienne à cause de la convection de l'énergie turbulente par les fluctuations de vitesse. Ces coefficients traduisent aussi le caractère intermittent des structures tourbillonnaires. Sur l'axe du tunnel  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  est de l'ordre de  $-0,40$  (section  $\frac{x_1}{D} = 118$ ). Près de la paroi une dissymétrie très accentuée et de sens opposé à celle qui existe dans la région centrale du tunnel apparaîtrait sur la distribution de probabilité des composantes  $u_1$  ;  $\frac{\overline{u_1^3}}{(\overline{u_1^2})^{3/2}}$  atteindrait 0,60 pour  $\frac{x_2 u_f}{\nu} = 5$ .

Près de la paroi les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des dérivées des fluctuations longitudinales de vitesse prendraient dans la région où la production d'énergie turbulente est intense ( $8 \leq \frac{x_2 u_f}{\nu} \leq 60$ ) des valeurs nettement supérieures

à celles qu'on obtient en turbulence de grille ;  $S_1$  atteint un maximum égal à 0,80, pour  $\frac{x_2 u_f}{\nu} \sim 10$ . Ces coefficients diminueraient très rapidement lorsque  $\frac{x_2 u_f}{\nu} < 10$ .

En passant, indiquons que sur le bord extérieur d'une couche limite le coefficient de dissymétrie des dérivées des fluctuations longitudinales de vitesse prendrait des valeurs très petites ( $S_1 \sim 0,20$ ) que l'on ne peut pas relier aux valeurs  $S'_1$  obtenues dans l'intérieur de la couche limite ( $S'_1 \sim 0,34$ ) par la relation  $S_1 = \frac{S'_1}{\sqrt{\gamma}}$  qui fait intervenir simplement le facteur d'intermittence  $\gamma$ .

L'évolution de l'écoulement le long de la conduite marque beaucoup plus les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations de vitesse que les intensités de turbulence ou les vitesses moyennes. En général, nous avons observé que les distributions des caractéristiques de l'écoulement coïncidaient dans les deux dernières et parfois dans les trois dernières sections du tunnel  $\frac{x_1}{D} = 108, 118$  et  $122$ ; ces sections sont cependant assez proches les unes des autres. Aussi pour assurer les caractéristiques de l'écoulement établi nous avons récemment porté la longueur du tunnel de 12 à 18 m et des mesures pourront être effectuées jusqu'à la distance de l'entrée  $\frac{x_1}{D} = 180$ .

Sur le plan expérimental nous avons rencontré quelques difficultés lors de la mise au point de l'installation pour réaliser un écoulement symétrique et bidimensionnel ; la pose d'un profond nid d'abeilles à l'entrée même du tunnel a fourni de bons résultats.

En ce qui concerne les techniques de mesure utilisant les anémomètres à fil chaud, des améliorations ont été apportées notamment par l'étalonnage direct des fils, l'isolement rapide des fluctuations transversales de vitesse et la réalisation de circuits à puissance 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> instantanées d'un signal. L'effet de la non-linéarité de la réponse des anémomètres à intensité constante a été examinée lors des mesures des coefficients de dissymétrie près d'une paroi ; il faudrait préciser l'importance de cet effet dans d'autres mesures et en particulier dans la détermination des spectres près de la paroi ; un anémomètre à température constante associé à un circuit de linéarisation serait encore avantageusement utilisé pour cet examen.

# TABLEAUX

---

TABLEAU IV-1

Spectres  $\psi_{11}(k_1)$  : intervalle où le spectre évolue selon  $k_1^{-5/3}$

$Re = 57\ 000$			$Re = 120\ 000$			$Re = 230\ 000$		
$\frac{x_2}{D}$	$\frac{x_2 u_f}{v}$	$\Delta k_1$	$\frac{x_2}{D}$	$\frac{x_2 u_f}{v}$	$\Delta k_1$	$\frac{x_2}{D}$	$\frac{x_2 u_f}{v}$	$\Delta k_1$
1,00		2 — 3,5	1,00		2 — 3	1,00		5 — 9
0,89		1,5 — 3,5	1,00		1,5 — 3	1,00		1,5 — 8
0,67		0,4 — 4	0,89		2 — 7	0,89		1,5 — 5
0,56		3 — 5	0,78		4 — 7	0,79		1,5 — 8
0,45		1 — 2	0,67		3 — 8	0,67		0,4 — 3
0,34		3 — 5	0,67		2,5 — 4,5			
0,23		1,5 — 4	0,56		3 — 9	0,56		3 — 8
0,17		2 — 5	0,45		1 — 8	0,44		0,5 — 13
0,12		2 — 4	0,34		3 — 9	0,33		0,8 — 10
$9,4 \cdot 10^{-2}$		3 — 6	0,335		0,5 — 9	0,22		1 — 6
$5,3 \cdot 10^{-2}$		2,5 — 5	0,225		1,5 — 7	0,17		2 — 5
			0,115		3,5 — 7	0,165		0,9 — 7
			0,108		3,5 — 6,5	0,11		2,5 — 7
					9 — 13	0,11		3 — 9
			$6,1 \cdot 10^{-2}$		8 — 10	$6,0 \cdot 10^{-2}$		2,5 — 6
			$3,6 \cdot 10^{-2}$		7 — 10	$2,7 \cdot 10^{-2}$		5 — 12
			$2,8 \cdot 10^{-2}$		9 — 10	$1,6 \cdot 10^{-2}$		13 — 17
			$2,4 \cdot 10^{-2}$		9 — 10			13 — 17
	90	5 — 7		91	9 — 12			13 — 25
				83	8 — 10			13 — 16
	59	3,5 — 5,5		61	16 — 18		84	13 — 20
				47	14 — 17		63,5	13 — 20
	38	4,5 — 6,5		41	11 — 15		48	13 — 20
	33	4,5 — 5,5		35	8 — 10		36	21 — 28
				25	11 — 14		23,5	14 — 21
	11	7 — 8		15	12 — 17		23	22 — 26
				9	9 — 13			
	6,0	8 — 10		8,5	9 — 12			
				6,0	15 — 20			
				5,0	17 — 22			

TABLEAU IV-2

Spectres  $\psi_{22}(k_1)$  : intervalle où le spectre évolue selon  $k_1^{-5/3}$ 

$R_e = 57\ 000$			$R_e = 120\ 000$		$R_e = 230\ 000$	
$\frac{x_2}{D}$	$\frac{x_2 n_f}{v}$	$\Delta k_1$	$\frac{x_2}{D}$	$\Delta k_1$	$\frac{x_2}{D}$	$\Delta k_1$
1,00		4 — 6	1,00	4 — 6	1,03	2,5 — 6
1,00		4 — 6	1,00	4,5 — 6,5	0,99	4 — 8
			0,99	5 — 7		
0,89		4,5 — 6	0,92	4 — 5	0,91	2 — 7
			0,81	5 — 8	0,80	3,5 — 5,5
0,78		4,5 — 5,5	0,78	3 — 8		
0,67		4 — 6	0,675	4 — 7,5	0,69	3,5 — 5,5
0,55		4 — 6	0,55	5 — 8	0,58	5 — 7
			0,53	3,5 — 7,5	0,47	2 — 7
0,44		4 — 7	0,42	6 — 8	0,35	5 — 7
0,33		4,5 — 7	0,31	6 — 8	0,33	3,5 — 5,5
0,28		5 — 8	0,25	7 — 9	0,24	6 — 9
0,22		6 — 7,5	0,22	9 — 11	0,22	5 — 10
0,165		7 — 8	0,20	7 — 8	0,19	5 — 8
0,11		8 — 9	0,145	9 — 11	0,135	7,5 — 9,5
			$8,8 \cdot 10^{-2}$	9 — 11	0,10	7 — 11
$6,6 \cdot 10^{-2}$		9 — 11	$5,5 \cdot 10^{-2}$	12 — 14	$5,5 \cdot 10^{-2}$	9 — 11
					$5,5 \cdot 10^{-2}$	11,5 — 12,5
$4,4 \cdot 10^{-2}$	104	9 — 13	$4,0 \cdot 10^{-2}$	12 — 14	$4,4 \cdot 10^{-2}$	13 — 15
					$3,6 \cdot 10^{-2}$	13 — 15
$2,4 \cdot 10^{-2}$	57	12 — 15	$2,4 \cdot 10^{-2}$	15 — 17	$2,5 \cdot 10^{-2}$	12 — 14

— 78 —

TABLEAU IV-3

Spectres  $\psi_{33}(k_1)$  : intervalle où le spectre évolue selon  $k_1^{-5/3}$ 

$R_e = 57\ 000$			$R_e = 120\ 000$		$R_e = 230\ 000$	
$\frac{x_2}{D}$	$\frac{x_2 n_f}{v}$	$\Delta k_1$	$\frac{x_2}{D}$	$\Delta k_1$	$\frac{x_2}{D}$	$\Delta k_1$
1,03		3,5 — 4,5	1,03	5,5 — 6,5	1,02	3 — 6
1,03		3,5 — 4,5	1,00	4 — 5	1,02	3,5 — 5,5
0,92		4,5 — 5,5	0,89	4,5 — 6,5	0,91	3,5 — 5
0,81		3,5 — 4,5	0,81	3,5 — 6	0,80	2,5 — 6
0,69		4 — 6	0,66	4 — 8	0,69	2,5 — 6
0,58		4 — 6	0,58	4,5 — 7	0,58	3 — 8
0,47		4 — 5,5	0,47	4 — 6	0,47	4,5 — 7
0,36		4,5 — 7	0,36	4 — 8	0,36	3,5 — 5
0,30		4,5 — 5,5			0,30	3 — 6
0,25		6 — 8	0,25	5 — 8	0,245	4,5 — 7,5
0,195		5 — 6,5	0,16	6 — 8	0,19	6 — 8
0,14		6 — 8	0,14	7 — 8	0,135	6,5 — 8,5
$9,3 \cdot 10^{-2}$		7 — 9	0,105	8 — 10		
			$8,3 \cdot 10^{-2}$	8 — 13	$7,9 \cdot 10^{-2}$	7 — 9
$6,0 \cdot 10^{-2}$		4 — 5,5	$6,1 \cdot 10^{-2}$	8 — 10	$5,7 \cdot 10^{-2}$	8 — 12
$5,0 \cdot 10^{-2}$		9 — 11			$4,4 \cdot 10^{-2}$	8 — 11
$6 \cdot 10^{-2}$	83	9 — 11	$3,4 \cdot 10^{-2}$	12 — 17	$3,6 \cdot 10^{-2}$	9 — 11
$3,6 \cdot 10^{-2}$	83	11 — 13	$3,4 \cdot 10^{-2}$	11,5 — 12,5	$3,6 \cdot 10^{-2}$	11 — 13

— 79 —

TABLEAU IV-4

Coefficients de corrélation  $R_{11}(r, 0, 0)$  à différentes distances de la paroi ( $R_e = 120\ 000$ )

$\frac{x_2}{D}$ \ / \ $\frac{r}{D}$	1,00	0,89	0,78	0,67	0,55	0,44	0,33	0,22	0,11
$5,5 \cdot 10^{-3}$	0,98	0,98	0,98	0,99	0,98	0,98	0,99	0,98	0,97
$1,1 \cdot 10^{-2}$	0,96	0,95	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,96	0,95
$2,2 \cdot 10^{-2}$	0,90	0,90	0,92	0,94	0,93	0,93	0,94	0,92	0,90
$3,3 \cdot 10^{-2}$	0,85	0,85	0,88	0,89	0,90	0,89	0,90	0,88	0,86
$4,4 \cdot 10^{-2}$	0,80	0,80	0,84	0,86	0,87	0,86	0,87	0,85	0,84
$5,5 \cdot 10^{-2}$	0,75	0,76	0,80	0,83	0,84	0,83	0,85	0,83	0,81
$8,3 \cdot 10^{-2}$	0,66	0,69	0,73	0,76	0,79	0,78	0,80	0,77	0,75
0,110	0,60	0,65	0,69	0,72	0,75	0,75	0,76	0,72	0,70
0,165	0,52	0,57	0,62	0,67	0,67	0,69	0,68	0,66	0,63
0,220	0,47	0,52	0,57	0,62	0,62	0,63	0,63	0,61	0,58
0,335	0,39	0,44	0,49	0,53	0,53	0,54	0,54	0,52	0,50
0,445	0,32	0,37	0,42	0,45	0,46	0,46	0,47	0,46	0,45
0,665	0,24	0,27	0,31	0,34	0,34	0,35	0,36	0,36	0,37
0,890	0,19	0,20	0,22	0,26	0,27	0,27	0,28	0,30	0,31
1,10	0,15	0,16	0,18	0,19	0,20	0,21	0,23	0,25	0,26
1,35	0,12	0,13	0,14	0,15	0,15	0,16	0,19	0,21	0,21
1,80	0,08	0,09	0,10	0,10	0,08	0,10	0,13	0,15	0,14
2,20	0,07	0,07	0,08	0,07	0,05	0,07	0,09	0,10	0,10
2,65	0,05	0,05	0,05	0,05	0,03	0,05	0,05	0,06	0,07
3,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,03	0,04	0,04	0,05

80

TABLEAU IV-5

Coefficients de corrélation  $R_{11}(0, r_+, 0)$  à différentes distances de la paroi ( $R_e = 120\ 000$ )

$\frac{x_2}{D}$ \ / \ $\frac{r}{D}$	1,00	0,89	0,78	0,67	0,55	0,44	0,33	0,22	0,11	$5,5 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$1,05 \cdot 10^{-2}$	$1,65 \cdot 10^{-3}$
$5,5 \cdot 10^{-3}$	0,96	0,98	0,97	0,97	0,97	0,97	0,96	0,95	0,95	0,94	0,91	0,86	0,62
$1,1 \cdot 10^{-2}$	0,93	0,95	0,94	0,95	0,94	0,94	0,93	0,92	0,90	0,88	0,80	0,71	0,51
$1,7 \cdot 10^{-2}$	0,88	0,92	0,92	0,92	0,91	0,91	0,90	0,89	0,86	0,83	0,73	0,65	0,46
$2,2 \cdot 10^{-2}$	0,84	0,88	0,88	0,89	0,89	0,88	0,87	0,86	0,83	0,78	0,67	0,59	0,43
$3,3 \cdot 10^{-2}$	0,79	0,82	0,83	0,84	0,84	0,83	0,82	0,80	0,77	0,71	0,59	0,52	0,38
$5,0 \cdot 10^{-2}$	0,70	0,73	0,76	0,78	0,79	0,77	0,76	0,75	0,69	0,62	0,52	0,45	0,33
$6,7 \cdot 10^{-2}$	0,63	0,66	0,70	0,72	0,73	0,71	0,70	0,69	0,62	0,54	0,46	0,39	0,29
$8,9 \cdot 10^{-2}$	0,54	0,57	0,63	0,65	0,67	0,65	0,63	0,62	0,55	0,47	0,39	0,33	0,26
0,110	0,48	0,49	0,56	0,60	0,62	0,58	0,56	0,55	0,48	0,40	0,34	0,28	0,23
0,145	0,38	0,36	0,46	0,51	0,54	0,51	0,49	0,47	0,40	0,34	0,28	0,24	0,20
0,190	0,29	0,23	0,32	0,40	0,46	0,43	0,41	0,37	0,32	0,27	0,22	0,18	0,16
0,255	0,20	0,09	0,14	0,25	0,33	0,31	0,32	0,28	0,23	0,19	0,15	0,13	0,12
0,335	0,12	0,01	0,01	0,10	0,20	0,21	0,22	0,20	0,16	0,14	0,10	0,09	0,09
0,445	0,06	— 0,03	— 0,07	— 0,04	0,04	0,10	0,13	0,12	0,10	0,08	0,06	0,06	0,06
0,555	0,03	— 0,03	— 0,07	— 0,07	— 0,04	0	0,08	0,08	0,05	0,05	0,04	0,04	0,03
0,665	0,02	— 0,01	— 0,05	— 0,07	— 0,07	— 0,05	0,03	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02
0,780	0	0	— 0,04	— 0,05	— 0,07	— 0,07	— 0,01	0	0,02	0,01	0,01	0,02	0,01
0,890	— 0,01	0,01	— 0,02	— 0,04	— 0,06	— 0,07	— 0,01	— 0,02	0	0	0	0,01	0
1,10			— 0,01		— 0,02	— 0,04	0	— 0,02	0	0	0	0	0
1,35						— 0,01	0	— 0,01	0				

0

TABLEAU IV-6

Coefficients de corrélation  $R_{22}(0, r_+, 0)$  à différentes distances de la paroi ( $R_e = 120\ 000$ )

$\frac{x_2}{D}$ $\frac{r}{D}$	1,00	0,89	0,78	0,67	0,55	0,44	0,33	0,22	0,11	$4,4 \cdot 10^{-2}$
$3,9 \cdot 10^{-2}$	0,78	0,77	0,77	0,76	0,72	0,72	0,70	0,64	0,51	0,31
$4,4 \cdot 10^{-2}$	0,75	0,75	0,74	0,72	0,69	0,70	0,66	0,60	0,47	0,28
$5,5 \cdot 10^{-2}$	0,70	0,70	0,70	0,68	0,65	0,65	0,61	0,54	0,42	0,24
$6,7 \cdot 10^{-2}$	0,65	0,66	0,66	0,64	0,61	0,61	0,57	0,49	0,38	0,20
$8,9 \cdot 10^{-2}$	0,59	0,59	0,59	0,57	0,54	0,54	0,49	0,42	0,31	0,16
0,110	0,53	0,54	0,53	0,51	0,49	0,48	0,43	0,36	0,26	0,14
0,145	0,47	0,48	0,47	0,45	0,42	0,41	0,37	0,30	0,21	0,11
0,180	0,41	0,42	0,41	0,39	0,37	0,35	0,31	0,25	0,17	0,09
0,220	0,34	0,35	0,35	0,32	0,32	0,30	0,25	0,21	0,14	0,06
0,280	0,28	0,28	0,28	0,26	0,27	0,24	0,20	0,16	0,10	0,05
0,335	0,23	0,22	0,23	0,22	0,22	0,20	0,16	0,13	0,08	0,04
0,445	0,16	0,16	0,16	0,15	0,16	0,15	0,12	0,09	0,06	0,03
0,555	0,11	0,12	0,11	0,11	0,12	0,11	0,09	0,07	0,05	0,02
0,665	0,08	0,09	0,09	0,08	0,09	0,08	0,07	0,05	0,04	0,02
0,780	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,07	0,05	0,04	0,03	0,02
0,890	0,03	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,04	0,04	0,02	0,01
1,00			0,03	0,02	0,03	0,04	0,02	0,03	0,01	0,01
1,10				0,01	0,02	0,03	0,02	0,03	0,01	0,01
1,35						0,01	0,01	0,02	0	0
1,55								0,01	0	0

TABLEAU IV-7

Coefficients de corrélation  $R_{33}(0, r_+, 0)$  à différentes distances de la paroi ( $R_e = 120\ 000$ )

$\frac{x_2}{D}$ $\frac{r}{D}$	1,00	0,89	0,78	0,67	0,55	0,44	0,33	0,22	0,11	$4,8 \cdot 10^{-2}$
$1,1 \cdot 10^{-2}$	0,82	0,83	0,84	0,83	0,83	0,84	0,82	0,80	0,71	0,64
$1,7 \cdot 10^{-2}$	0,77	0,77	0,79	0,78	0,79	0,79	0,77	0,74	0,64	0,57
$2,2 \cdot 10^{-2}$	0,72	0,72	0,74	0,73	0,74	0,74	0,72	0,69	0,59	0,49
$3,3 \cdot 10^{-2}$	0,64	0,65	0,66	0,66	0,66	0,67	0,64	0,61	0,49	0,37
$4,4 \cdot 10^{-2}$	0,58	0,58	0,60	0,60	0,60	0,61	0,57	0,54	0,40	0,29
$5,5 \cdot 10^{-2}$	0,52	0,52	0,54	0,54	0,54	0,55	0,52	0,48	0,34	0,22
$7,8 \cdot 10^{-2}$	0,44	0,44	0,45	0,46	0,45	0,46	0,42	0,37	0,23	0,13
0,100	0,37	0,37	0,38	0,37	0,36	0,37	0,34	0,27	0,16	0,07
0,135	0,29	0,28	0,29	0,27	0,27	0,27	0,24	0,18	0,07	0,01
0,180	0,20	0,20	0,20	0,18	0,18	0,16	0,14	0,09	0	— 0,03
0,220	0,14	0,13	0,14	0,12	0,10	0,07	0,06	0,04	— 0,05	— 0,05
0,280	0,08	0,09	0,09	0,07	0,04	0,01	0	— 0,01	— 0,08	— 0,06
0,335	0,04	0,06	0,06	0,04	0,01	— 0,03	— 0,03	— 0,04	— 0,08	— 0,06
0,445	0	0,03	0,03	0,02	— 0,02	— 0,04	— 0,05	— 0,06	— 0,08	— 0,06
0,555	— 0,02	0	0,02	0,01	— 0,01	— 0,03	— 0,05	— 0,06	— 0,07	— 0,05
0,665	— 0,02	— 0,01	0,01	0,01	0	— 0,01	— 0,03	— 0,04	— 0,05	— 0,04
0,780	— 0,01	— 0,01	0,01	0,01	0	0	— 0,01	— 0,02	— 0,03	— 0,02
0,890	— 0,01	0	0	0,01	0	0	0	0	— 0,01	— 0,01
1,10						0	0	0	0	0

TABLEAU IV-8

Coefficients de corrélation  $R_{11}(0, 0, r)$  à différentes distances de la paroi ( $R_e = 120\ 000$ )

$\frac{x_2}{D}$ \ / \ $\frac{r}{D}$	1,00	0,89	0,78	0,67	0,55	0,44	0,33	0,22	0,11	$4,4 \cdot 10^{-2}$
$5,5 \cdot 10^{-3}$	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,97	0,96	0,92
$1,1 \cdot 10^{-2}$	0,95	0,96	0,96	0,96	0,96	0,95	0,94	0,94	0,91	0,83
$1,7 \cdot 10^{-2}$	0,91	0,92	0,93	0,93	0,93	0,92	0,91	0,90	0,87	0,75
$2,8 \cdot 10^{-2}$	0,84	0,86	0,87	0,87	0,87	0,87	0,85	0,84	0,79	0,63
$3,9 \cdot 10^{-2}$	0,79	0,80	0,82	0,83	0,82	0,82	0,80	0,79	0,72	0,54
$5,0 \cdot 10^{-2}$	0,75	0,76	0,77	0,79	0,78	0,78	0,75	0,73	0,65	0,46
$6,7 \cdot 10^{-2}$	0,69	0,69	0,72	0,73	0,72	0,71	0,69	0,66	0,56	0,37
$8,9 \cdot 10^{-2}$	0,62	0,62	0,64	0,66	0,65	0,64	0,61	0,57	0,45	0,28
0,110	0,56	0,56	0,58	0,60	0,58	0,56	0,55	0,49	0,35	0,20
0,145	0,47	0,47	0,50	0,51	0,50	0,49	0,45	0,37	0,24	0,11
0,190	0,37	0,37	0,40	0,40	0,38	0,36	0,32	0,25	0,12	0,04
0,255	0,25	0,25	0,27	0,28	0,23	0,21	0,15	0,08	0,01	-0,02
0,335	0,16	0,14	0,14	0,15	0,10	0,06	0	-0,05	-0,10	-0,05
0,445	0,06	0,04	0,02	0	-0,02	-0,06	-0,11	-0,13	-0,11	-0,06
0,555	0,01	-0,02	-0,04	-0,06	-0,09	-0,13	-0,16	-0,15	-0,10	-0,05
0,665	-0,01	-0,04	-0,05	-0,07	-0,10	-0,14	-0,15	-0,13	-0,08	-0,05
0,890	-0,01	-0,04	-0,05	-0,08	-0,08	-0,08	-0,08	-0,05	-0,04	-0,02
1,10	0	-0,02	-0,03	-0,05	-0,04	-0,04	-0,02	0	-0,01	0
1,35	0	0	-0,01	-0,02	-0,01	-0,01	0	0,01	0,01	0
1,60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLEAU IV-9

Coefficients de corrélation  $R_{22}(0, 0, r)$  à différentes distances de la paroi ( $R_e = 120\ 000$ )

$\frac{x_2}{D}$ \ / \ $\frac{r}{D}$	1,00	0,89	0,78	0,67	0,55	0,44	0,33	0,22	0,11	$5,5 \cdot 10^{-2}$
$5,5 \cdot 10^{-3}$	0,88	0,87	0,88	0,87	0,86	0,84	0,83	0,83	0,82	0,67
$1,1 \cdot 10^{-2}$	0,83	0,84	0,83	0,83	0,80	0,80	0,82	0,78	0,74	0,48
$1,7 \cdot 10^{-2}$	0,78	0,78	0,77	0,78	0,75	0,72	0,70	0,68	0,62	0,34
$2,2 \cdot 10^{-2}$	0,74	0,74	0,73	0,72	0,69	0,68	0,67	0,62	0,54	0,23
$3,3 \cdot 10^{-2}$	0,67	0,66	0,66	0,63	0,61	0,58	0,57	0,51	0,38	0,11
$4,4 \cdot 10^{-2}$	0,61	0,60	0,60	0,57	0,54	0,51	0,50	0,42	0,28	0,05
$5,5 \cdot 10^{-2}$	0,57	0,54	0,55	0,50	0,48	0,46	0,43	0,35	0,20	0,02
$6,7 \cdot 10^{-2}$	0,52	0,49	0,49	0,46	0,43	0,41	0,37	0,29	0,14	0
$8,9 \cdot 10^{-2}$	0,46	0,43	0,42	0,39	0,34	0,33	0,30	0,21	0,07	-0,01
0,110	0,40	0,38	0,35	0,32	0,28	0,26	0,22	0,14	0,02	-0,01
0,145	0,34	0,31	0,28	0,24	0,21	0,19	0,13	0,08	-0,01	-0,01
0,190	0,27	0,24	0,20	0,16	0,12	0,12	0,06	0,03	-0,03	-0,01
0,255	0,21	0,18	0,13	0,08	0,05	0,04	0	-0,01	-0,02	0
0,335	0,14	0,12	0,07	0,03	0,01	0,01	-0,02	-0,02	-0,02	0
0,445	0,09	0,06	0,02	-0,01	-0,01	-0,01	-0,03	-0,01	-0,01	0,01
0,555	0,05	0,03	0	-0,02	-0,01	-0,01	-0,03	-0,01	0	0
0,665	0,02	0,01	-0,01	-0,01	0	0	-0,02	-0,01	0	
0,890	-0,01	0	-0,01	0	0	0,01	0	0		
1,10	-0,01	0	-0,01	0						
1,35	0	0								

TABLEAU IV-10

Coefficients de corrélation  $R_{33}(0, 0, r)$  à différentes distances de la paroi ( $R_e = 120\ 000$ )

$\frac{x_2}{D} \backslash \frac{r}{D}$	1,00	0,89	0,78	0,67	0,55	0,44	0,33	0,22	0,11	$5,5 \cdot 10^{-2}$
$3,9 \cdot 10^{-2}$	0,73	0,74	0,74	0,75	0,75	0,75	0,73	0,70	0,60	0,53
$4,4 \cdot 10^{-2}$	0,70	0,71	0,72	0,74	0,72	0,73	0,70	0,67	0,56	0,51
$5,5 \cdot 10^{-2}$	0,66	0,66	0,68	0,69	0,68	0,69	0,65	0,62	0,50	0,45
$6,7 \cdot 10^{-2}$	0,62	0,62	0,61	0,65	0,64	0,65	0,61	0,58	0,46	0,40
$7,8 \cdot 10^{-2}$	0,58	0,58	0,58	0,61	0,60	0,60	0,57	0,53	0,41	0,34
$8,9 \cdot 10^{-2}$	0,54	0,54	0,54	0,58	0,57	0,57	0,53	0,49	0,37	0,31
0,110	0,49	0,49	0,48	0,52	0,51	0,50	0,47	0,43	0,31	0,24
0,145	0,42	0,40	0,41	0,43	0,42	0,42	0,39	0,34	0,23	0,18
0,190	0,34	0,32	0,33	0,35	0,34	0,32	0,30	0,24	0,16	0,11
0,220	0,29	0,27	0,28	0,29	0,28	0,26	0,24	0,19	0,12	0,08
0,280	0,21	0,20	0,21	0,21	0,20	0,19	0,17	0,13	0,07	0,03
0,335	0,16	0,15	0,15	0,16	0,13	0,13	0,11	0,08	0,03	0,01
0,445	0,08	0,08	0,07	0,07	0,06	0,05	0,05	0,02	0	-0,01
0,555	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0	0,02	0	-0,01	-0,01
0,665	0,02	0,01	0,01	0	0	-0,01	0	-0,02	-0,01	0
0,890	0	0	0	-0,01	-0,02	-0,01	-0,01	-0,02	-0,01	+0,01
1,10	0	0	0	-0,01	-0,01	-0,01	0	-0,01	0	0
1,35	-0,01	0	0	0	-0,01	0	0	-0,01	0	0
1,55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLEAU IV-11

Coefficients de corrélation à divers nombres de Reynolds (pour  $\frac{r}{D} = 0,11$ )

$\frac{x_2}{D} \backslash R_e$	1,00	0,11
57 000	0,59	0,64
120 000	0,60	0,70
230 000	0,67	0,74

$R_{11}(r, 0, 0)$

$\frac{x_2}{D} \backslash R_e$	1,00	0,22
57 000	0,46	0,52
120 000	0,48	0,55
230 000	0,52	0,53

$R_{11}(0, r_+, 0)$

$\frac{x_2}{D} \backslash R_e$	1,00	0,11
57 000	0,50	0,24
120 000	0,53	0,26
230 000	0,46	0,22

$R_{22}(0, r_+, 0)$

$\frac{x_2}{D} \backslash R_e$	1,00	0,11
57 000	0,31	0,10
120 000	0,34	0,12
230 000	0,33	0,11

$R_{33}(0, r_+, 0)$

$\frac{x_2}{D} \backslash R_e$	1,00	0,11
57 000	0,52	0,32
120 000	0,56	0,35
230 000	0,57	0,35

$R_{11}(0, 0, r)$

$\frac{x_2}{D} \backslash R_e$	1,00	0,11
57 000	0,39	0,03
120 000	0,40	0,02
230 000	0,36	0,02

$R_{22}(0, 0, r)$

$\frac{x_2}{D} \backslash R_e$	1,00	0,11
57 000	0,46	0,28
120 000	0,49	0,31
230 000	0,44	0,27

$R_{33}(0, 0, r)$

PLANCHES

—————



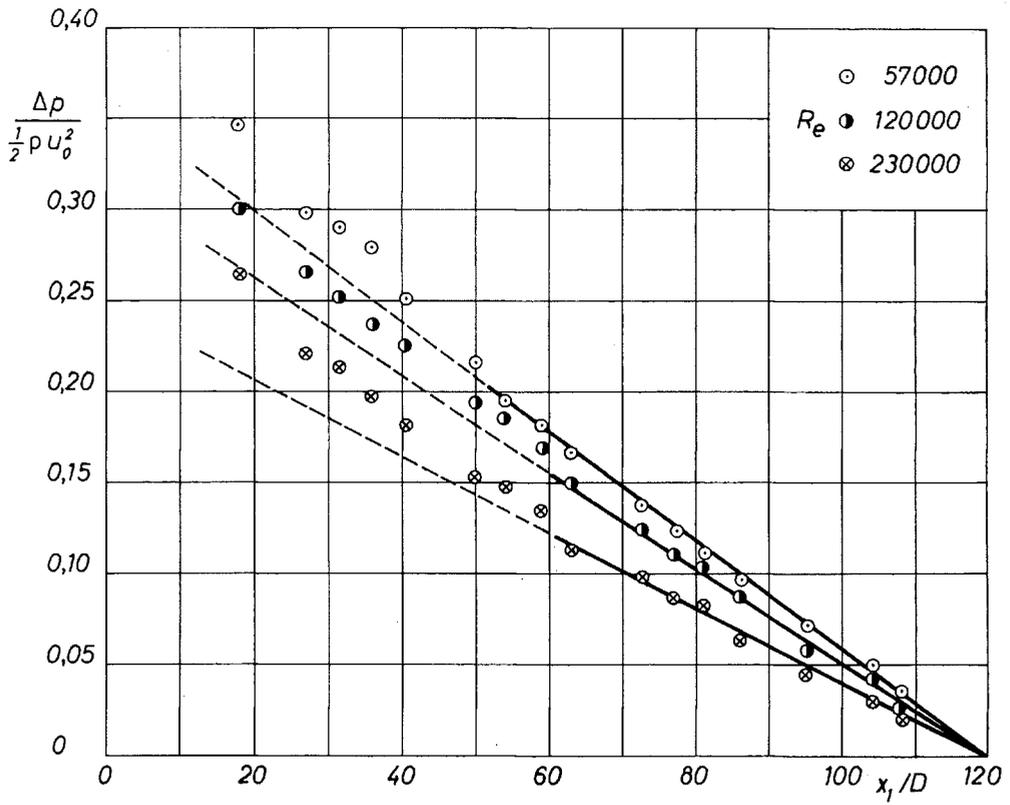


PLANCHE IV-1

Pression statique le long du tunnel à différents nombres de Reynolds.

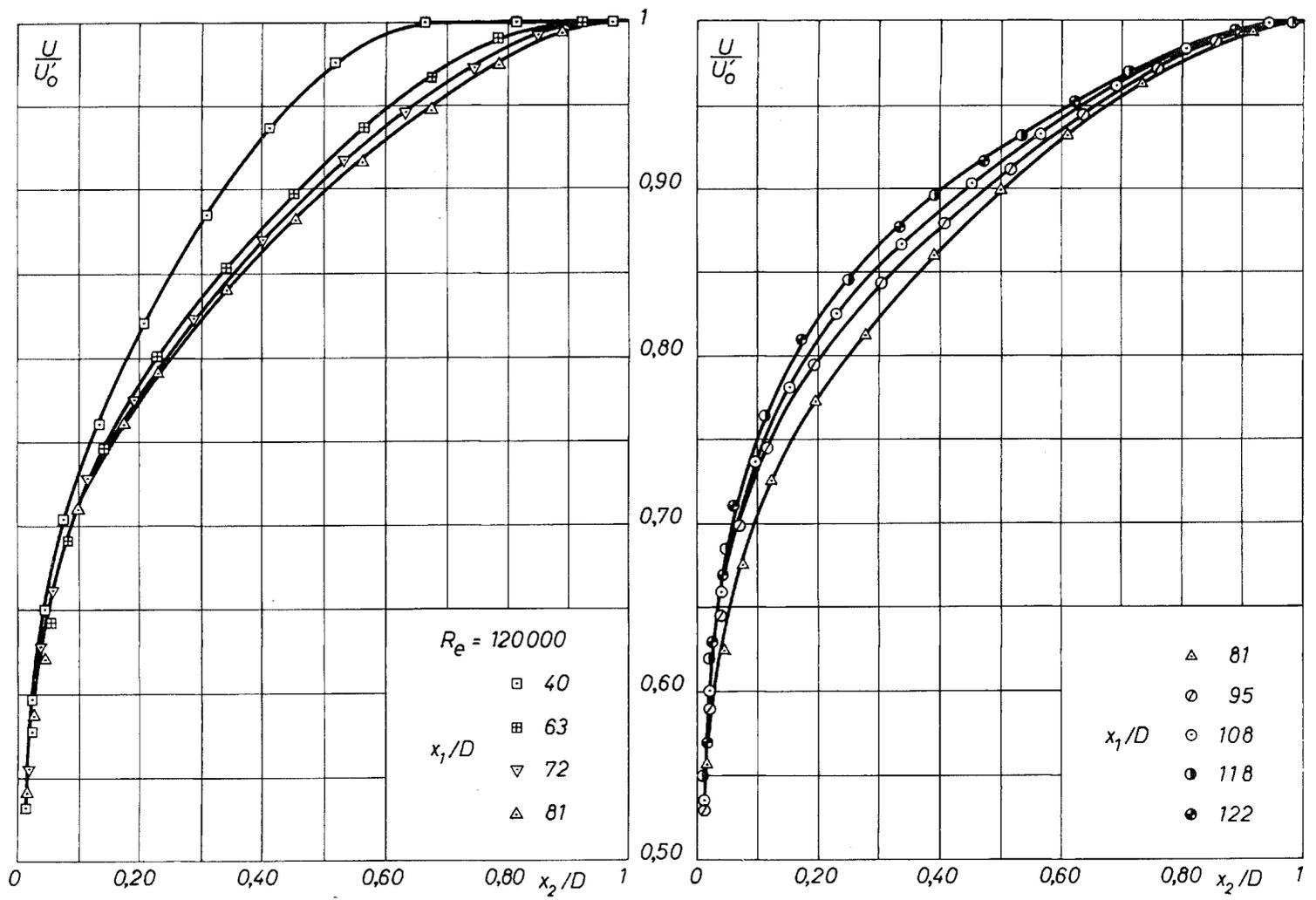


PLANCHE IV-2

Vitesse moyenne dans la région centrale du tunnel à différentes distances de l'entrée.

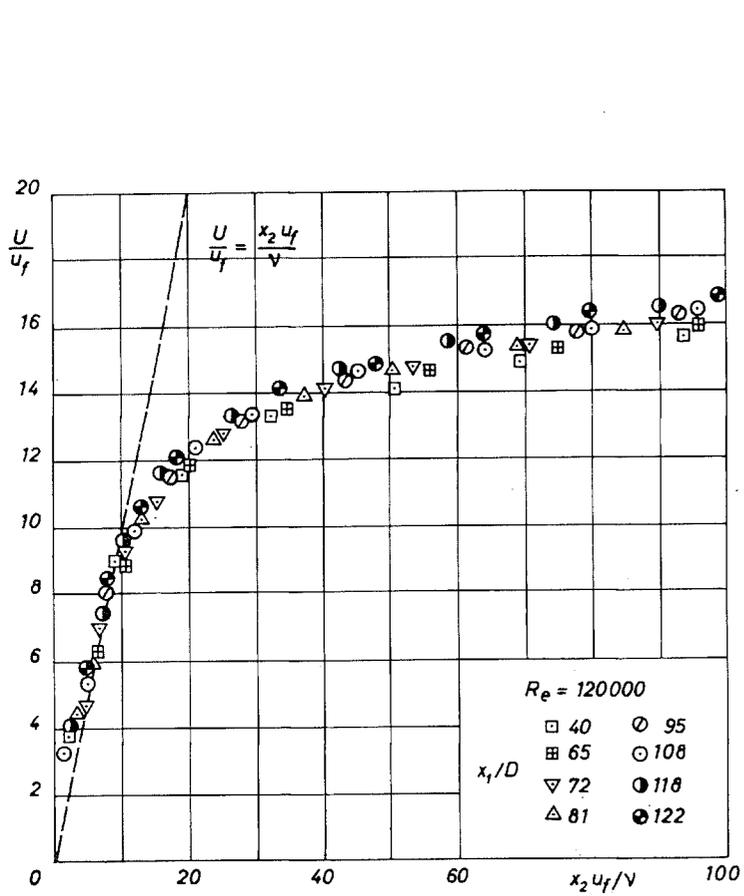


PLANCHE IV-3

Vitesse moyenne près de la paroi à différentes distances de l'entrée.

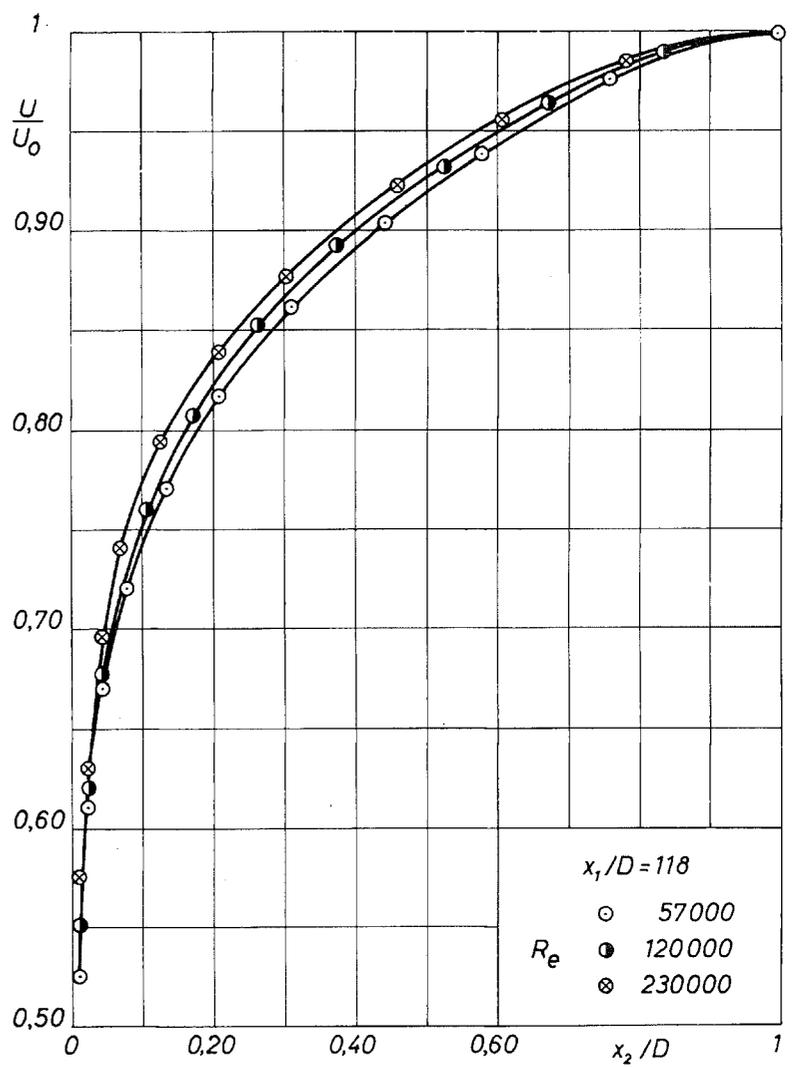


PLANCHE IV-4

Vitesse moyenne dans la région centrale à différents nombres de Reynolds.

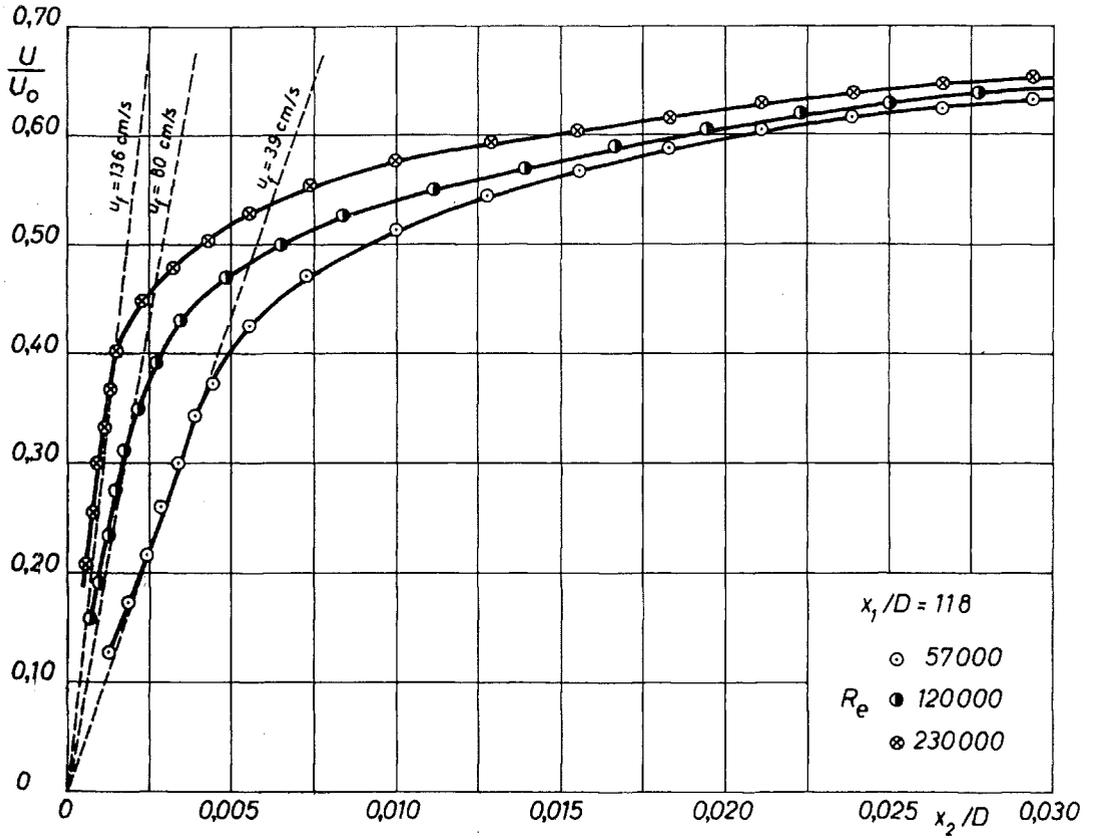


PLANCHE IV-5

Vitesse moyenne près de la paroi à différents nombres de Reynolds.

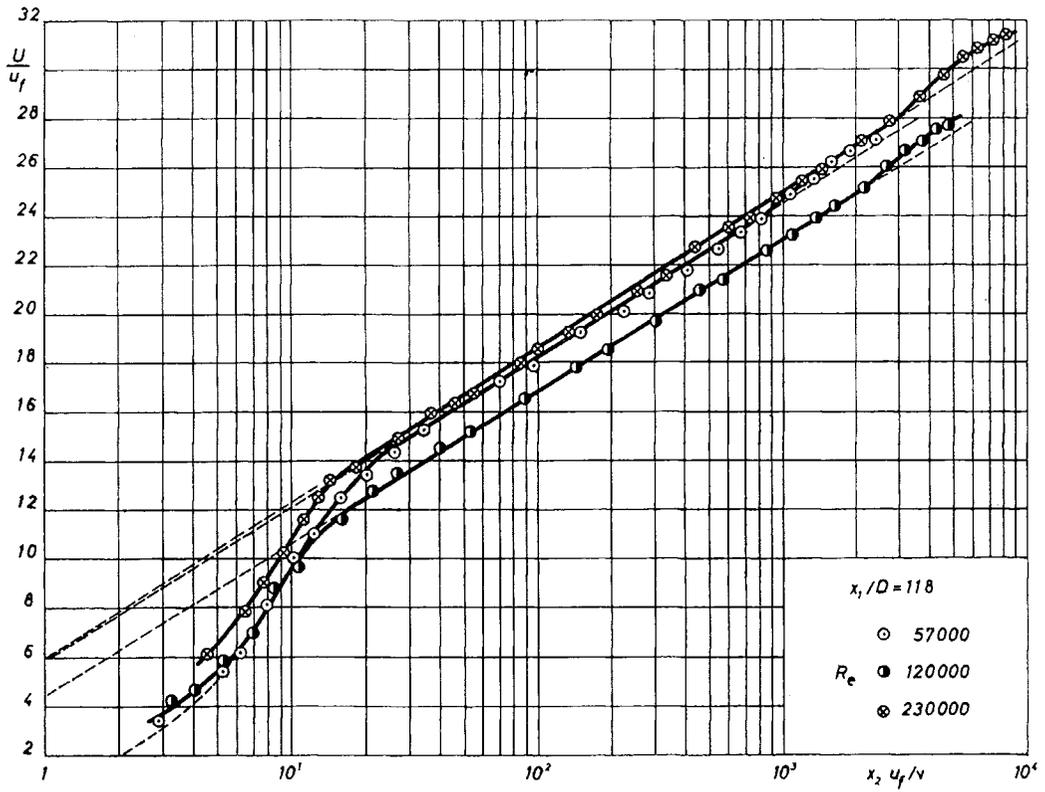


PLANCHE IV-6

Représentation logarithmique des vitesses moyennes suivant :

$$\frac{U}{u_f} = K \log x_2 u_f / \nu + C$$

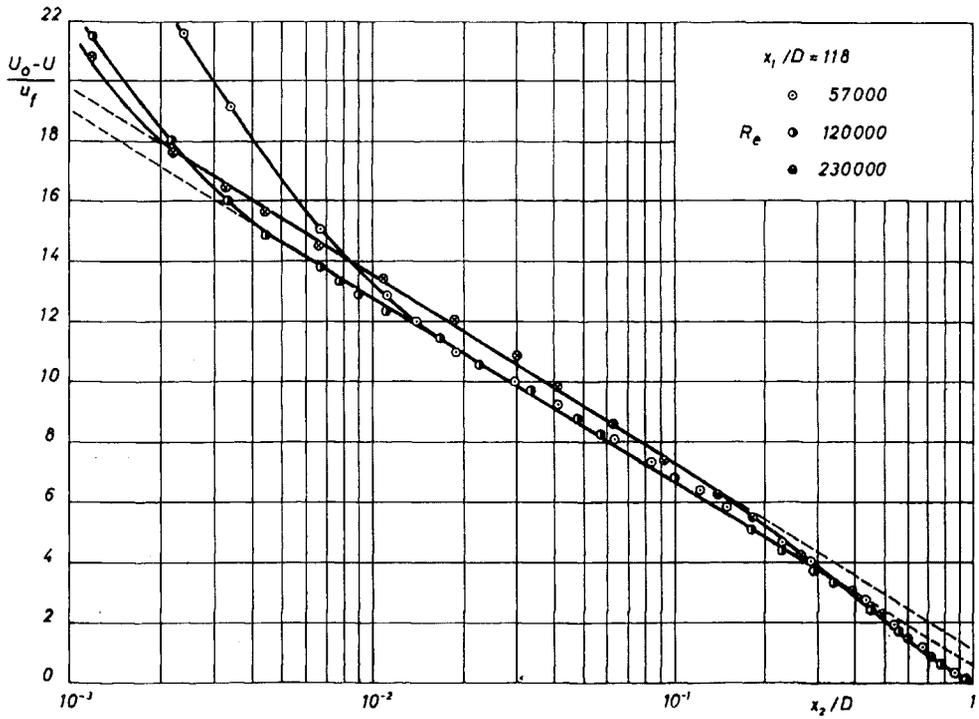


PLANCHE IV-7

Représentation logarithmique des vitesses moyennes suivant

$$\frac{U_0 - U}{u} = -K \log \frac{x_2}{D} + C'$$

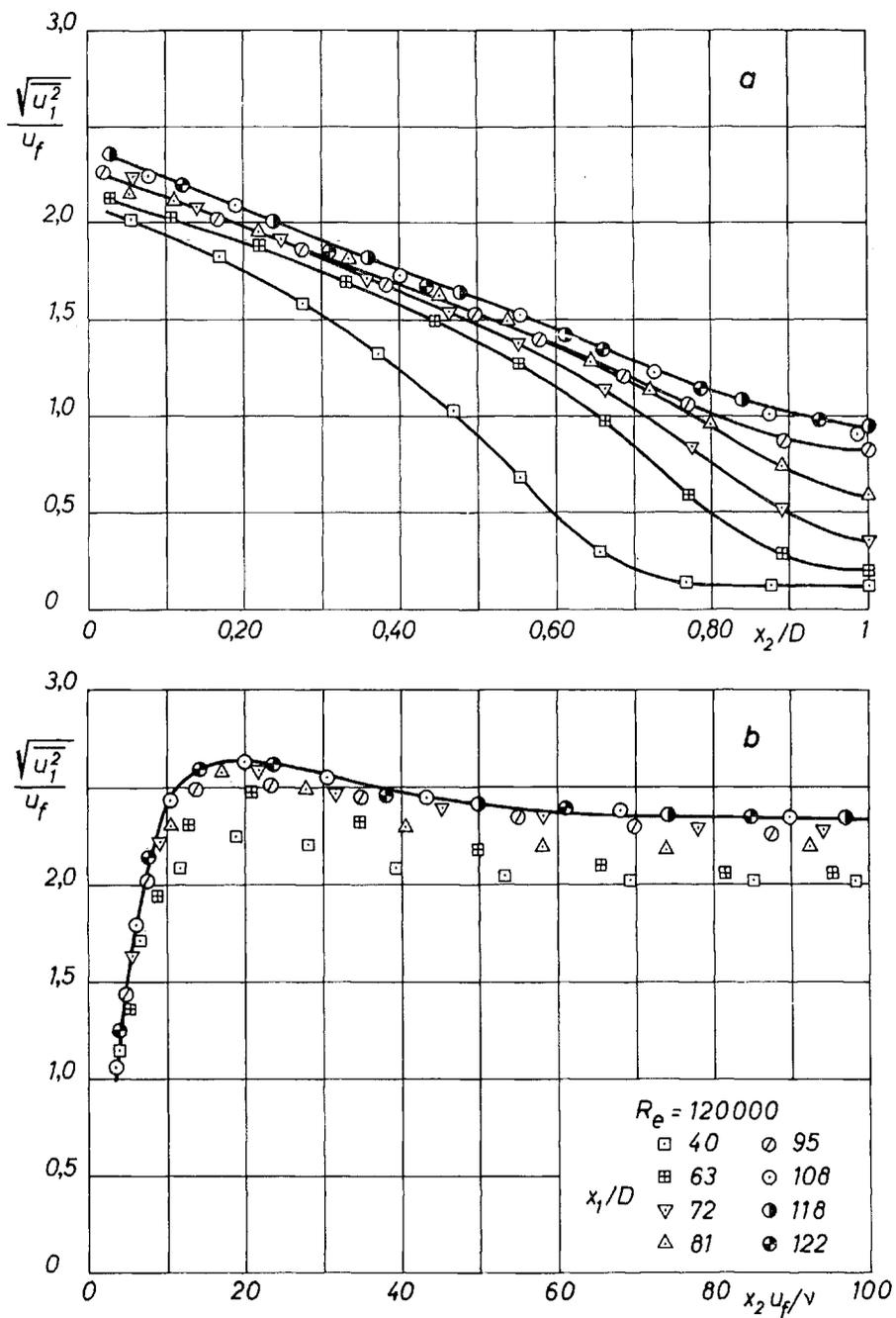


PLANCHE IV-8

Intensité des fluctuations  $u_1$  à différentes distances de l'entrée :  
 a) dans la région centrale ; b) près de la paroi.

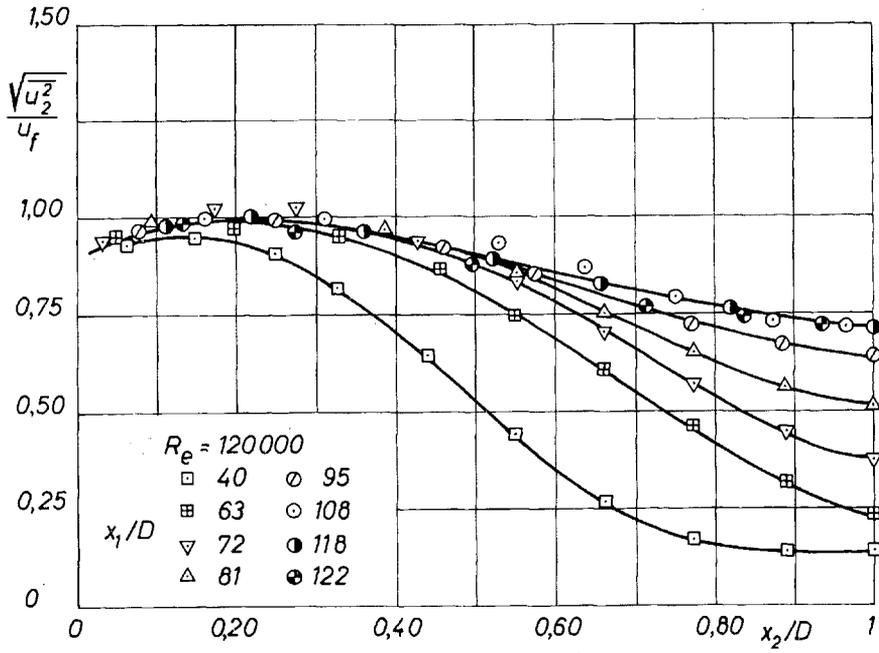


PLANCHE IV-9

Intensité des fluctuations  $u_2$  à différentes distances de l'entrée.

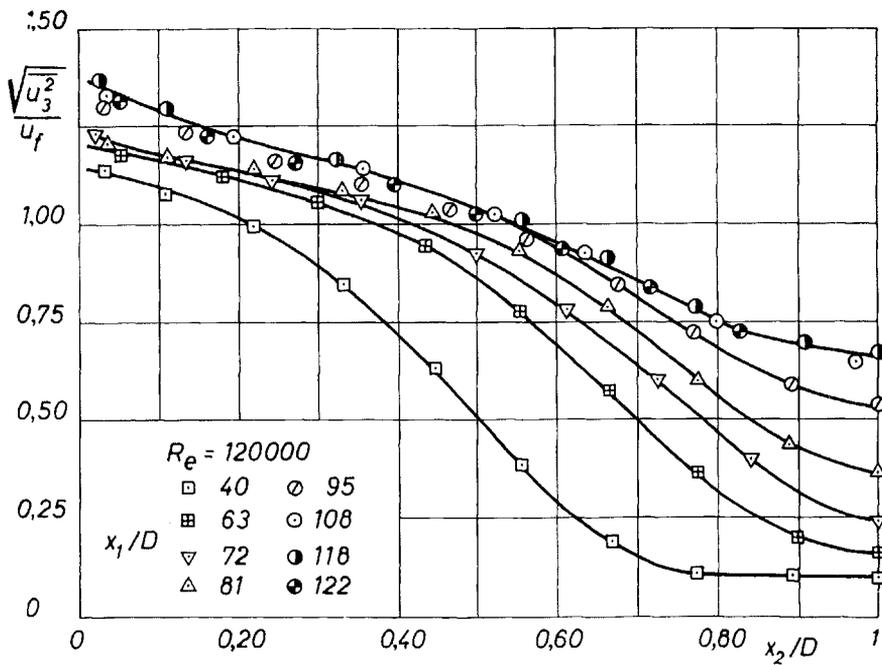


PLANCHE IV-10

Intensité des fluctuations  $u_3$  à différentes distances de l'entrée.

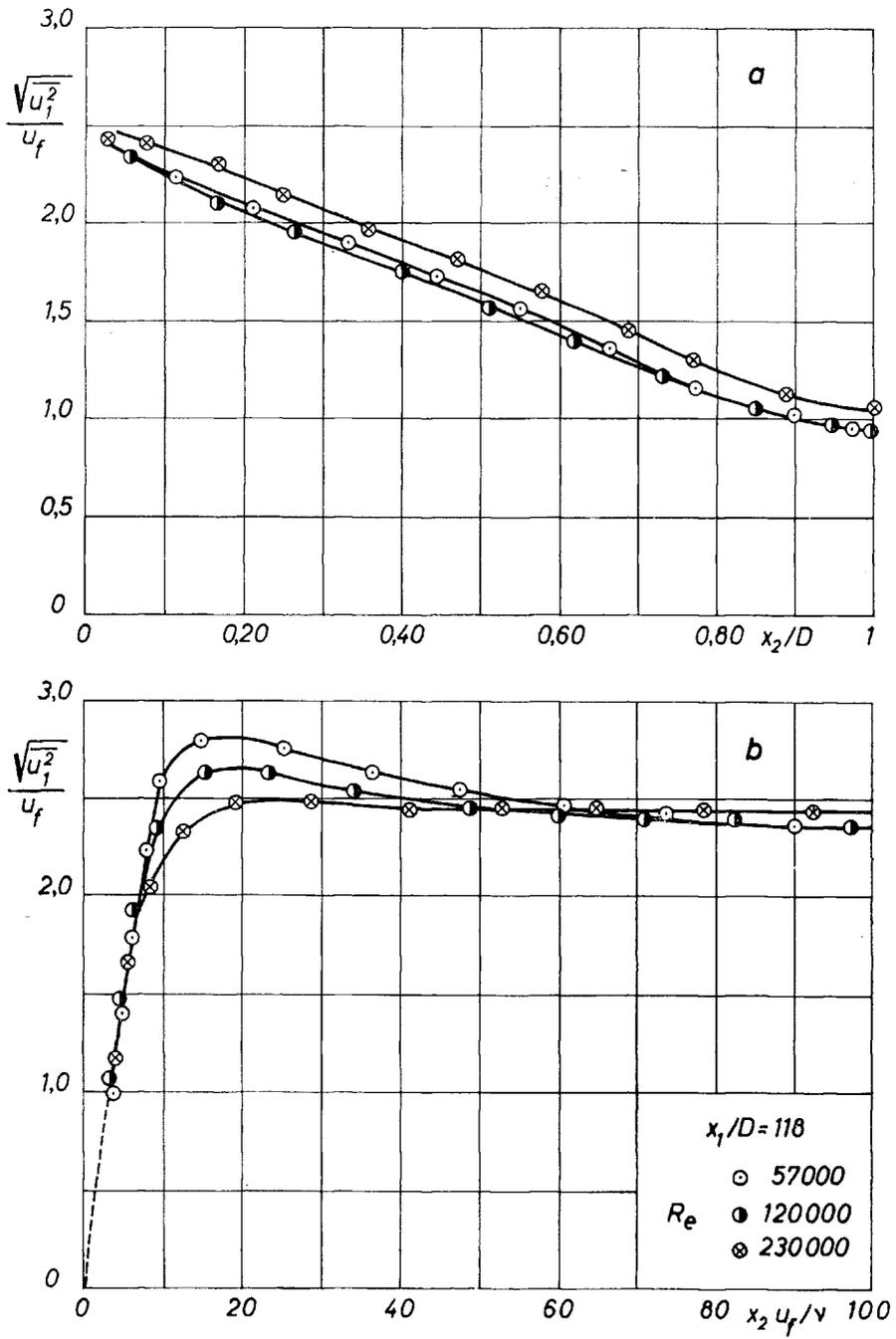


PLANCHE IV-11

Intensité des fluctuations  $u_i$  à différents nombres de Reynolds :

a) dans la région centrale ; b) près de la paroi.

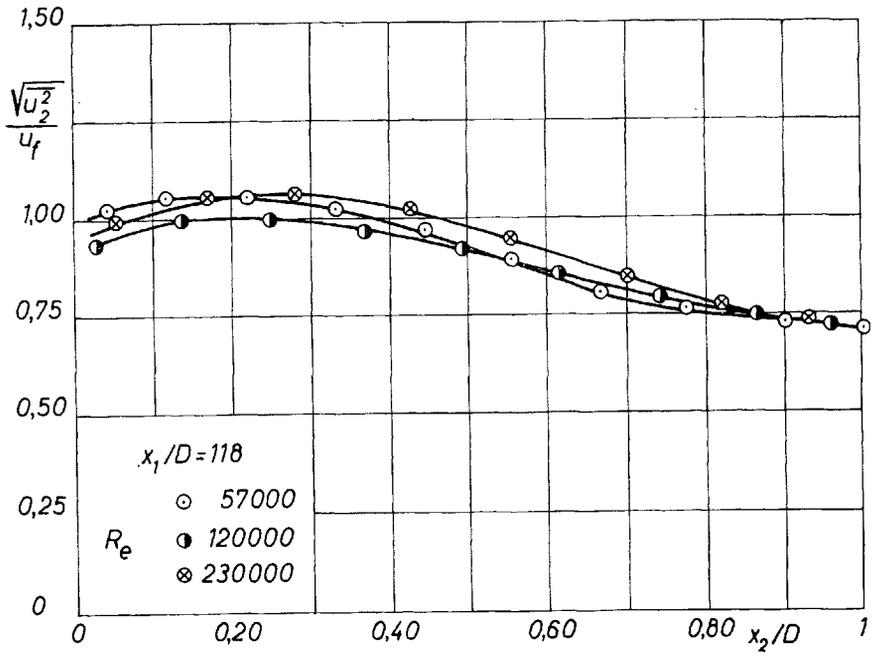


PLANCHE IV-12

Intensité des fluctuations  $u_2$  à différents nombres de Reynolds.

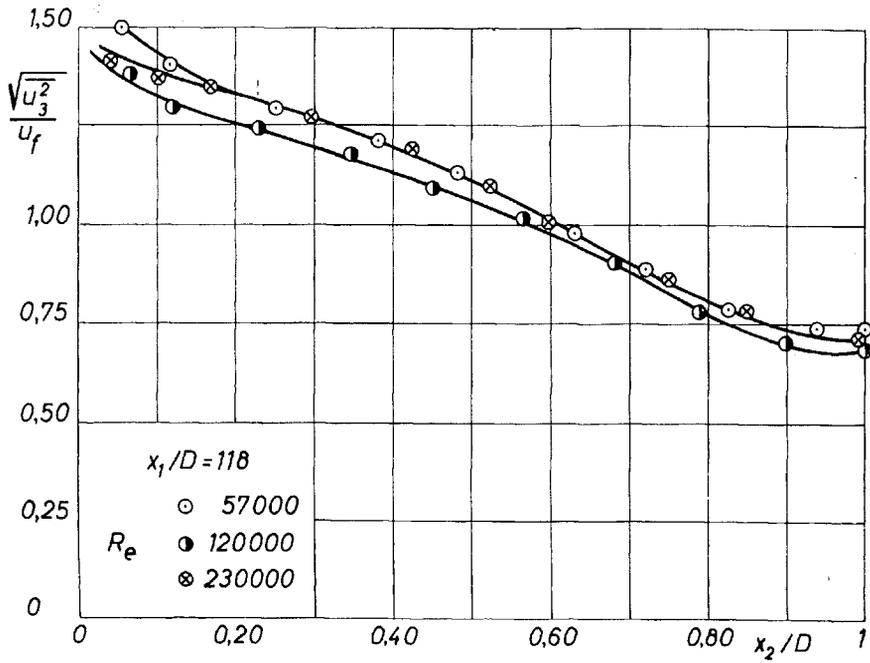


PLANCHE IV-13

Intensité des fluctuations  $u_3$  à différents nombres de Reynolds.

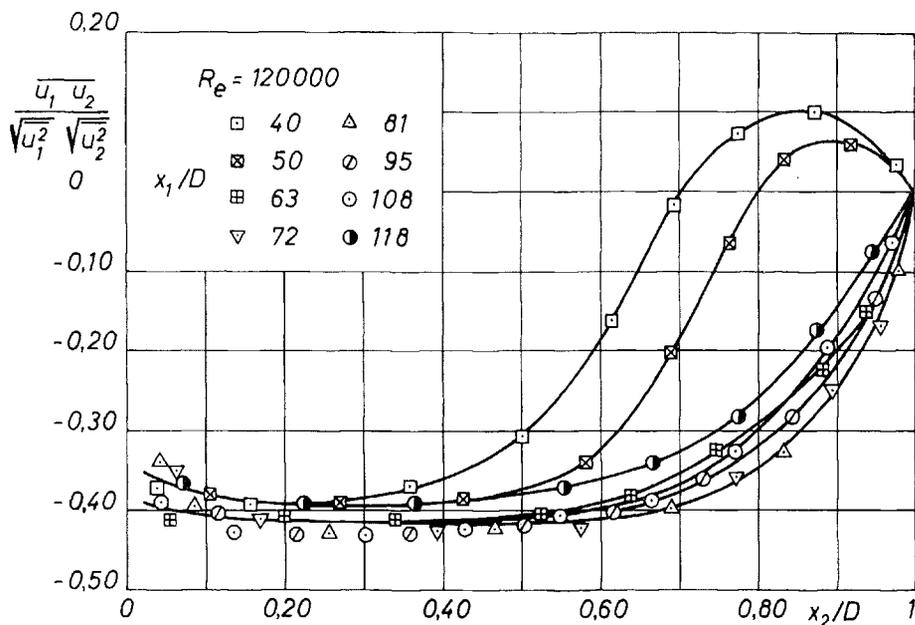


PLANCHE IV-14

Frottement turbulent à différentes distances de l'entrée.

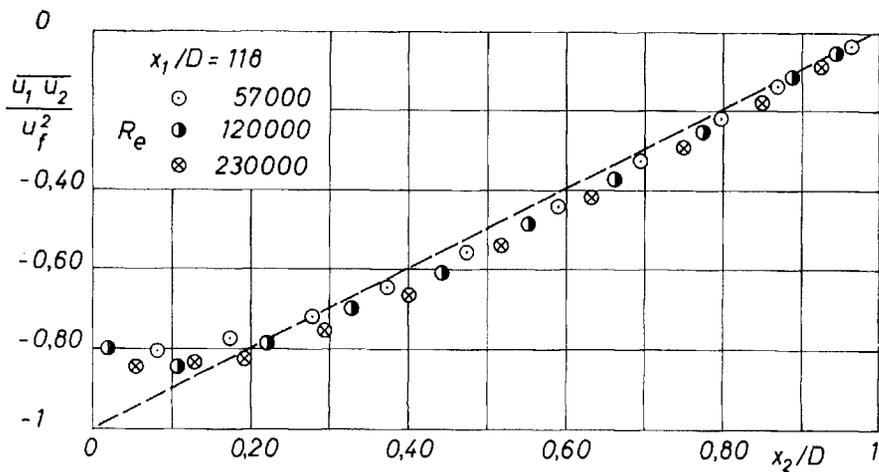


PLANCHE IV-15

Frottement turbulent à différents nombres de Reynolds.

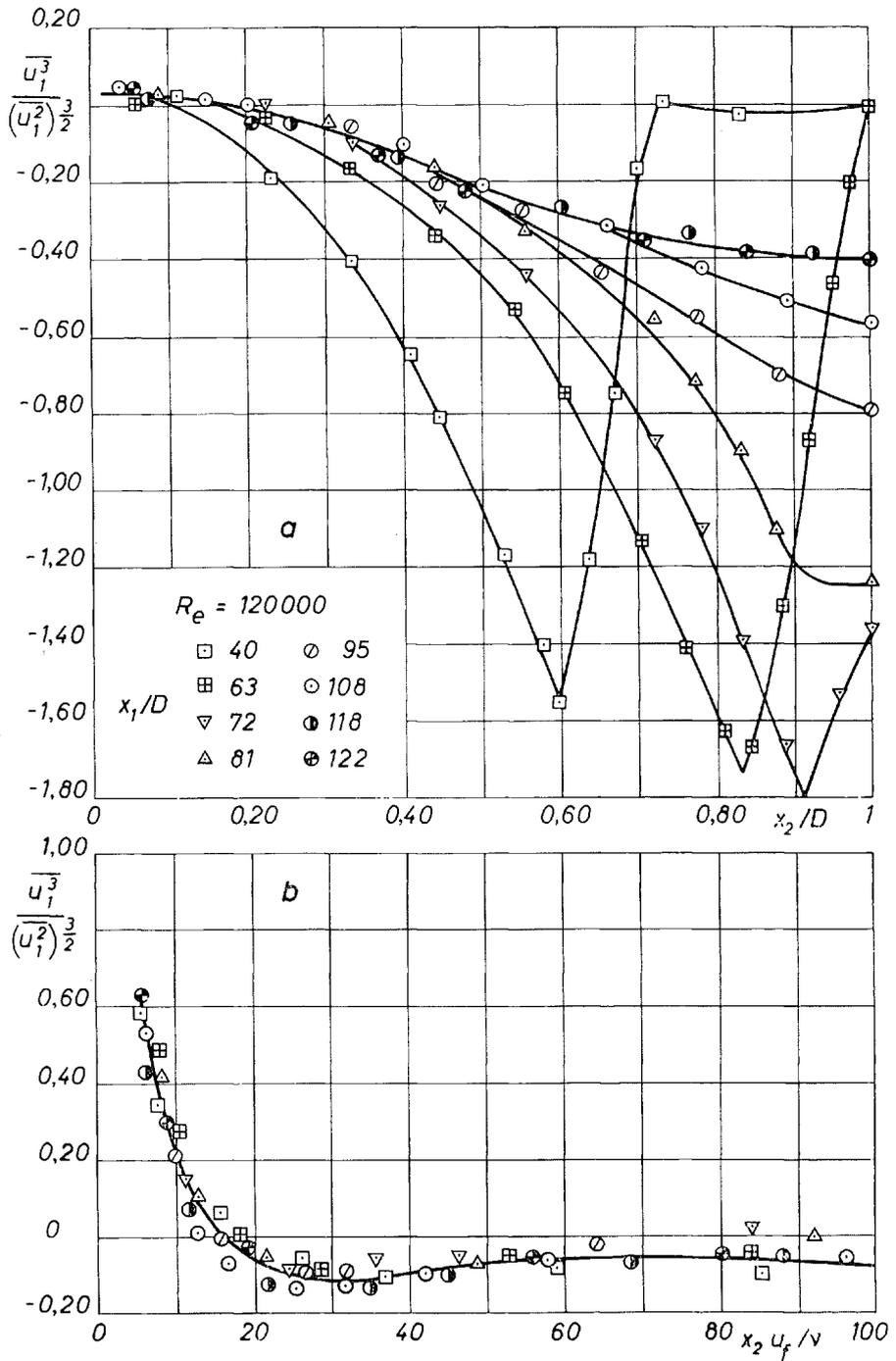


PLANCHE IV-16

Coefficient de dissymétrie des fluctuations  $u_1$  à différentes distances de l'entrée :  
 a) dans la région centrale ; b) près de la paroi.

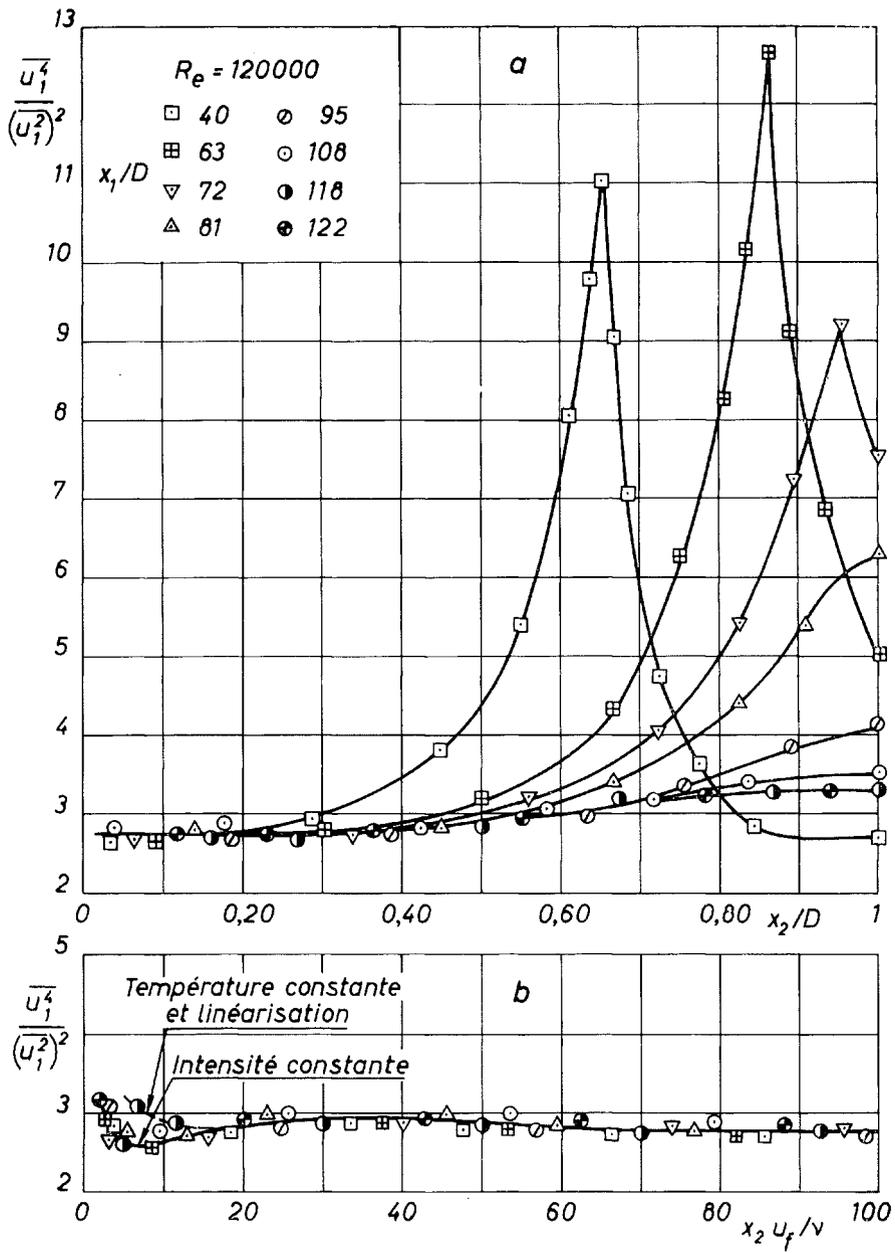


PLANCHE IV-17

Coefficient d'aplatissement des fluctuations  $u_1$  à différentes distances de l'entrée : a) dans la région centrale ; b) près de la paroi.

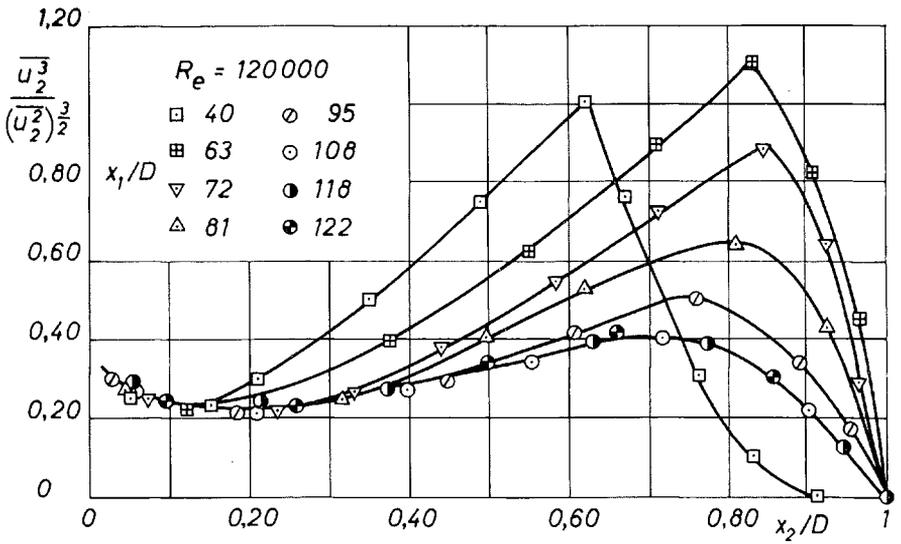


PLANCHE IV-18

Coefficient de dissymétrie des fluctuations  $u_2$   
à différentes distances de l'entrée.

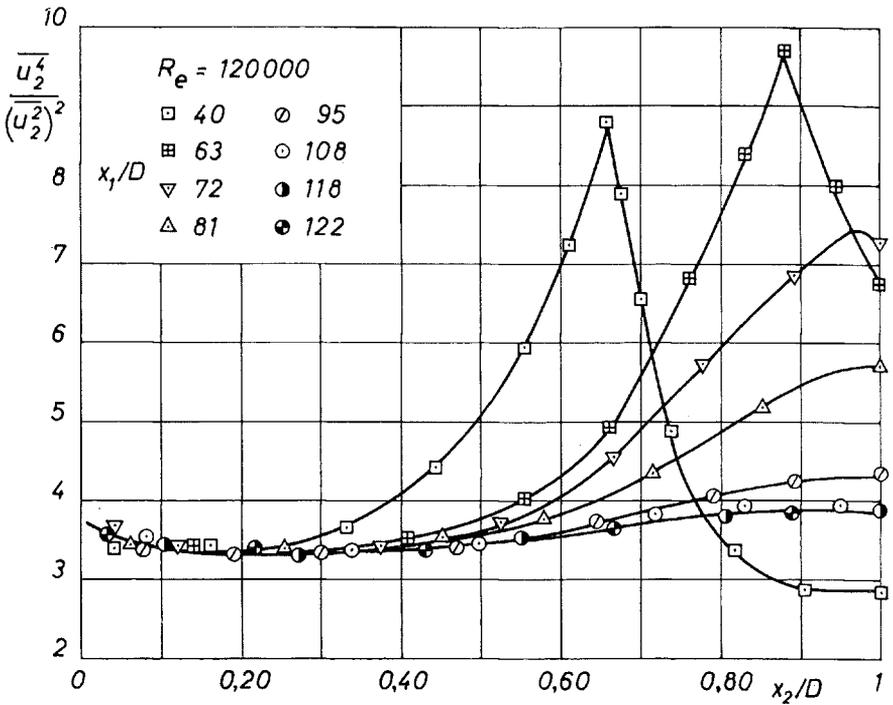


PLANCHE IV-19

Coefficient d'aplatissement des fluctuations  $u_2$   
à différentes distances de l'entrée.

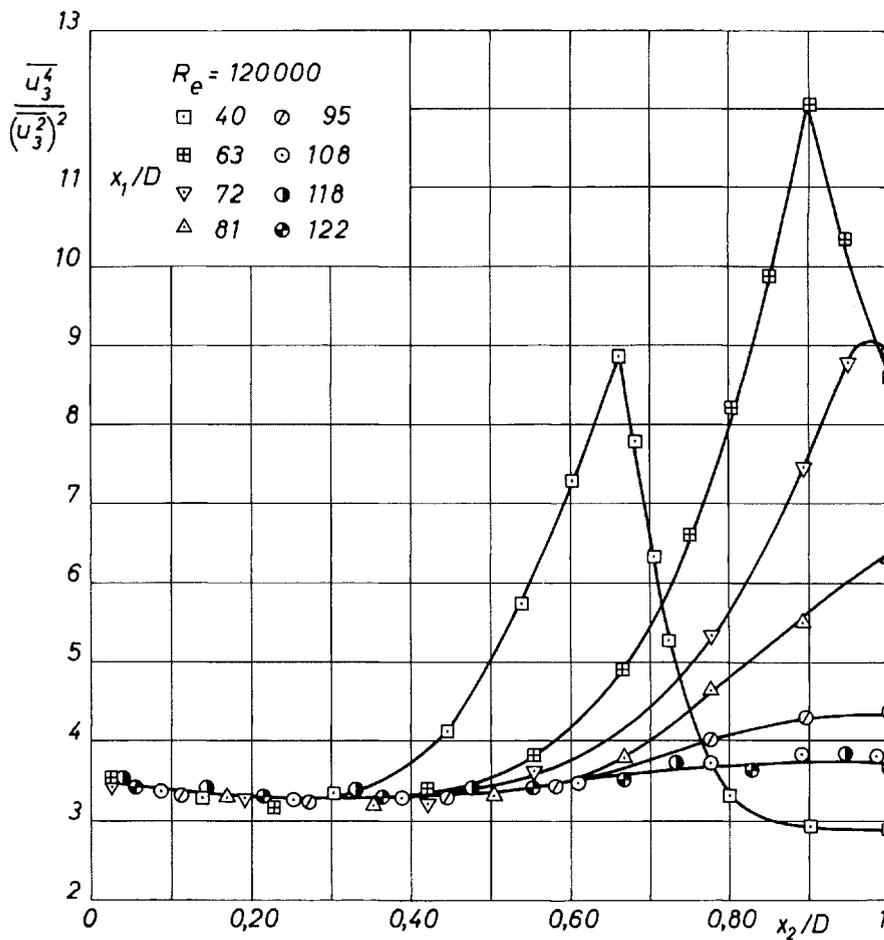


PLANCHE IV-20

Coefficient d'aplatissement des fluctuations  $u_3$   
à différentes distances de l'entrée.

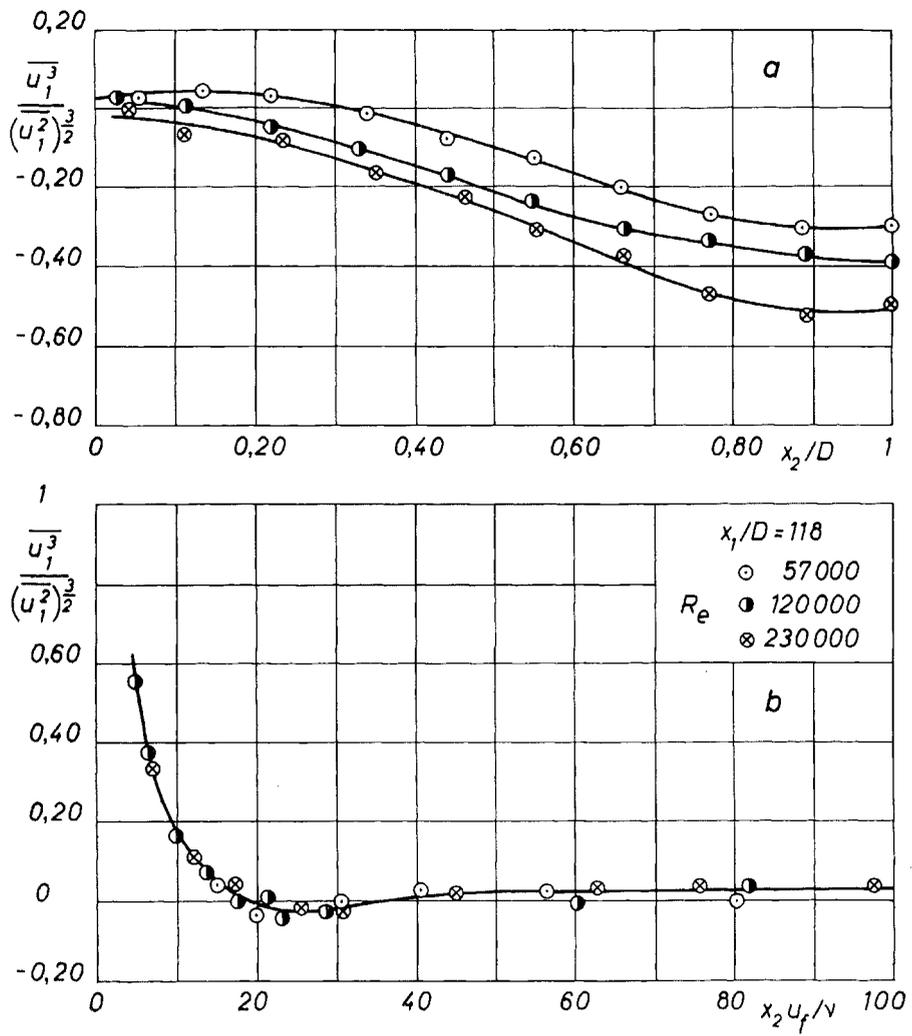


PLANCHE IV-21

Coefficient de dissymétrie des fluctuations  $u_1$  à différents nombres de Reynolds :  
 a) dans la région centrale ; b) près de la paroi.

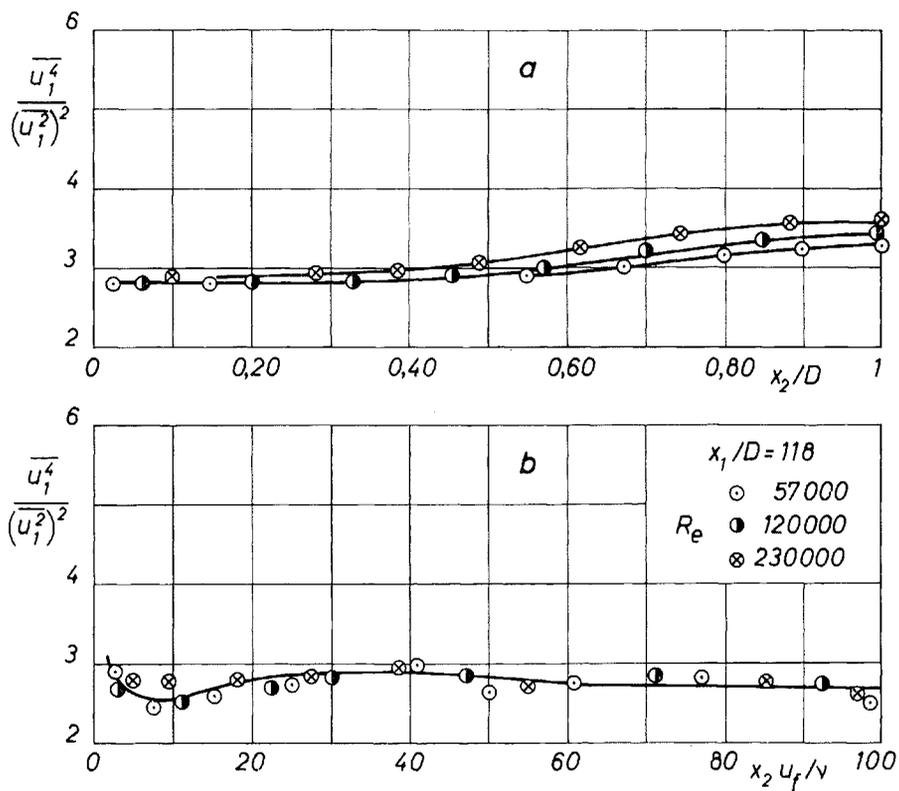


PLANCHE IV-22

Coefficient d'aplatissement des fluctuations  $u_1$  à différents nombres de Reynolds :

a) dans la région centrale ; b) près de la paroi.

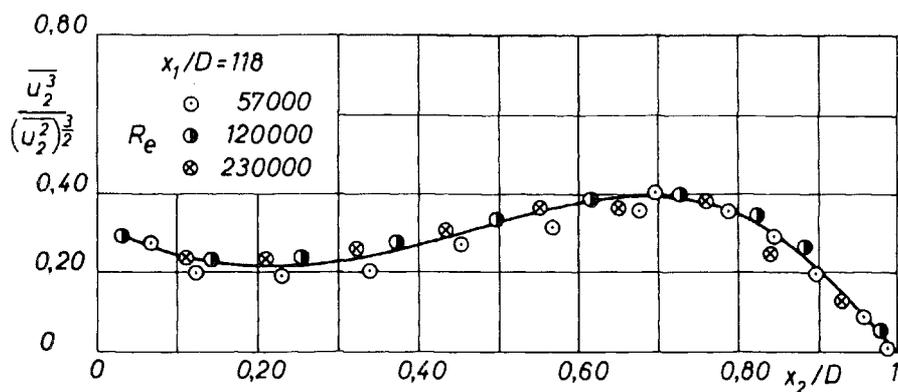


PLANCHE IV-23

Coefficient de dissymétrie des fluctuations  $u_2$  à différents nombres de Reynolds.

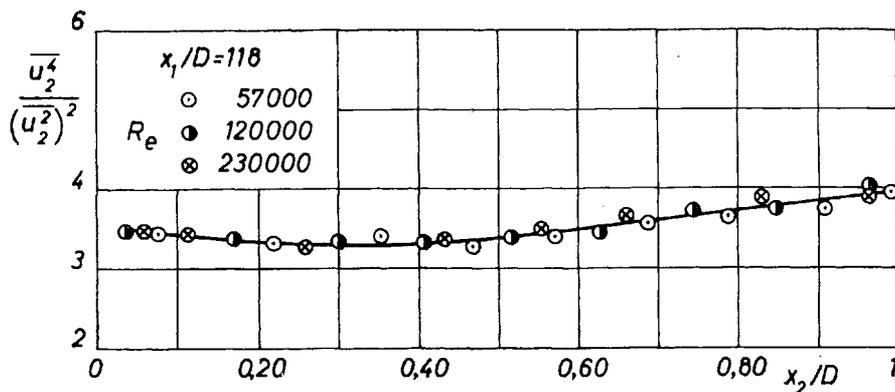


PLANCHE IV-24

Coefficient d'aplatissement des fluctuations  $u_2$  à différents nombres de Reynolds.

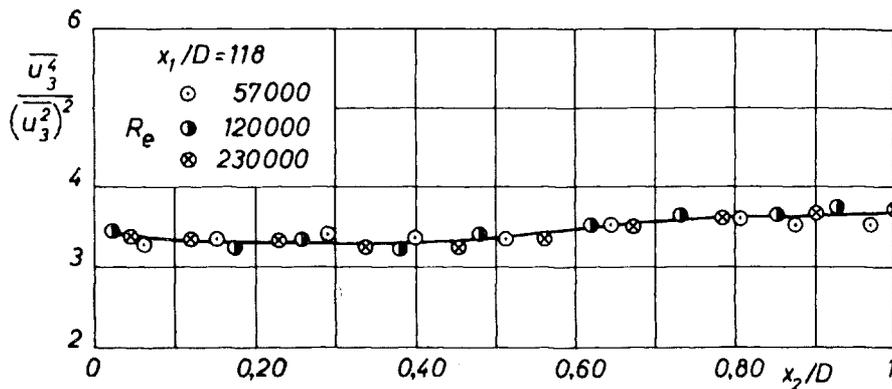


PLANCHE IV-25

Coefficient d'aplatissement des fluctuations  $u_3$  à différents nombres de Reynolds.

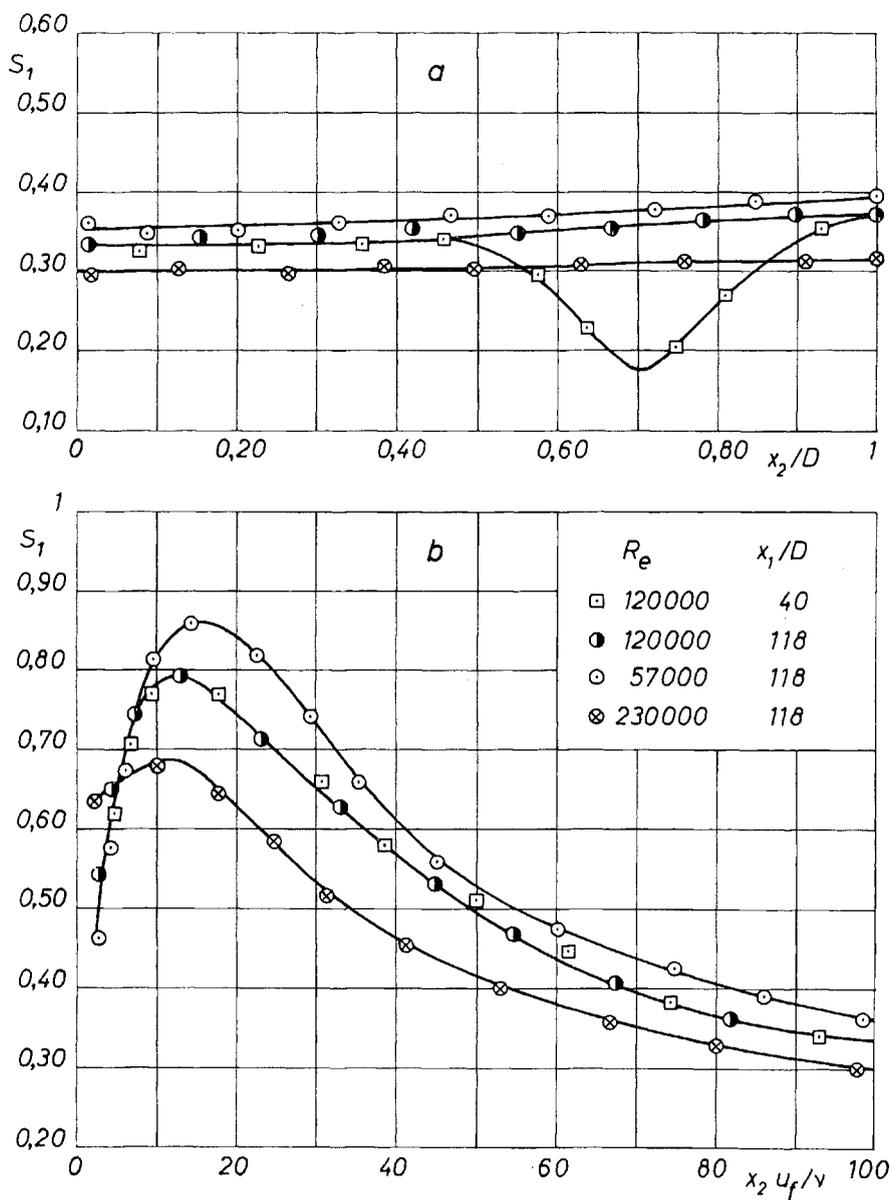


PLANCHE IV-26

Coefficient de dissymétrie des dérivées par rapport à  $x_1$  des fluctuations  $u_1$  : a) dans la région centrale ; b) près de la paroi.

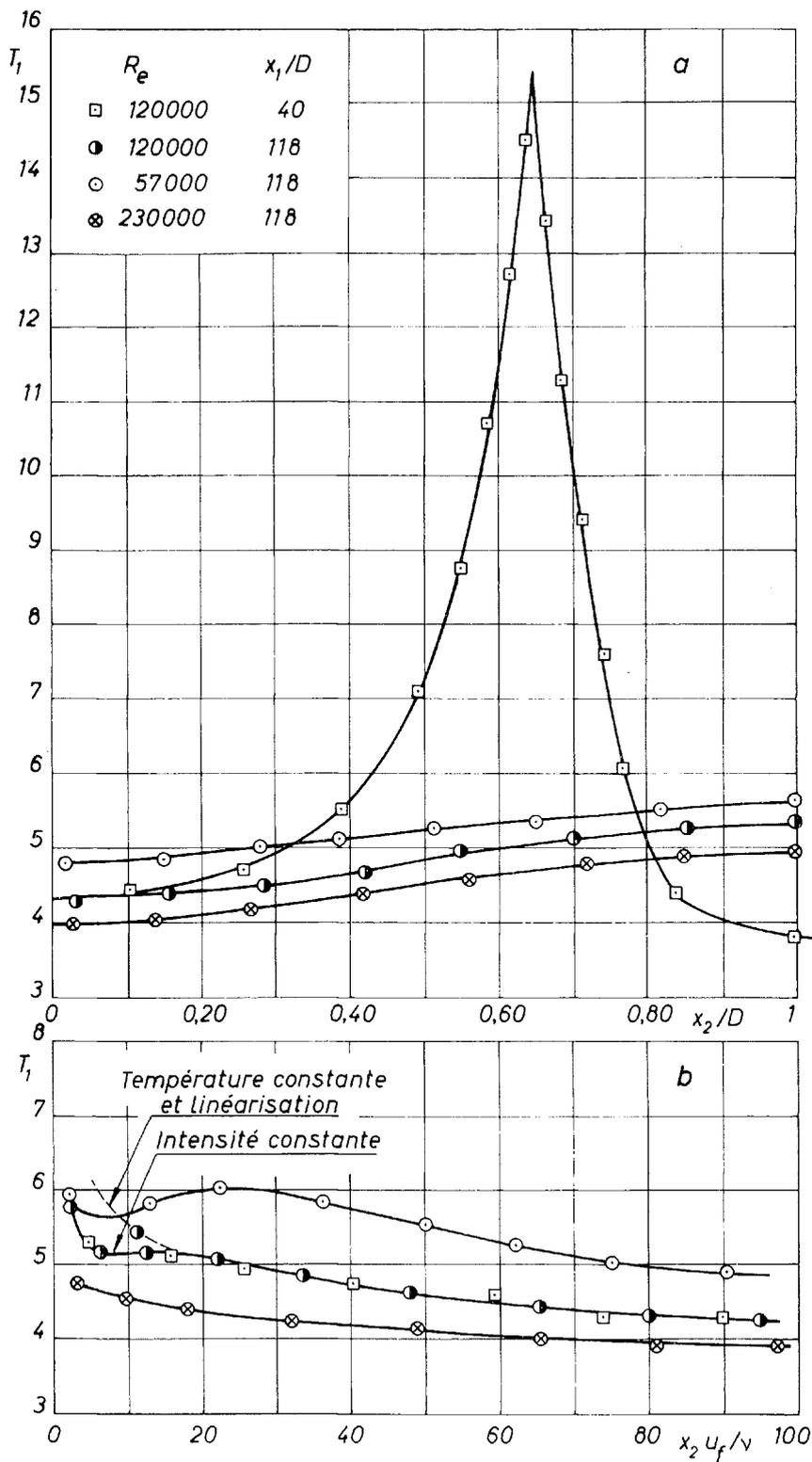


PLANCHE IV-28

Coefficient d'aplatissement des dérivées par rapport à  $x_1$  des fluctuations  $u_1$  : a) dans la région centrale ; b) près de la paroi.

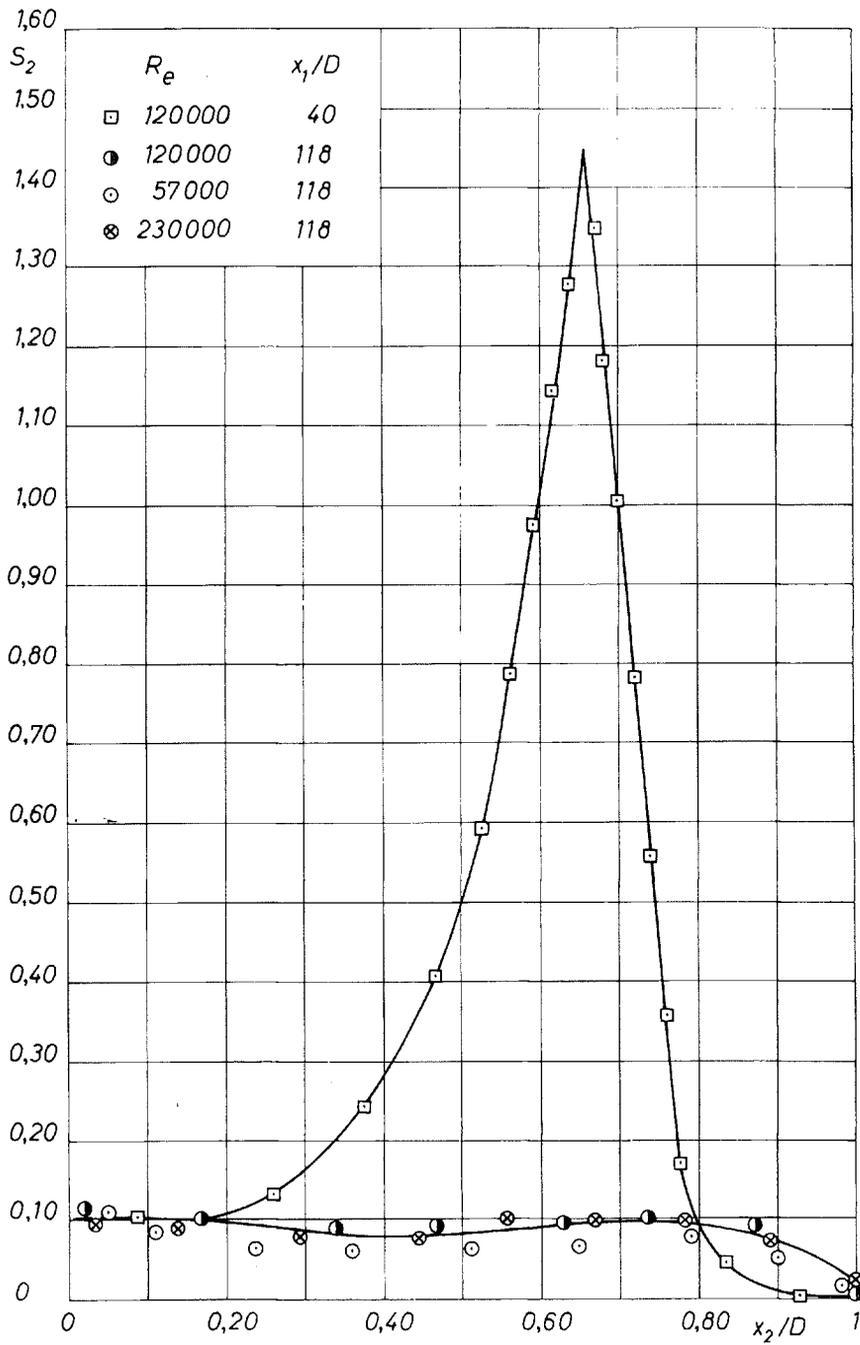


PLANCHE IV-27

Coefficient de dissymétrie des dérivées par rapport à  $x_1$   
des fluctuations  $u_2$ .

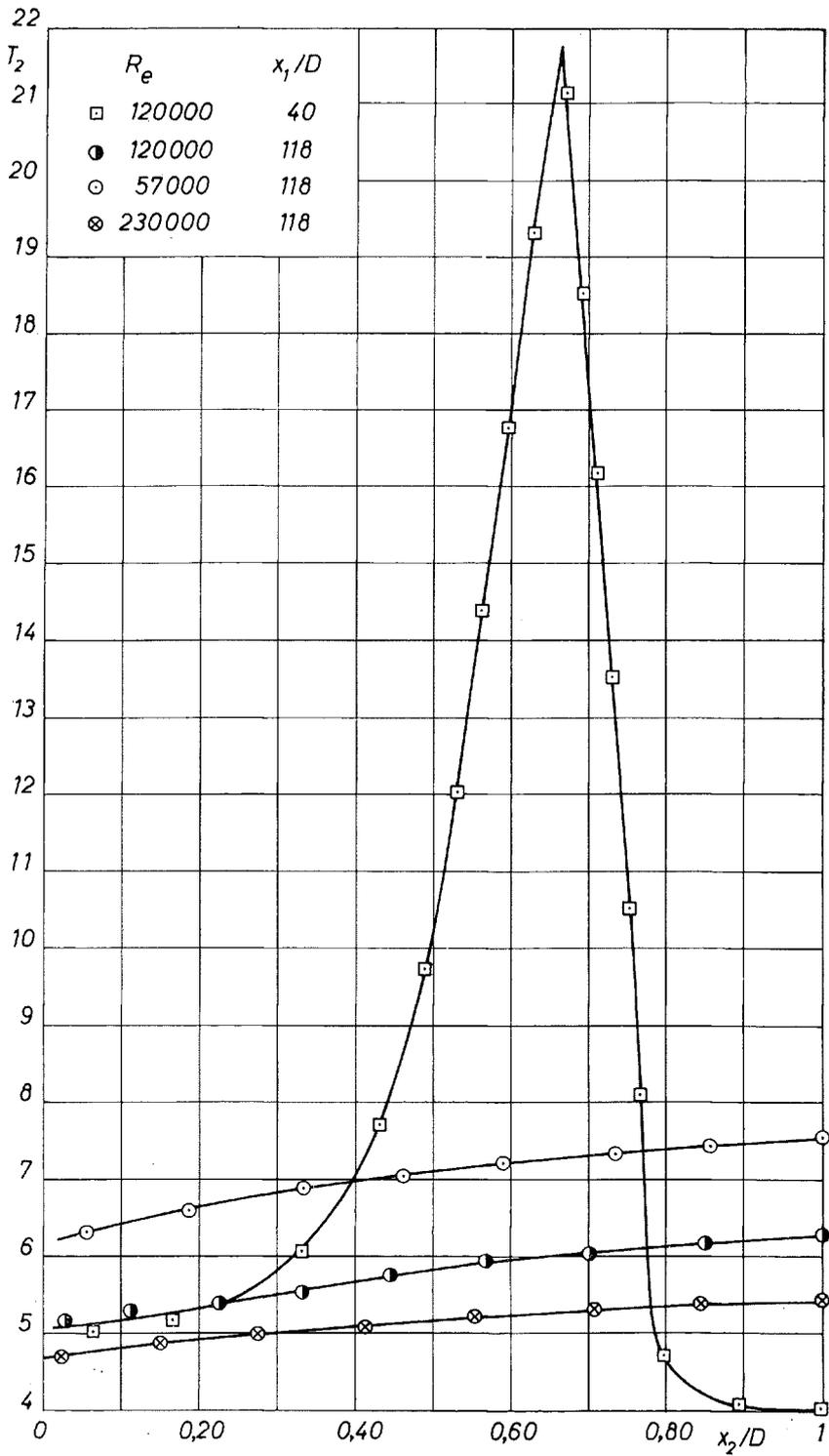


PLANCHE IV-29

Coefficient d'aplatissement des dérivées par rapport à  $x_1$  des fluctuations  $u_2$ .

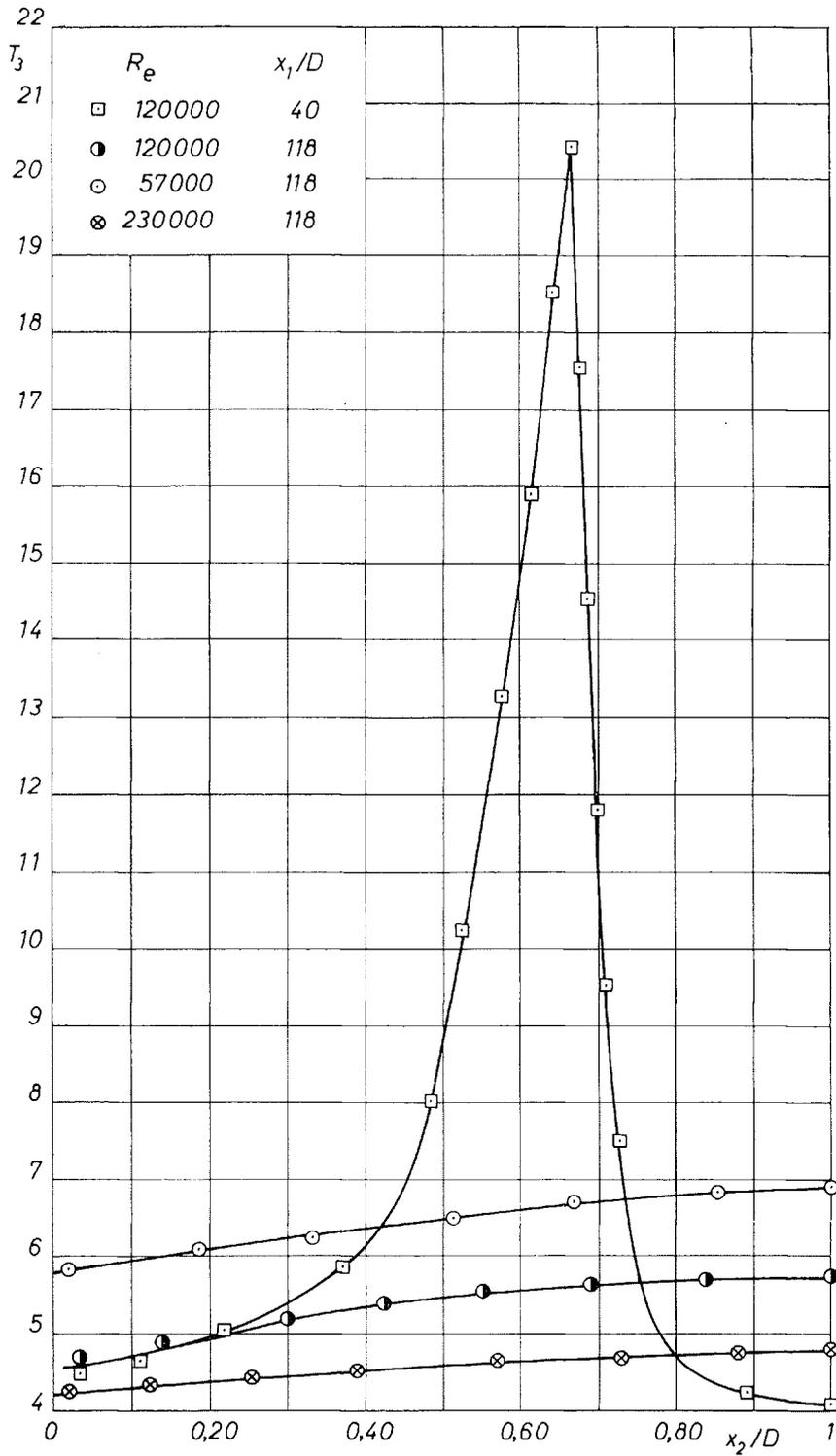


PLANCHE IV-30

Coefficient d'aplatissement des dérivées par rapport à  $x_1$  des fluctuations  $u_a$ .

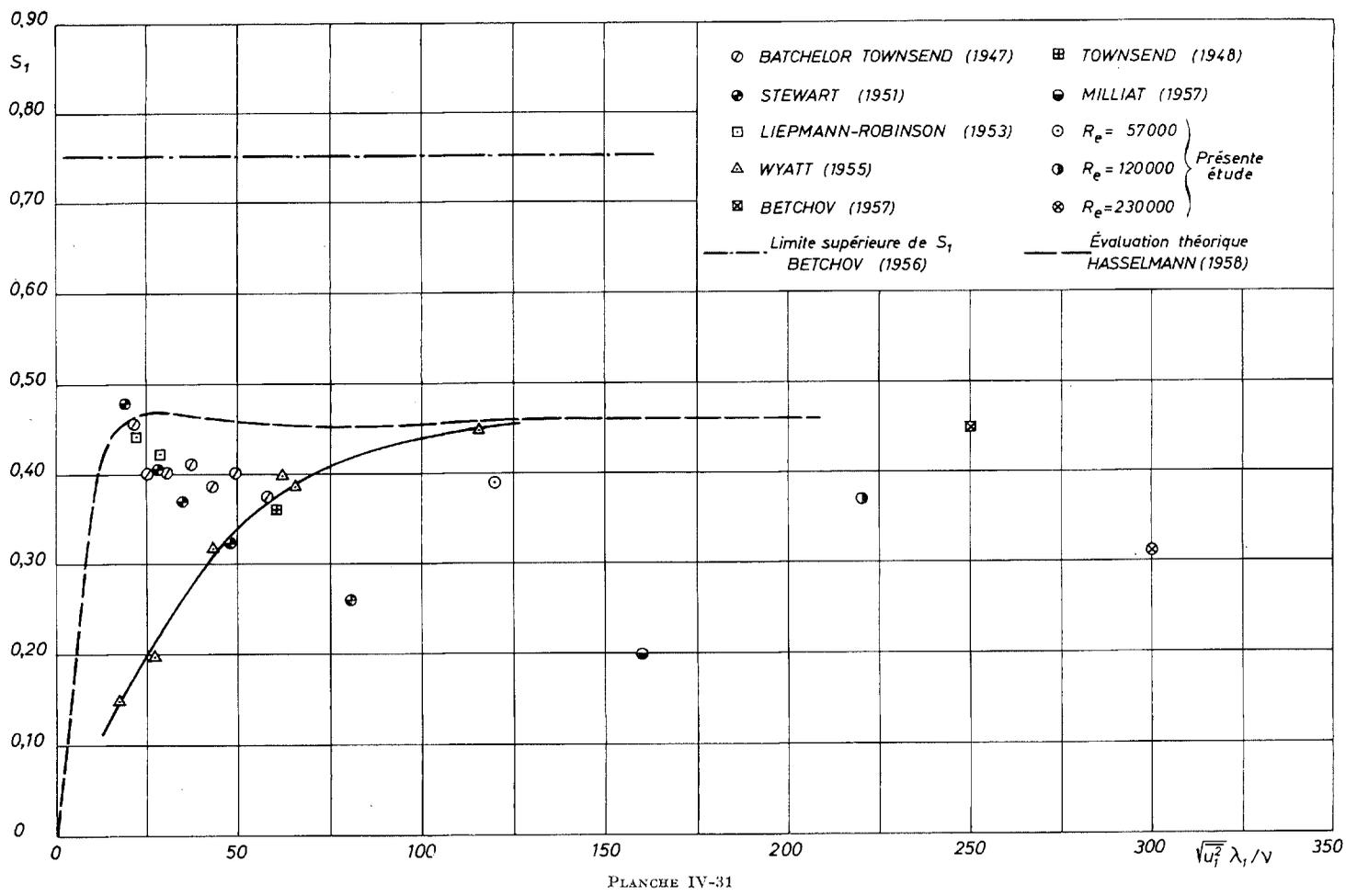


PLANCHE IV-31  
Coefficient de dissymétrie des dérivées par rapport à  $x_1$  des fluctuations  $u_1$  d'après divers essais.

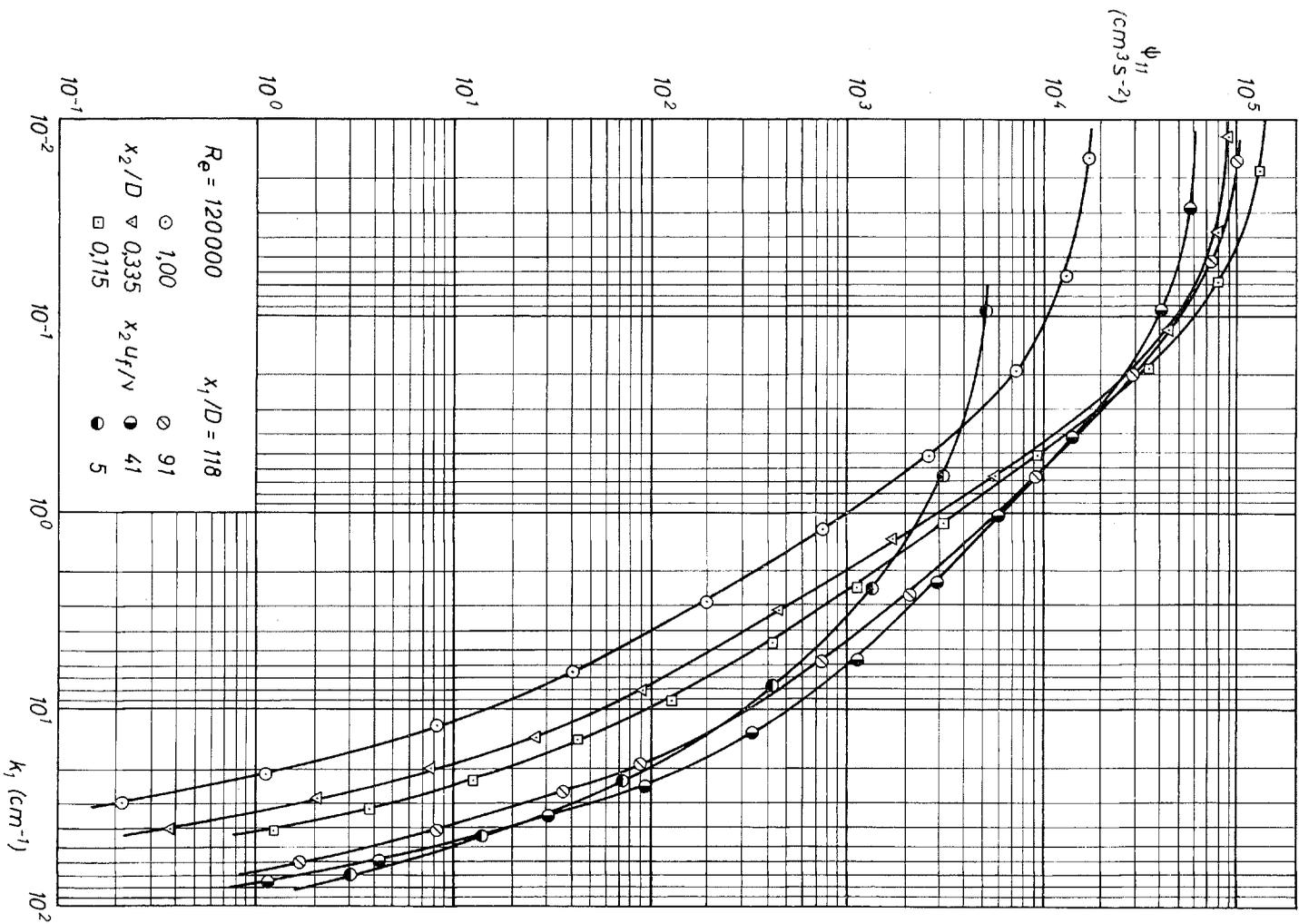


PLANCHE IV-32  
Spectres de  $u_1^2$  à différentes distances de la paroi.

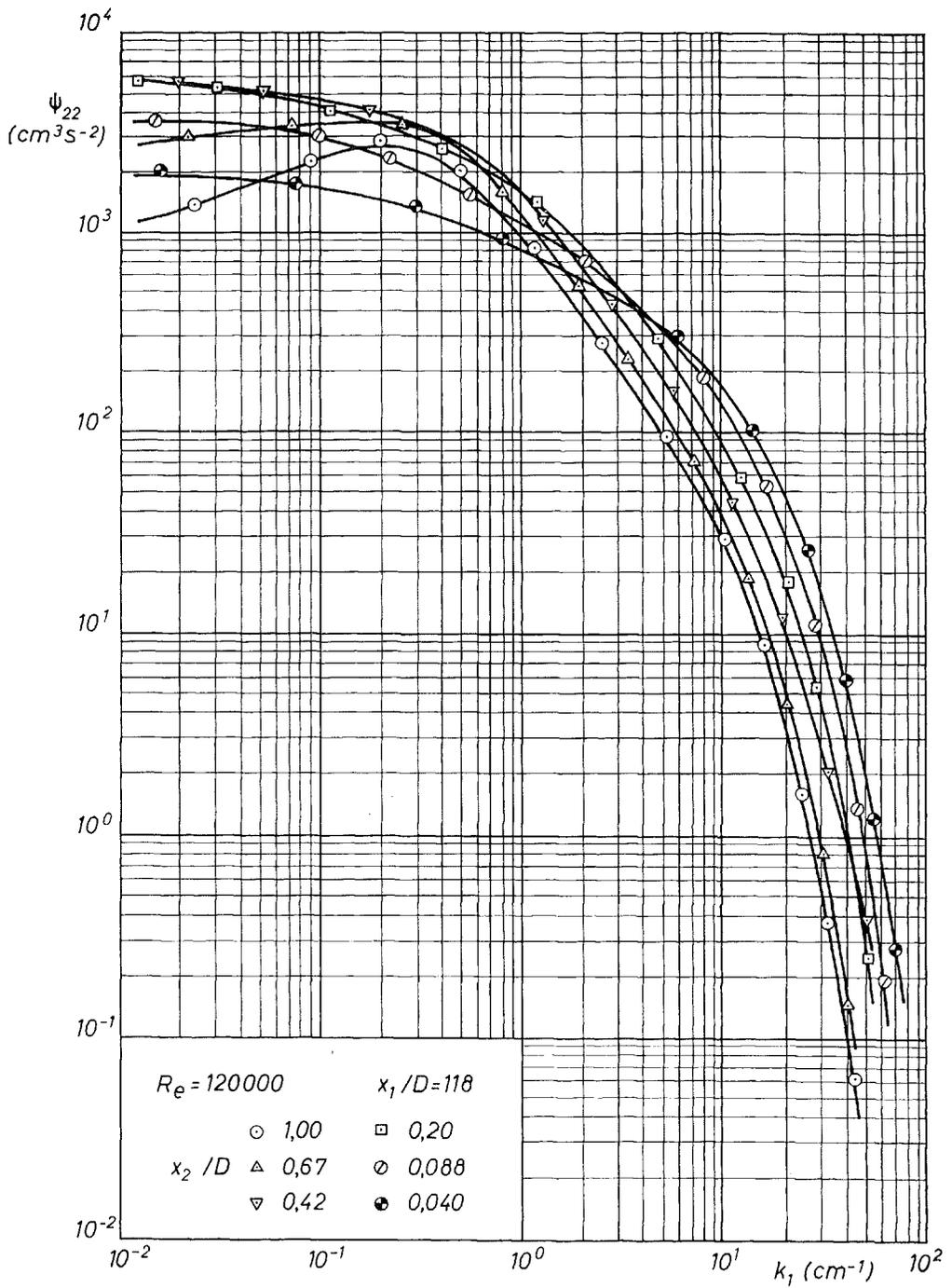


PLANCHE IV-33

Spectres de  $\overline{u_1^2}$  à différentes distances de la paroi.

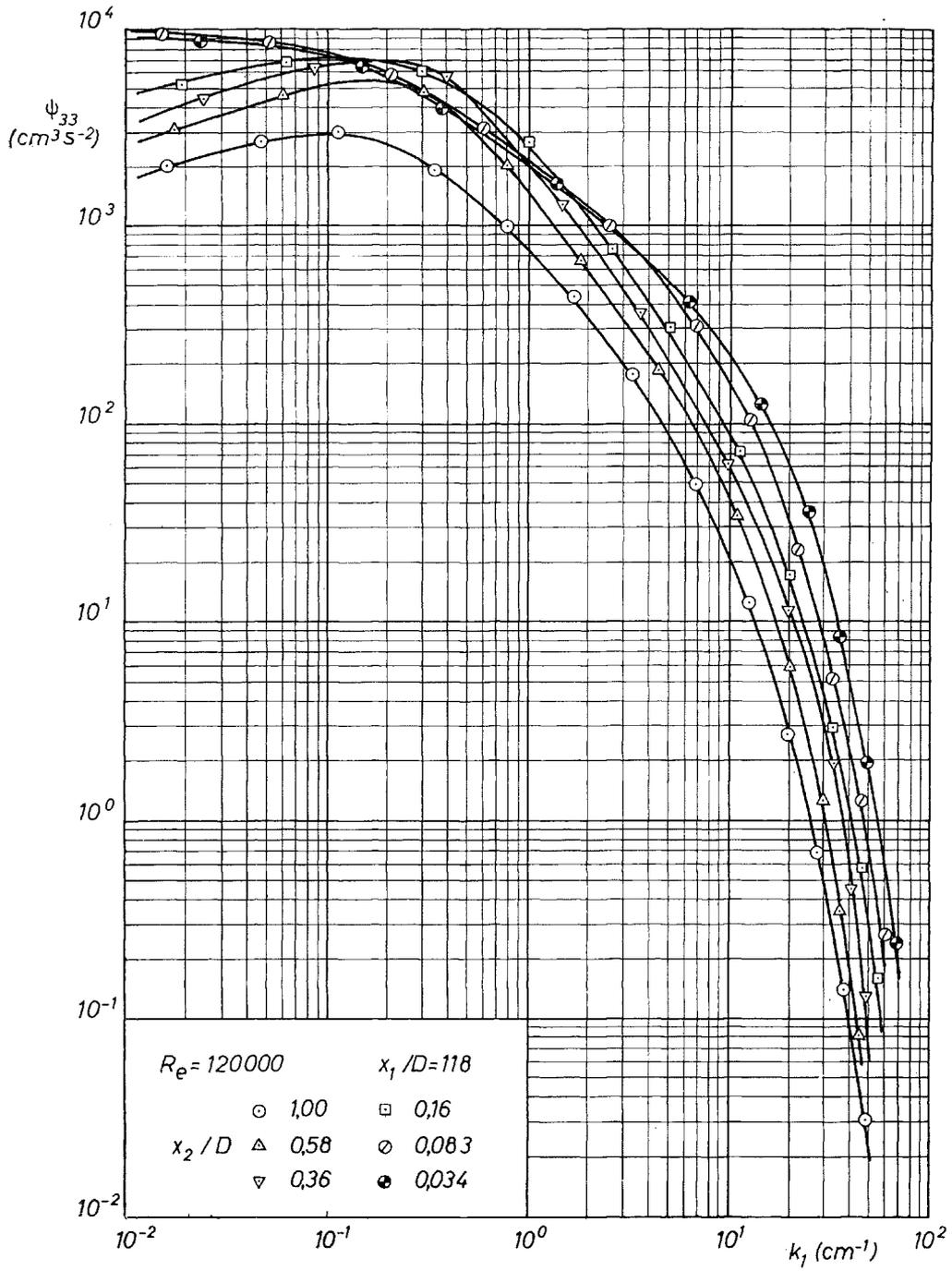


PLANCHE IV-34

Spectres de  $\overline{u_3^2}$  à différentes distances de la paroi.

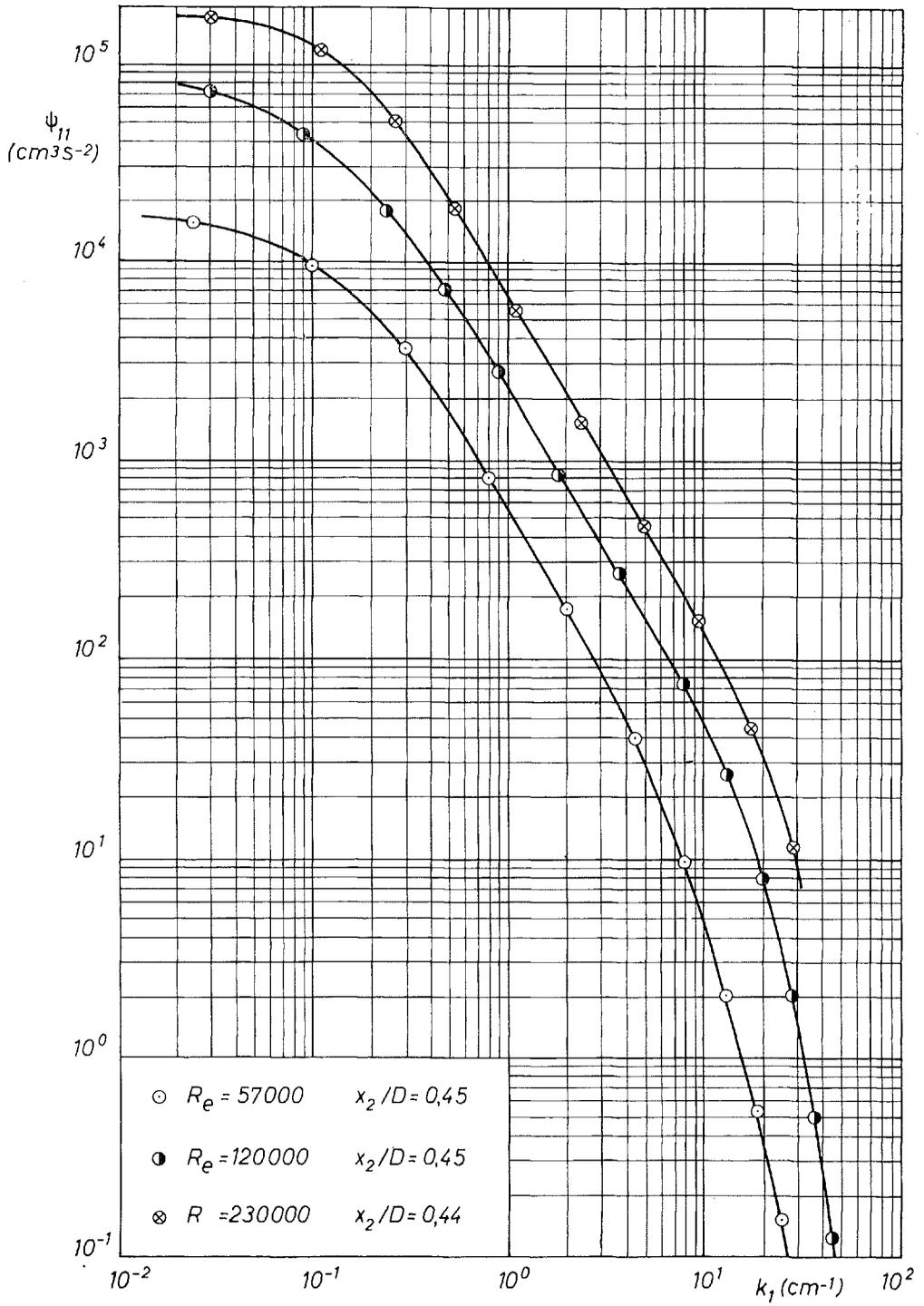


PLANCHE IV-35

Spectres de  $\overline{u_1^2}$  à différents nombres de Reynolds.

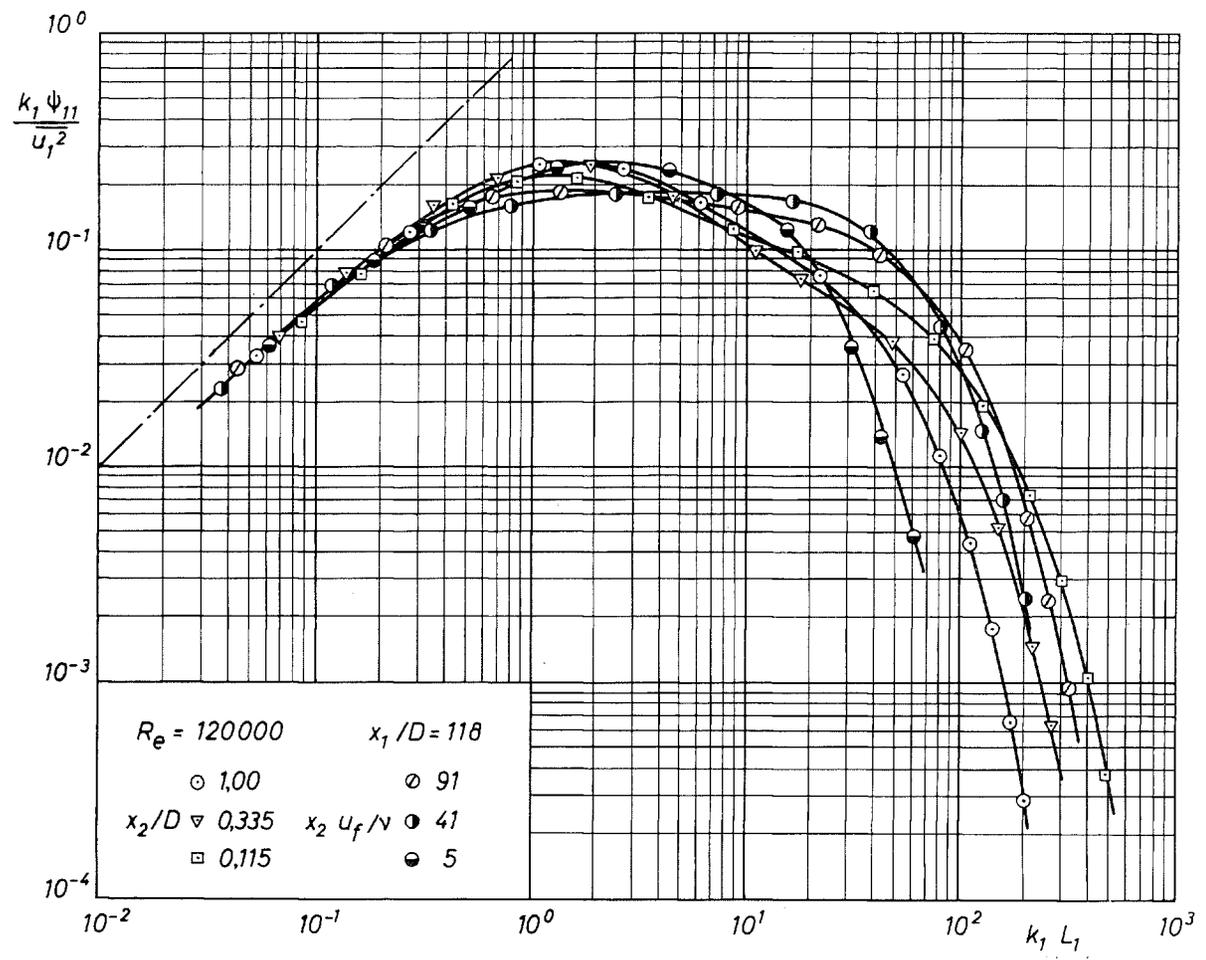


PLANCHE IV-36

Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{11}$  utilisant la longueur de corrélation  $L_1$  et l'intensité de turbulence  $\overline{u_1^2}$ .

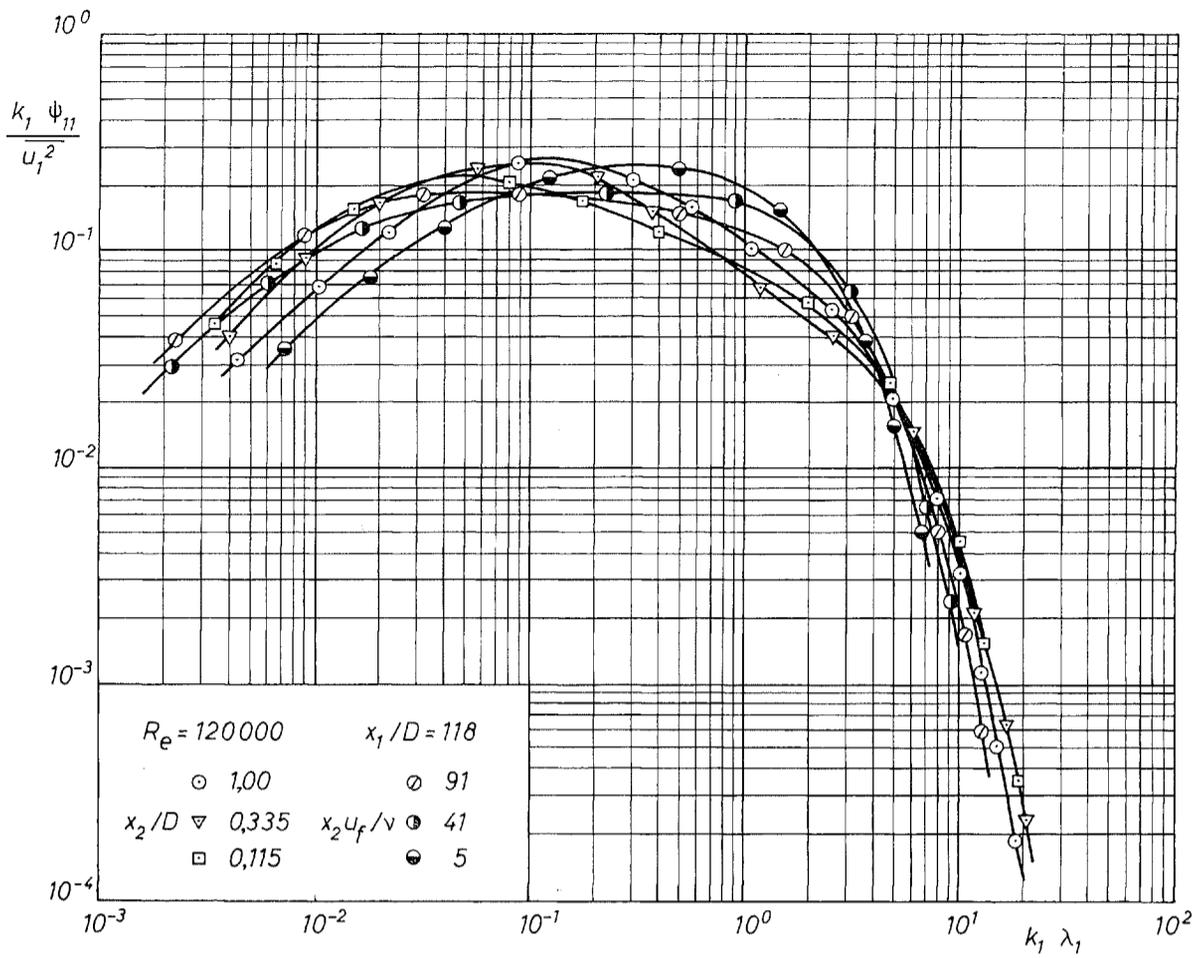


PLANCHE IV-37  
 Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{11}$  utilisant l'échelle  
 de TAYLOR  $\lambda_1$  et l'intensité de turbulence  $u_1^2$ .

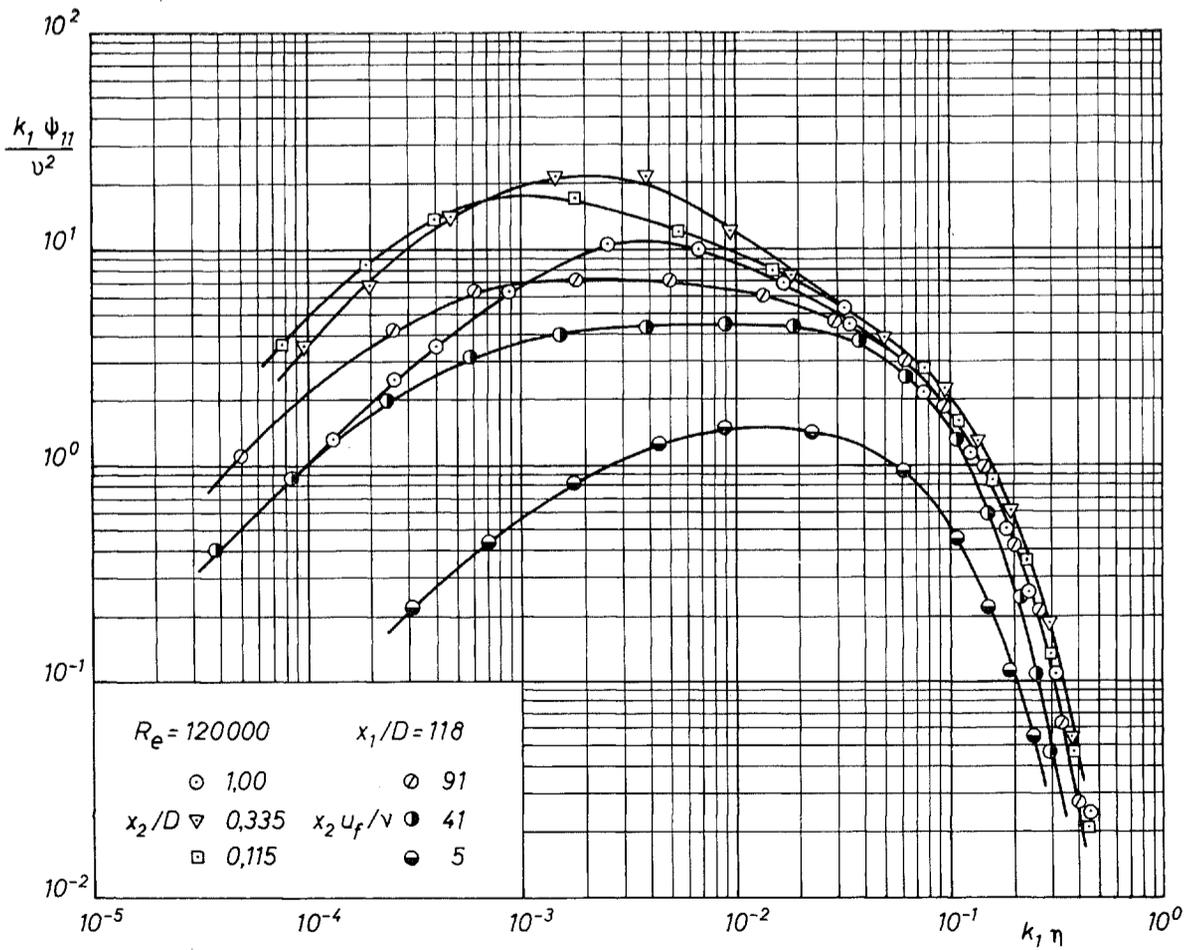


PLANCHE IV-38  
 Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{11}$  utilisant les échelles de KOLMOGOROV  $\eta$  et  $v$ .

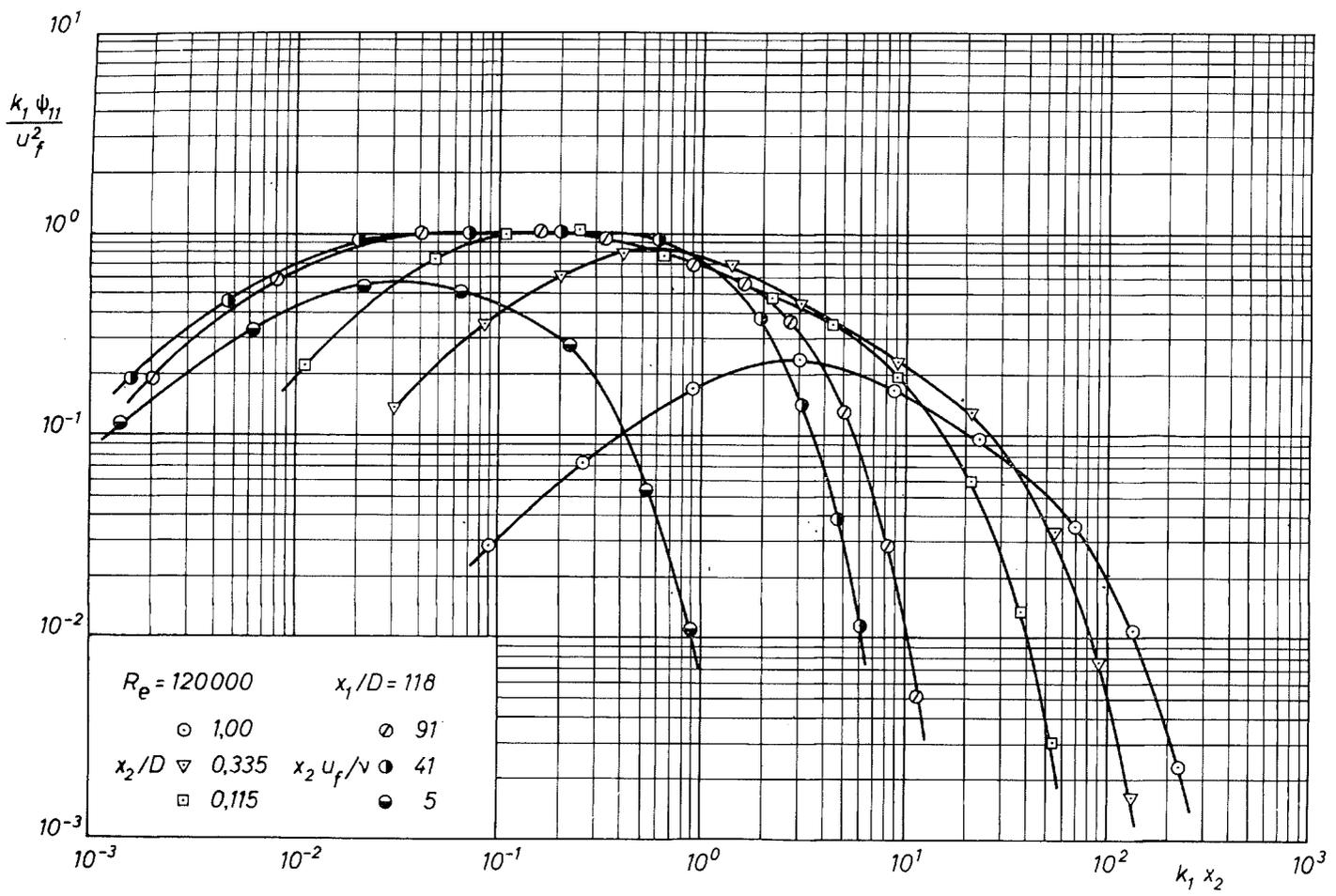


PLANCHE IV-39

Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{11}$  utilisant la distance  $x_2$  à la paroi et la vitesse de frottement  $u_f$ .

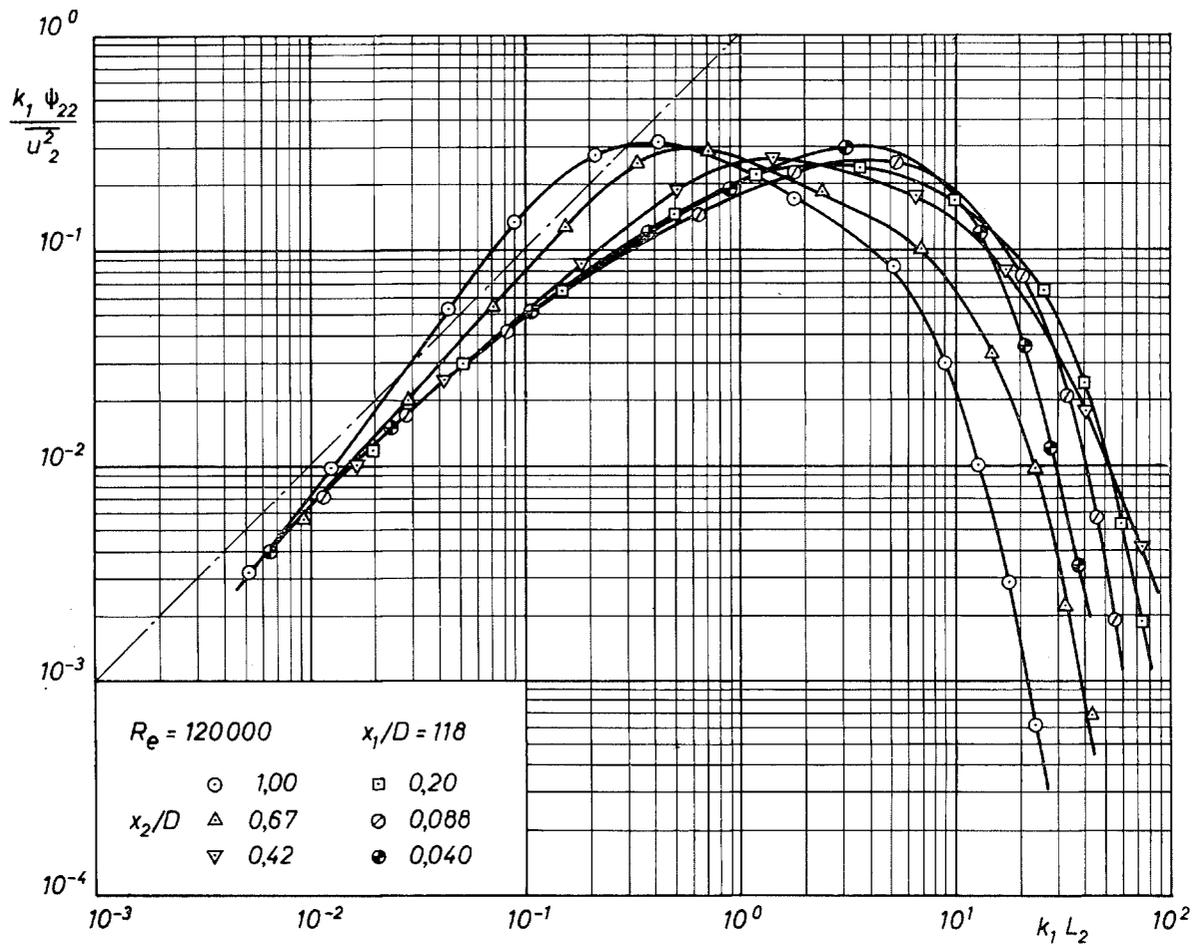


PLANCHE IV-40

Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{22}$  utilisant la longueur de corrélation  $L_2$  et l'intensité de turbulence  $\overline{u_2^2}$ .

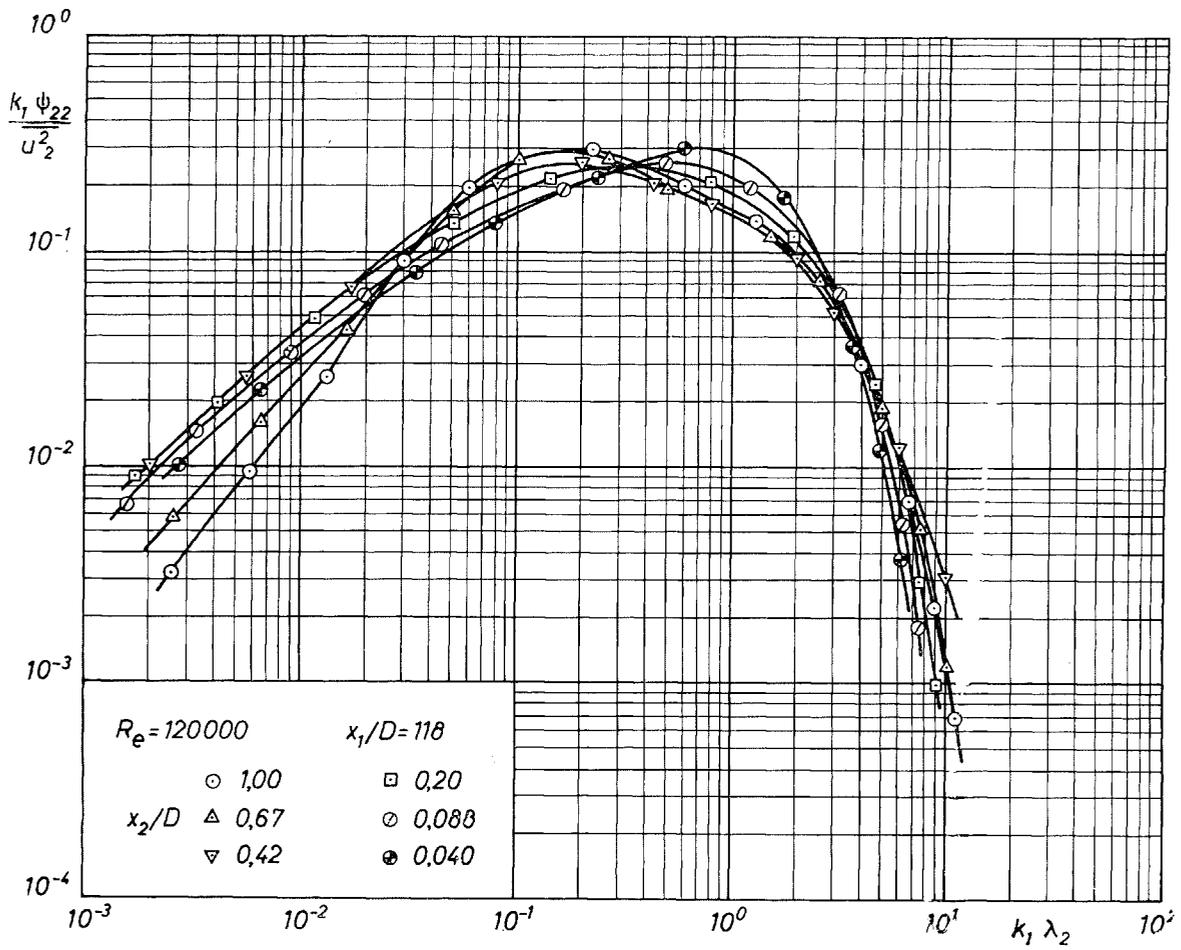


PLANCHE IV-41  
 Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{22}$   
 utilisant l'échelle de TAYLOR  $\lambda_2$  et l'intensité de turbulence  $\overline{u_2^2}$ .

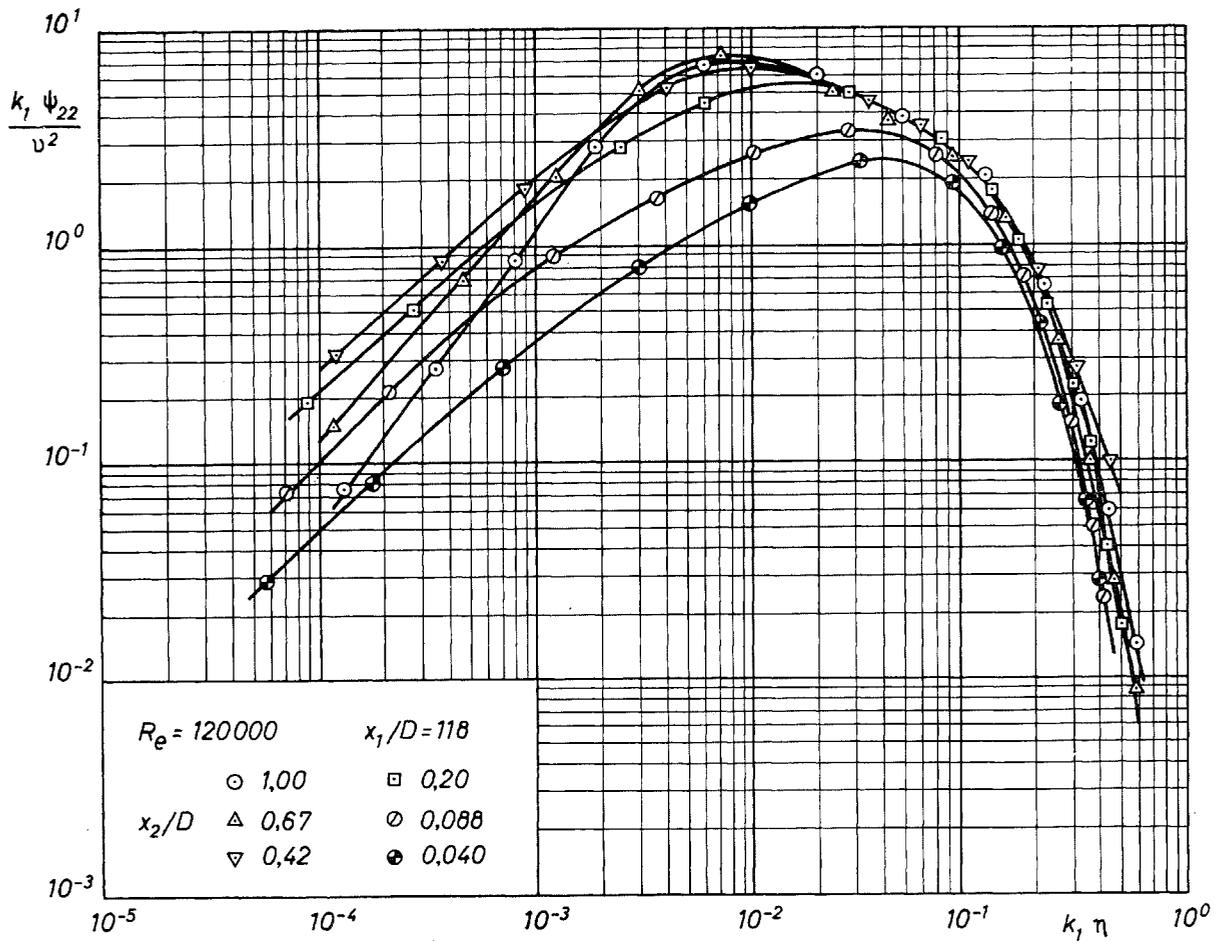


PLANCHE IV-42  
 Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{22}$  utilisant les échelles de KOLMOGOROV  $\eta$  et  $\nu$ .

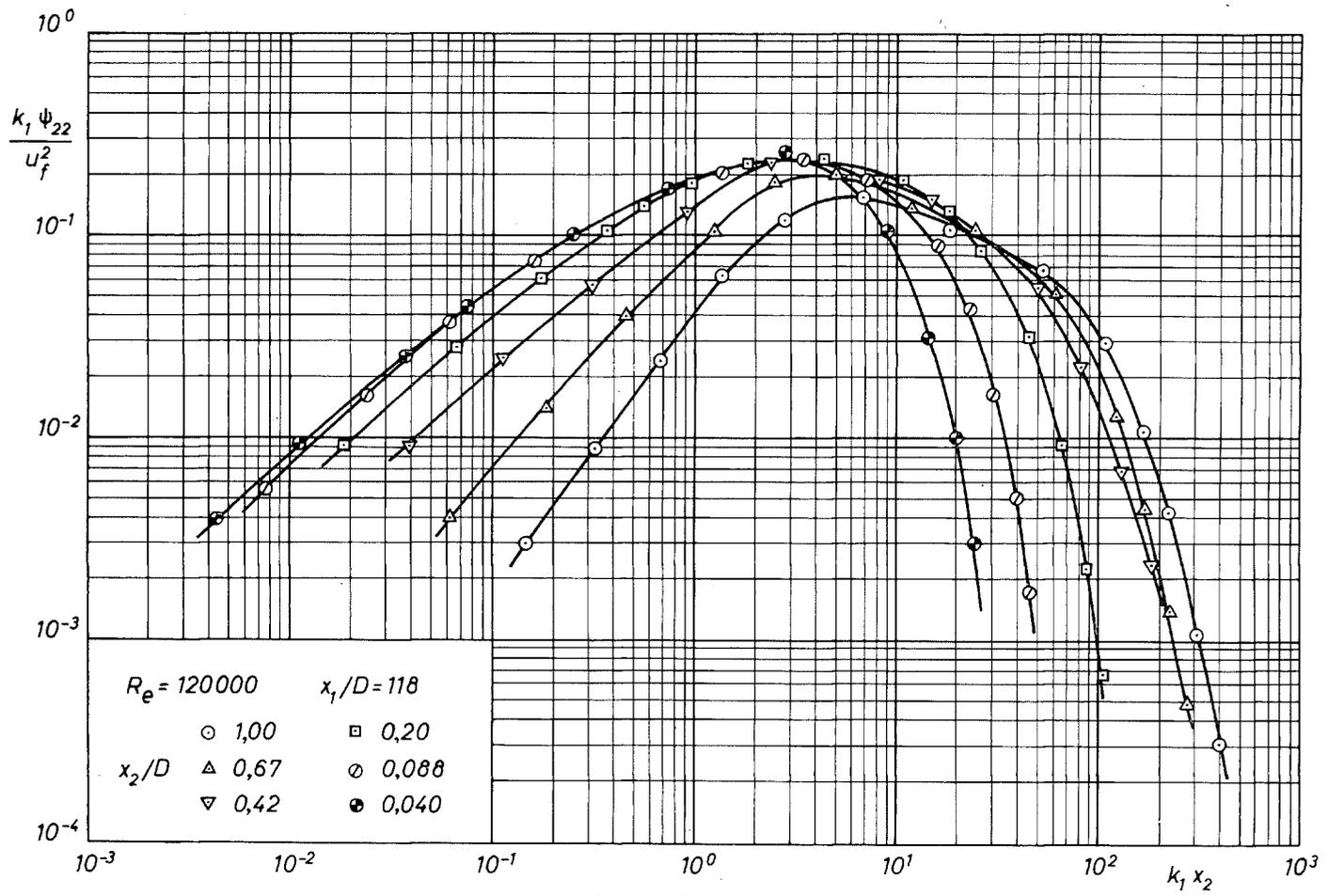


PLANCHE IV-13

Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{22}$  utilisant la distance à la paroi  $x_2$  et la vitesse de frottement  $u_f$ .

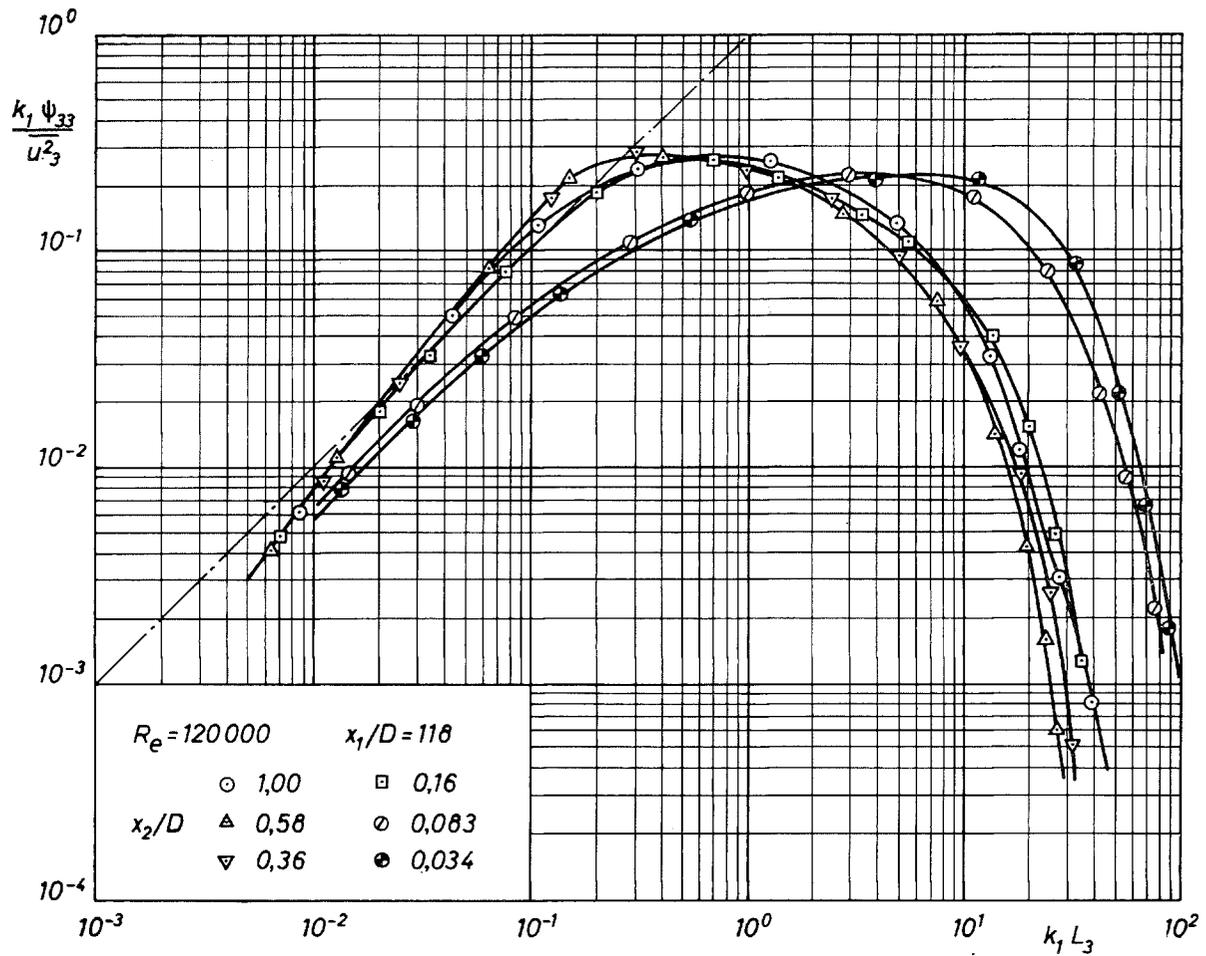
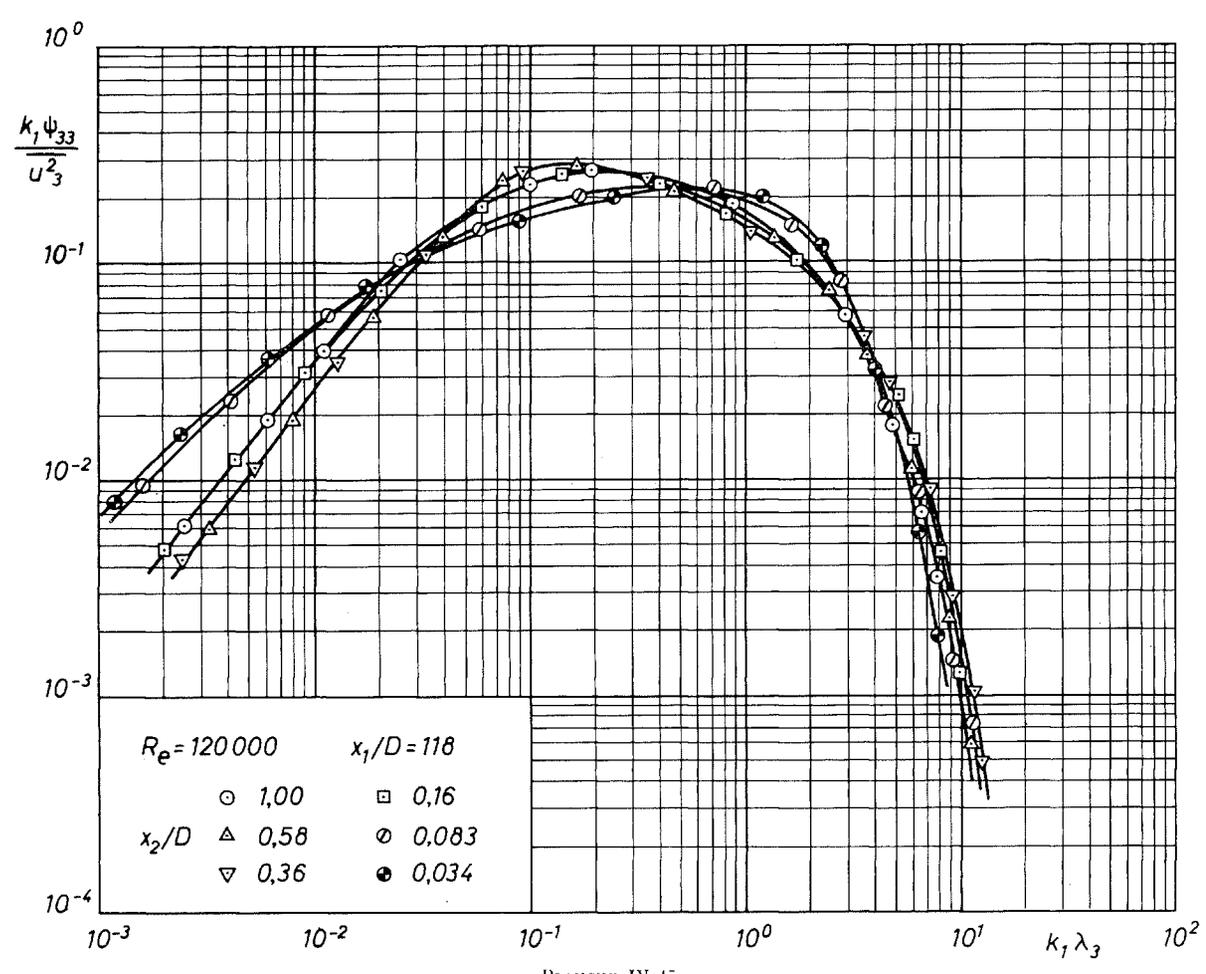
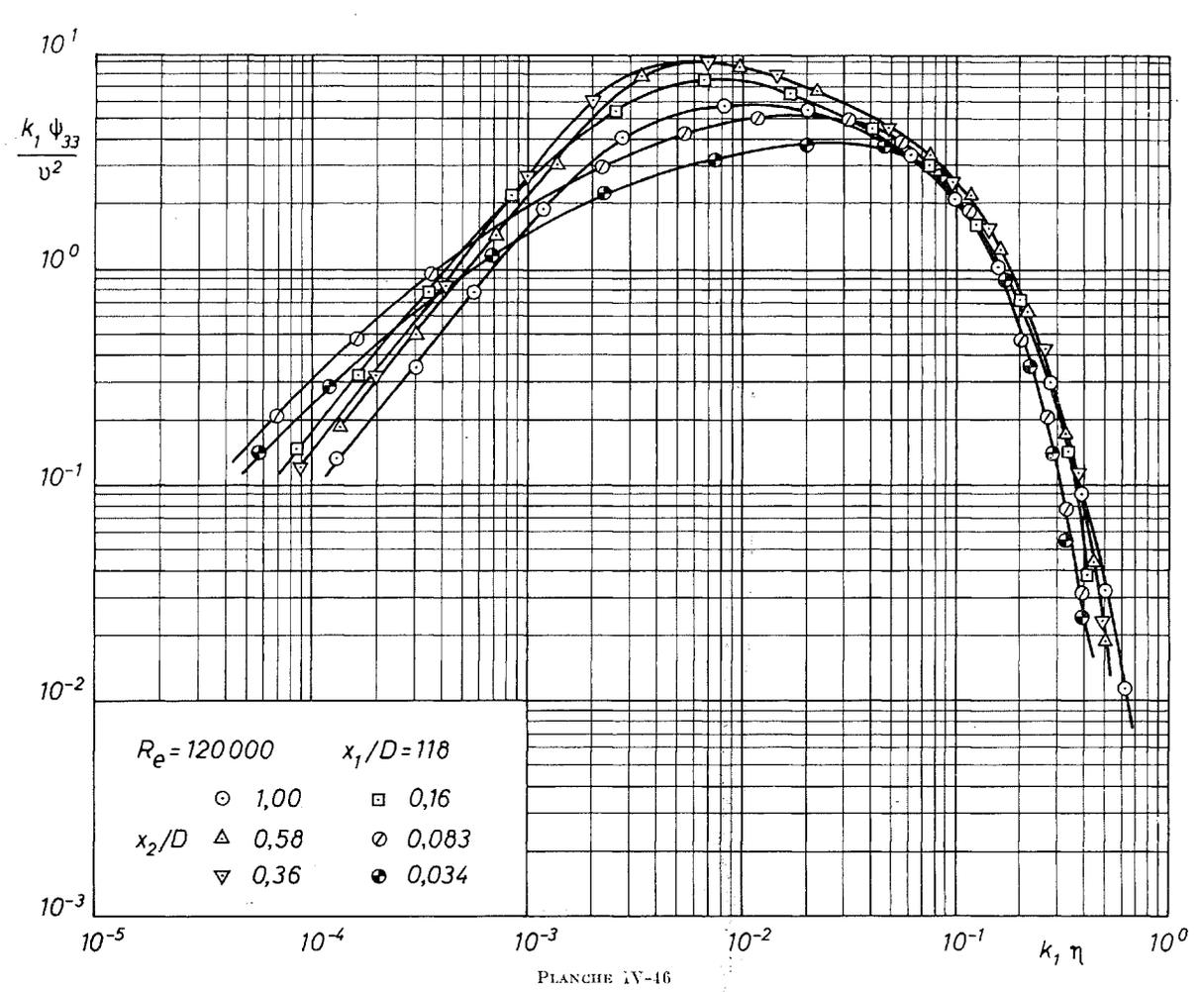


PLANCHE IV-14

Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{33}$  utilisant la longueur de corrélation  $L_3$  et l'intensité de turbulence  $\overline{u_3^2}$ .



Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{33}$  utilisant l'échelle de TAYLOR  $\lambda_3$  et l'intensité de turbulence  $\overline{u_3^2}$ .



Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{33}$  utilisant les échelles de KOLMOGOROV  $\eta$  et  $\nu$ .

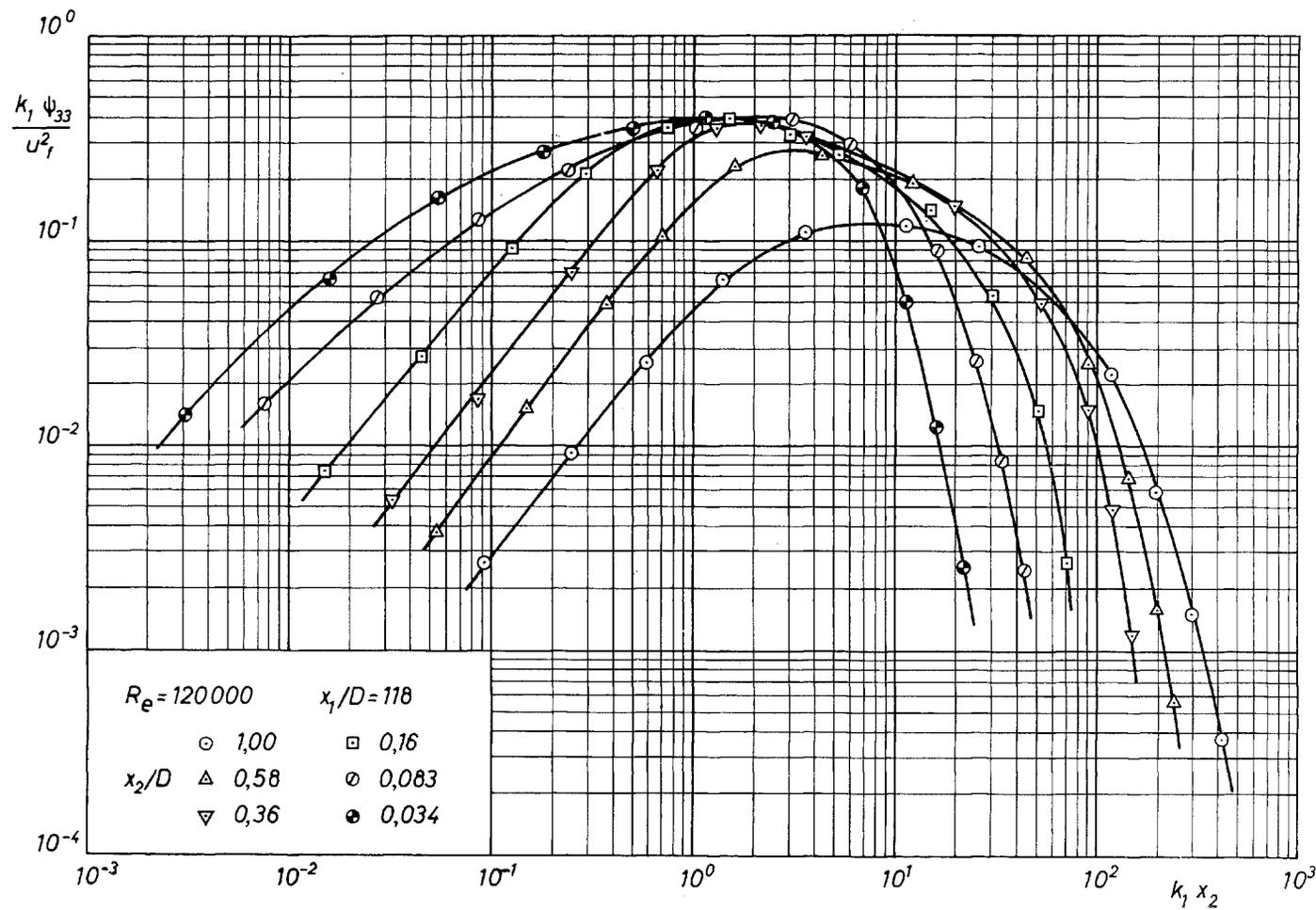


PLANCHE IV-47

Représentation adimensionnelle des spectres  $\psi_{33}$  utilisant la distance  $x_2$  à la paroi et la vitesse de frottement  $u_f$ .

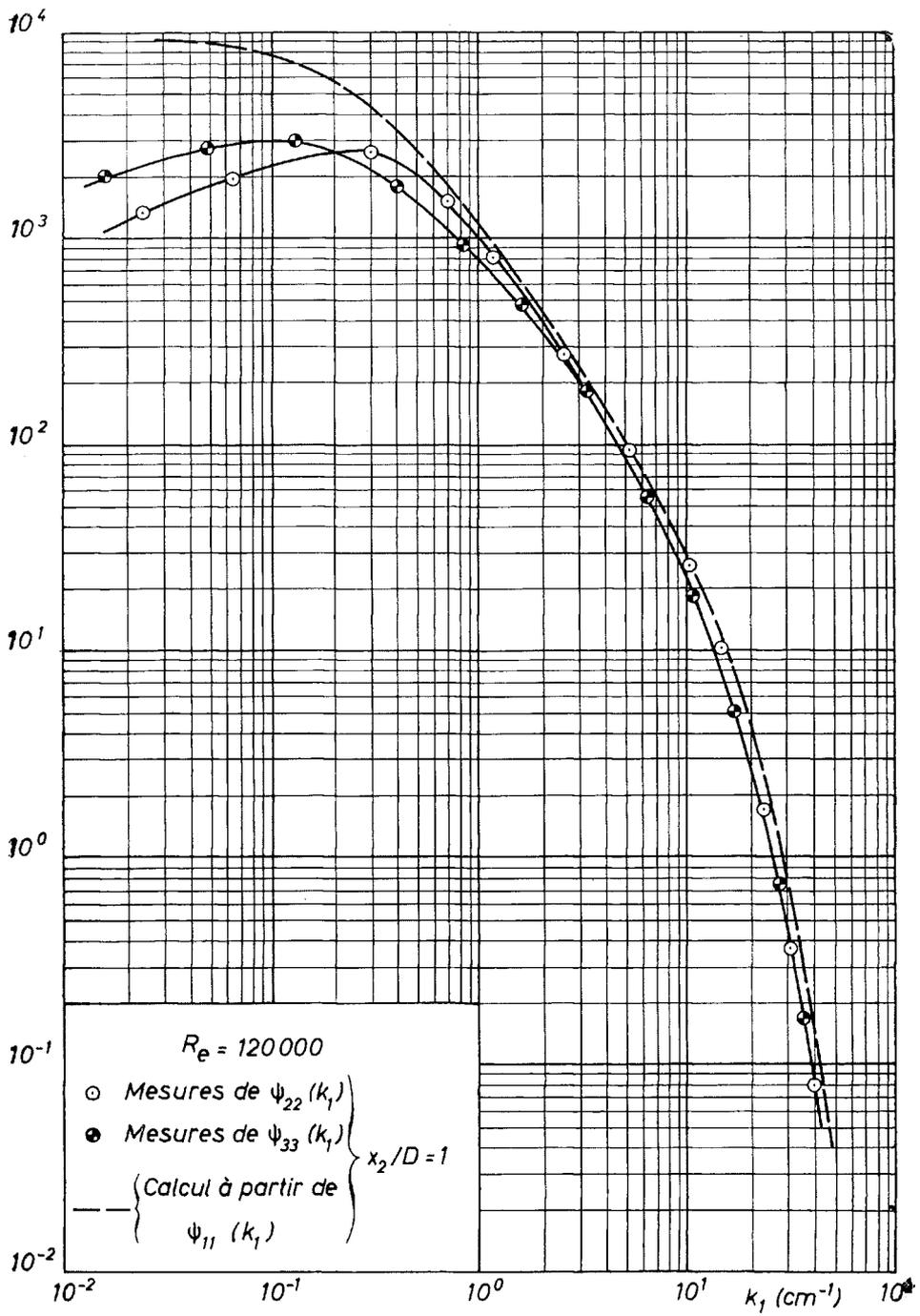


PLANCHE IV-48

Spectres  $\psi_{22}$  et  $\psi_{33}$  : comparaison des valeurs mesurées  
 et des valeurs calculées à partir des spectres  $\psi_{11}$  en supposant la turbulence isotrope  
 ( $Re = 120\ 000$ ,  $x_2/D = 1$ ).

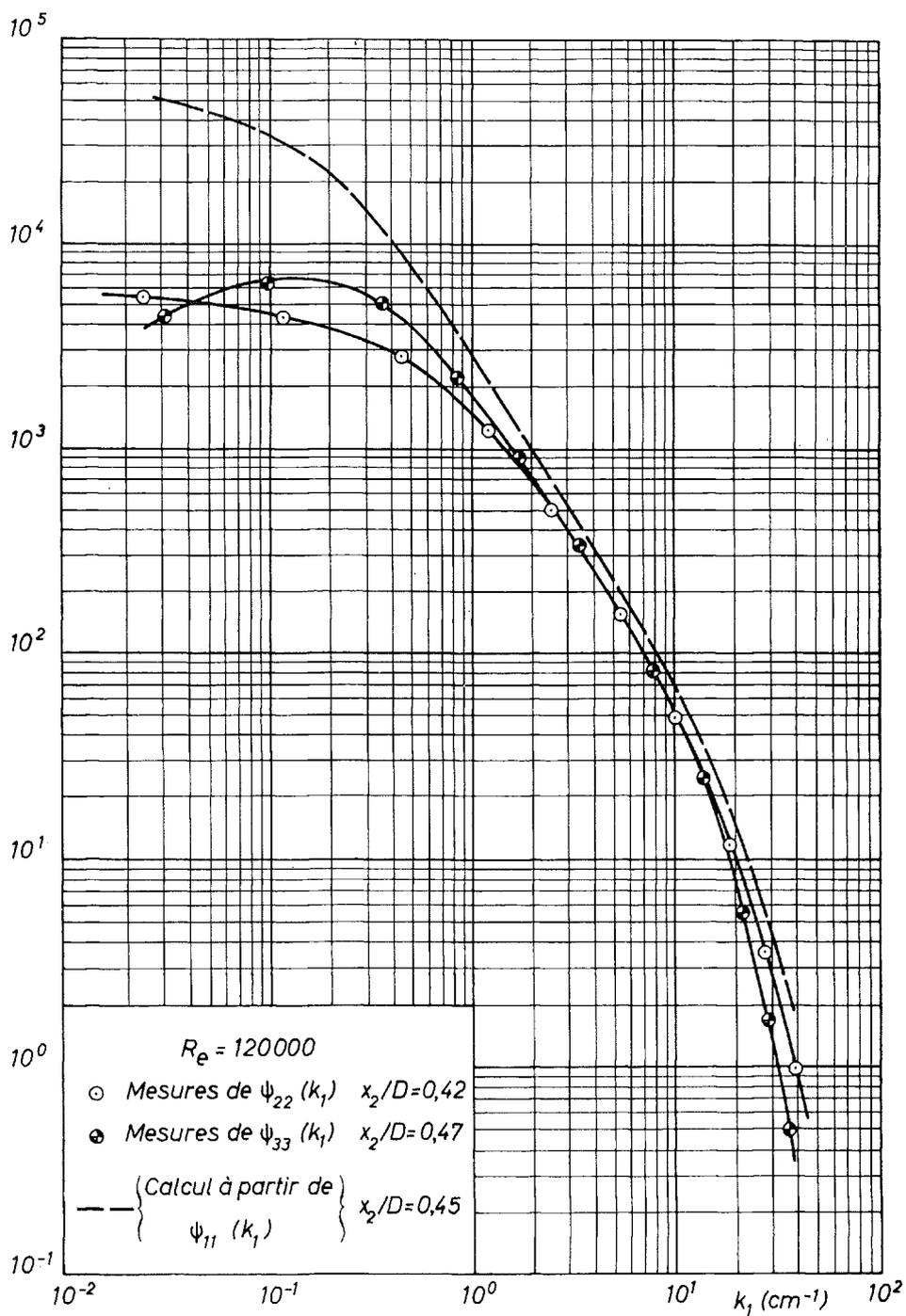


PLANCHE IV-49

Spectres  $\psi_{22}$  et  $\psi_{33}$  : comparaison des valeurs mesurées et des valeurs calculées à partir des spectres  $\psi_{11}$  en supposant la turbulence isotrope ( $R_e = 120\ 000$  ;  $x_2/D = 0,45$ ).

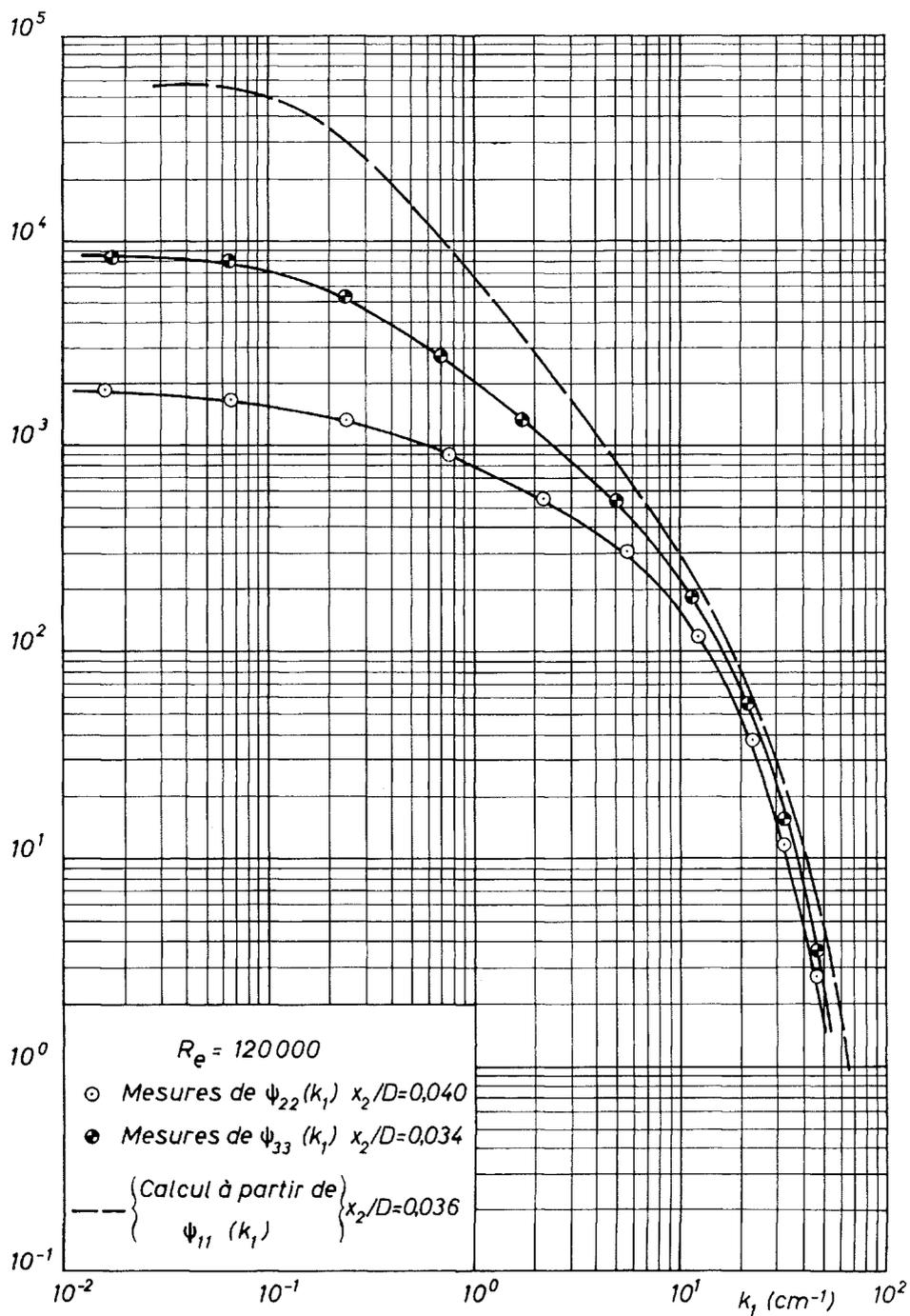


PLANCHE IV-50

Spectres  $\psi_{22}$  et  $\psi_{33}$  : comparaison des valeurs mesurées et des valeurs calculées à partir des spectres  $\psi_{11}$  en supposant la turbulence isotrope ( $R_e = 120\ 000$ ,  $x_2/D = 0,040$ ).

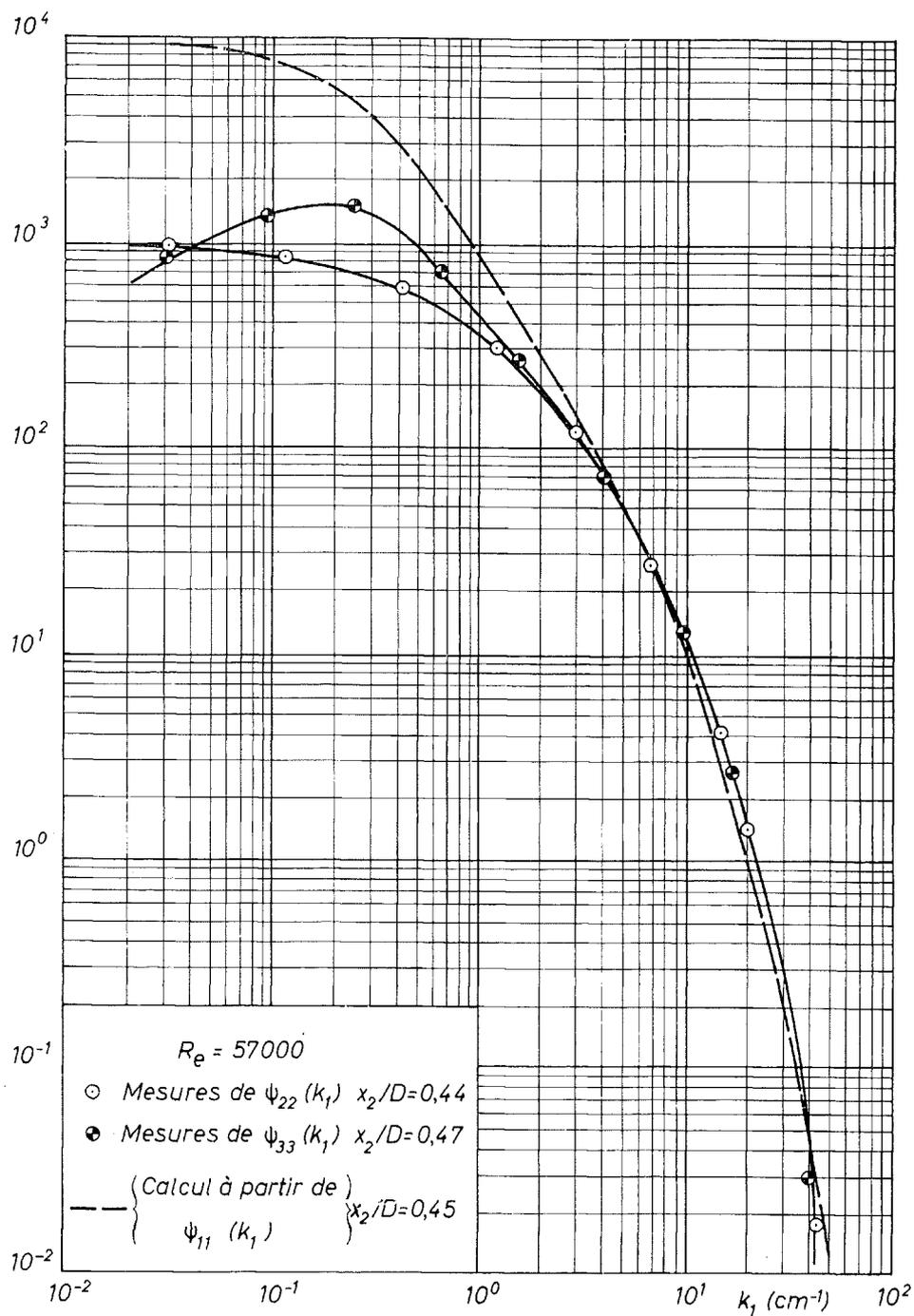


PLANCHE IV-51

Spectres  $\psi_{22}$  et  $\psi_{33}$  : comparaison des valeurs mesurées et des valeurs calculées à partir des spectres  $\psi_{11}$  en supposant la turbulence isotrope ( $R_e = 57\ 000$ ,  $x_2/D = 0,45$ ).

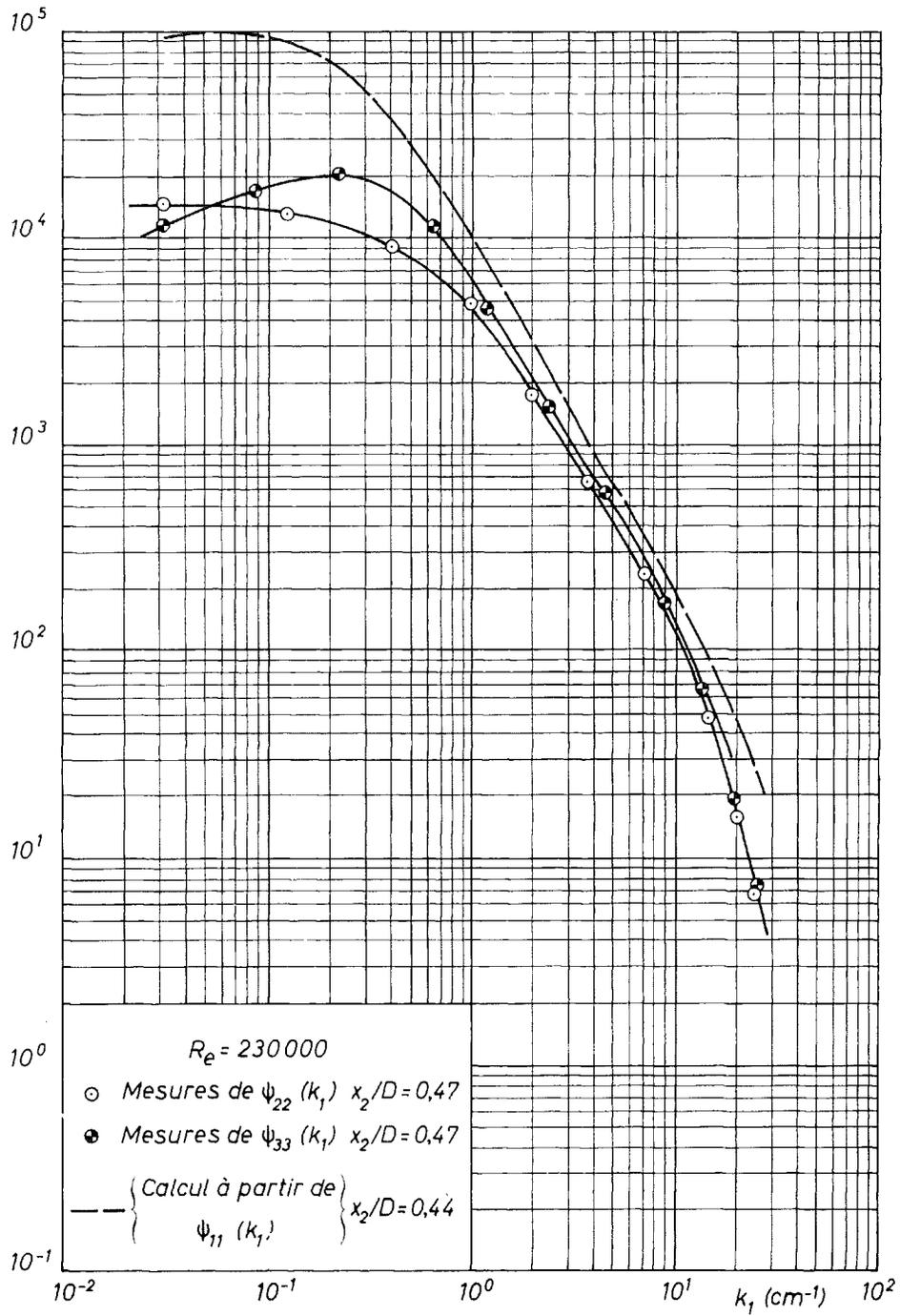


PLANCHE IV-52

Spectres  $\psi_{22}$  et  $\psi_{33}$  : comparaison des valeurs mesurées et des valeurs calculées  
 à partir des spectres  $\psi_{11}$  en supposant la turbulence isotrope  
 ( $R_e = 230\ 000$ ,  $x_2/D = 0,45$ ).

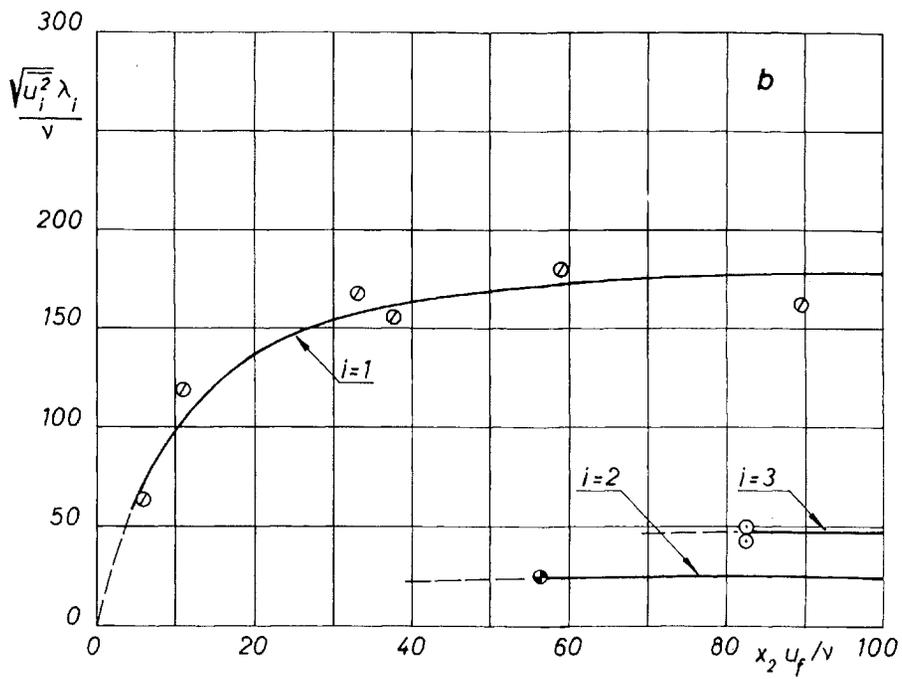
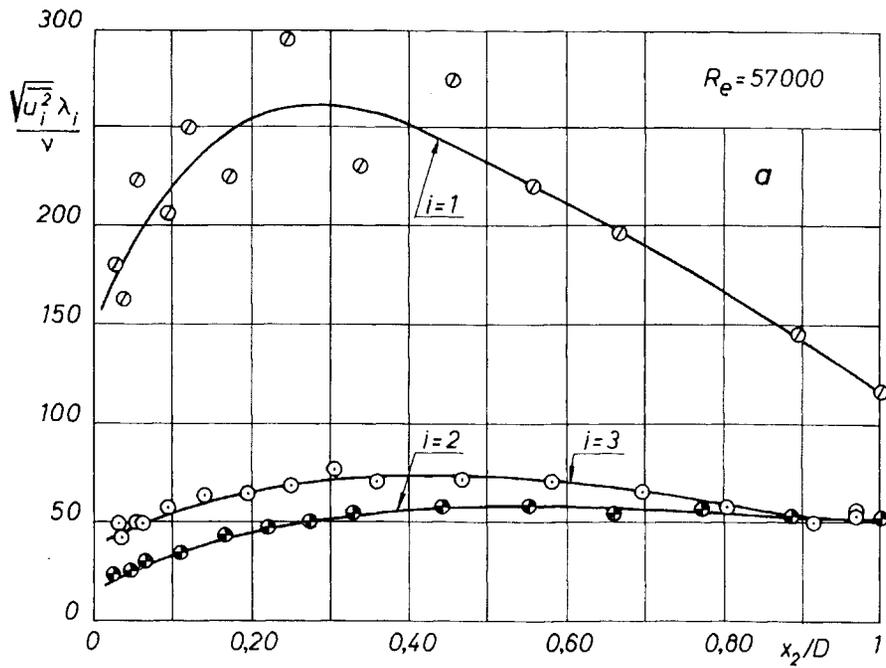


PLANCHE IV-53

Nombre de Reynolds de la turbulence ( $Re = 57\ 000$ ;  $x_1/D = 118$ ):  
 a) région centrale ; b) voisinage de la paroi.

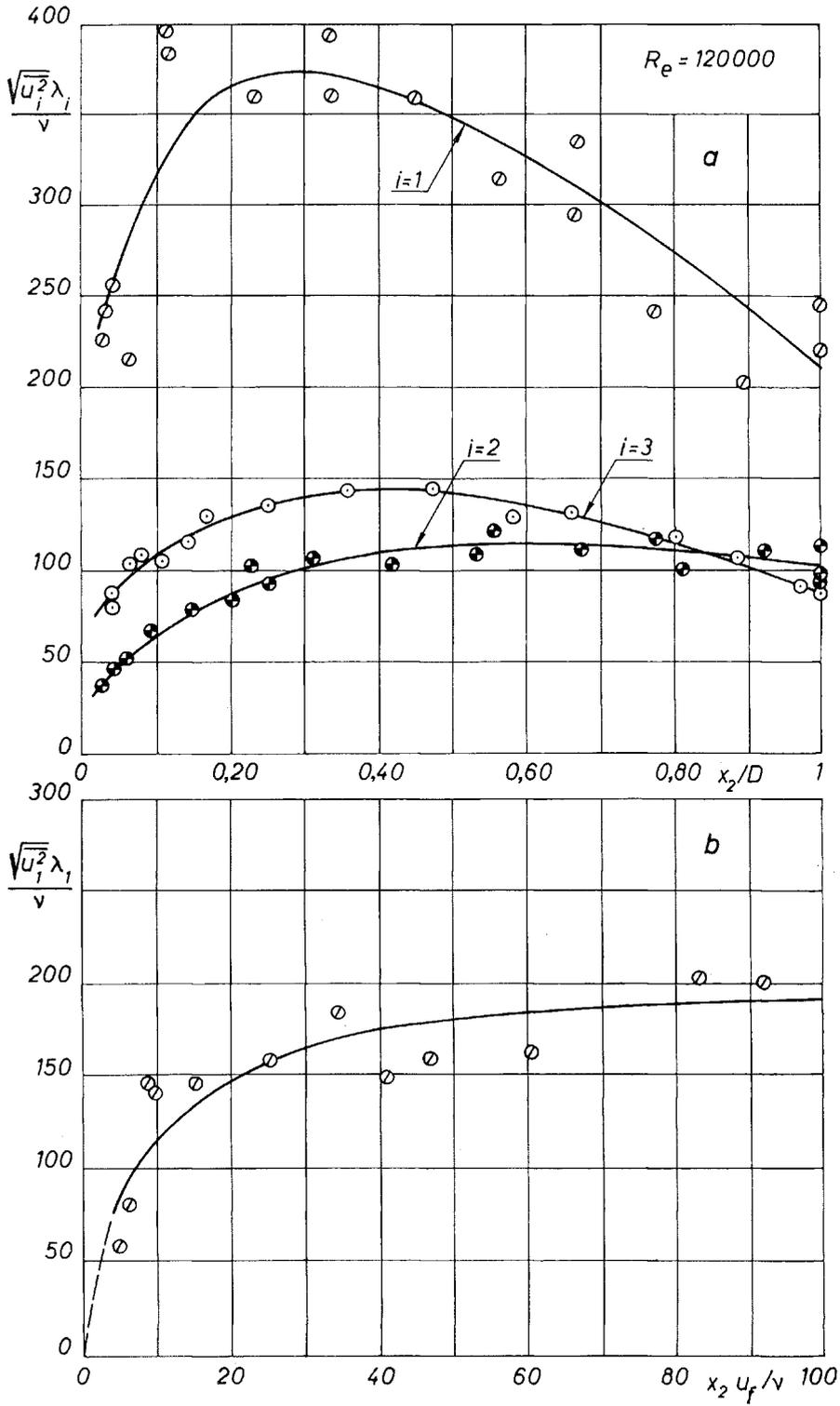


PLANCHE IV-54

Nombre de Reynolds de la turbulence ( $R_e = 120\ 000$ ;  $x_1/D = 118$ ):  
 a) région centrale ; b) voisinage de la paroi.

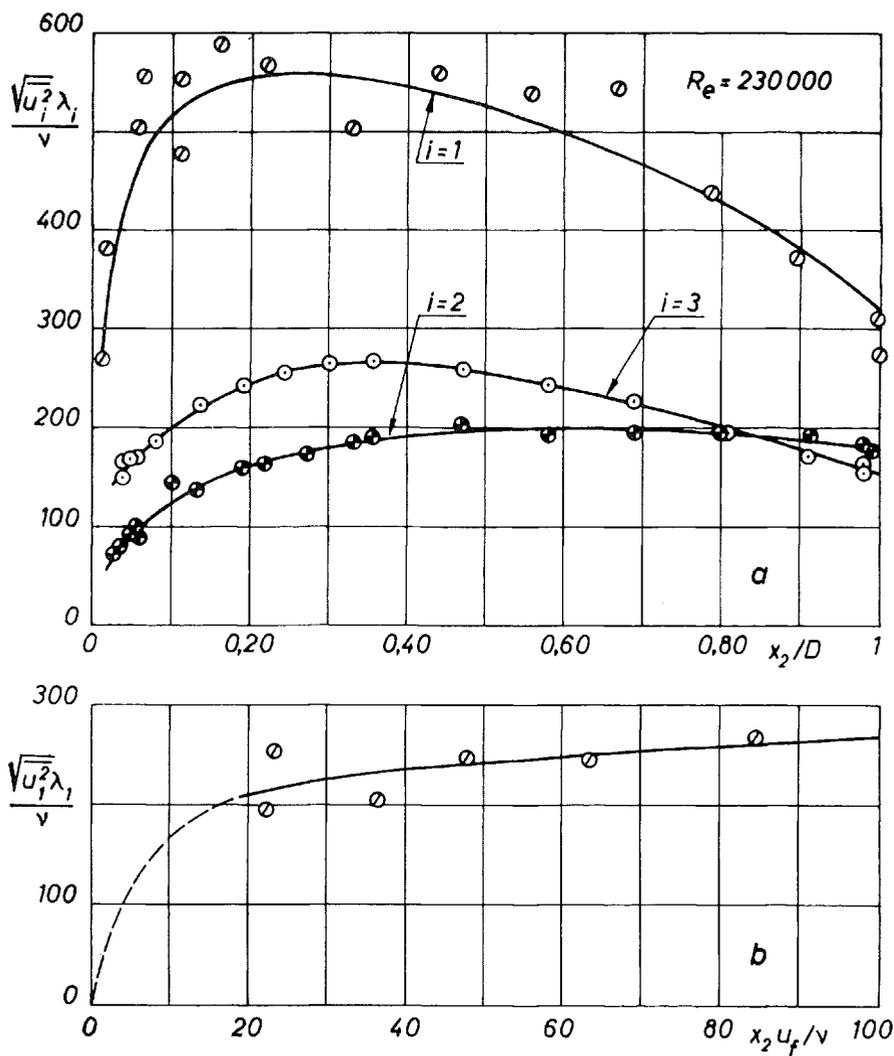


PLANCHE IV-55

Nombre de Reynolds de la turbulence ( $Re = 230\,000$  ;  $x_1/D = 118$ ) :  
 a) région centrale ; b) voisinage de la paroi.

N.B. — Sur les planches IV-53 à IV-58 les points indiqués correspondent aux différentes mesures de spectres effectuées.

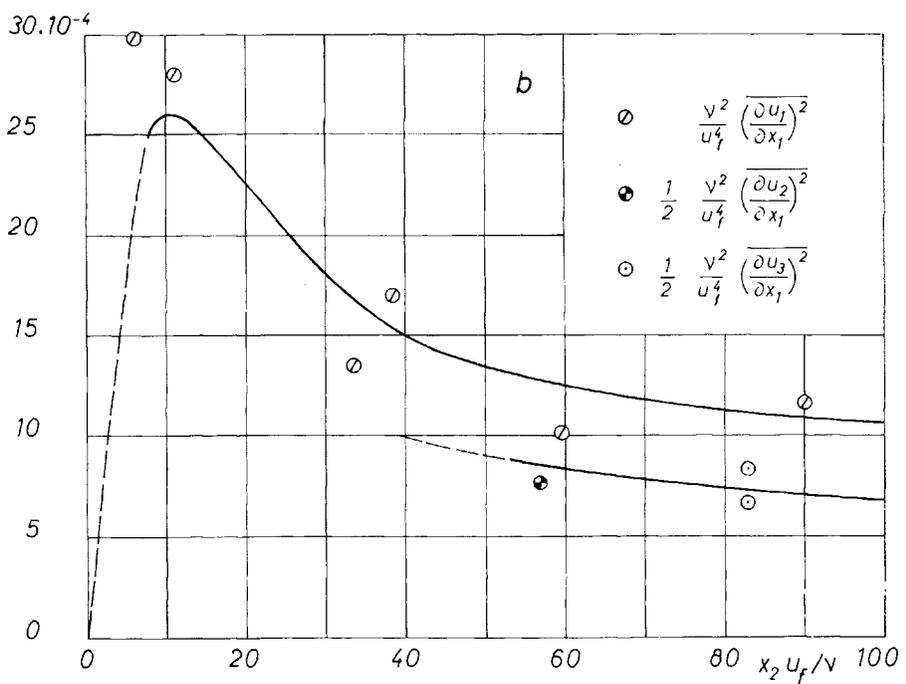
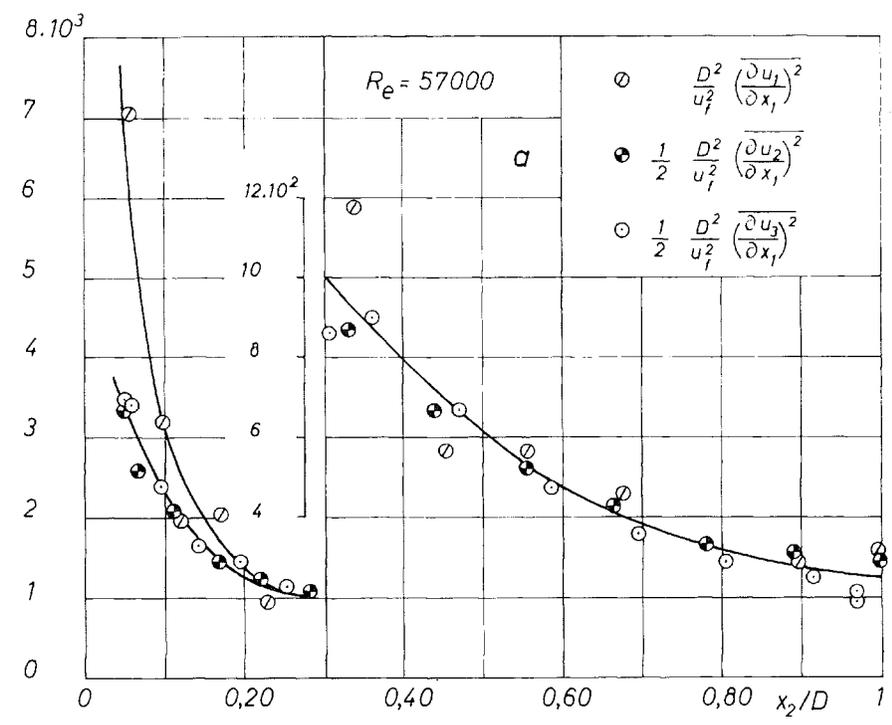


PLANCHE IV-56

Intensité des dérivées par rapport à  $x_1$  des fluctuations  $u_i$   
 ( $R_e = 57000$  ;  $x_1/D = 118$ ) :  $a$ ) région centrale ;  $b$ ) voisinage de la paroi.

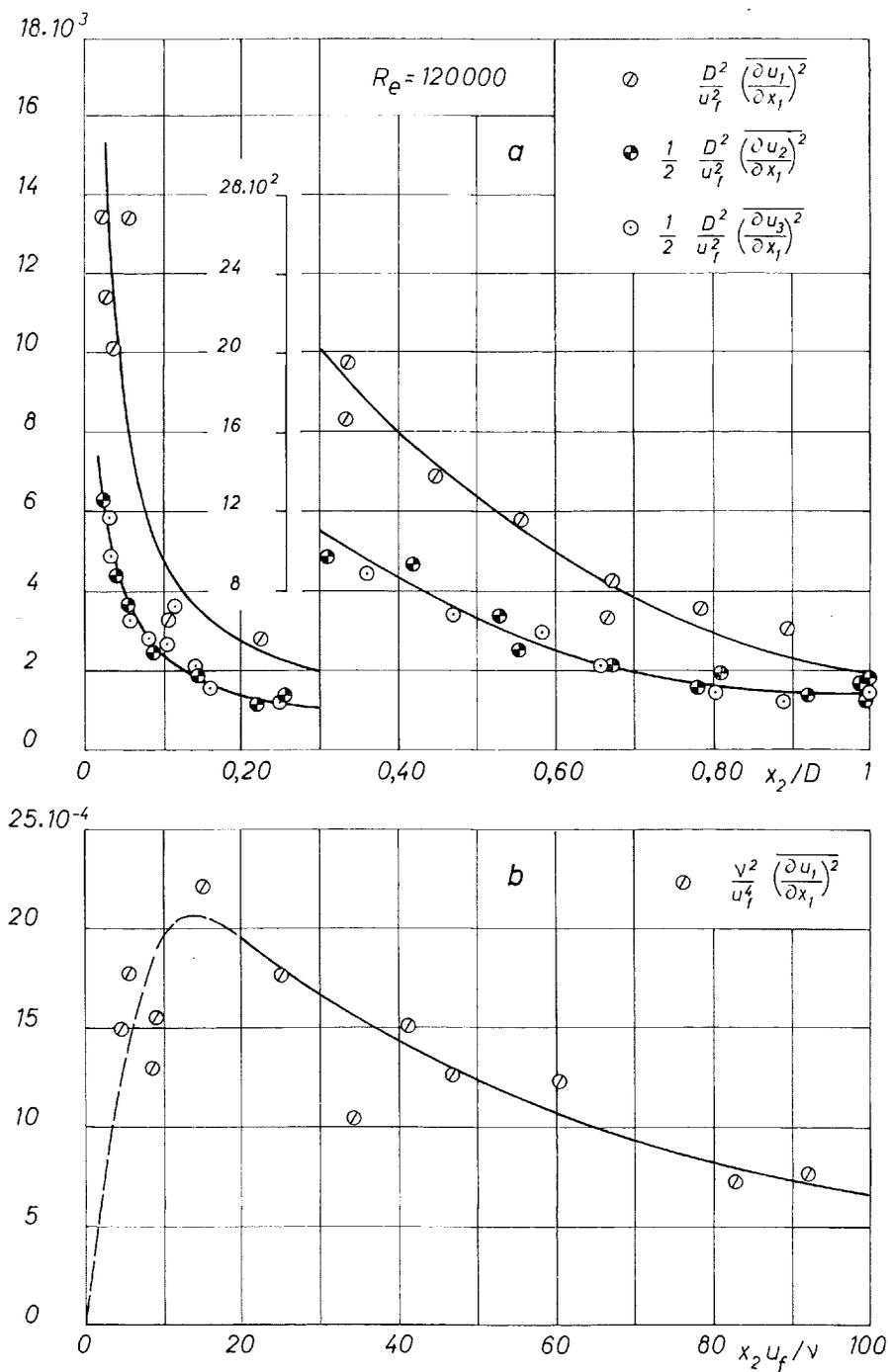


PLANCHE IV-57

Intensité des dérivées par rapport à  $x_1$   
 des fluctuations  $u_i$  ( $R_e = 120000$ ;  $x_1/D = 118$ ) :  
 a) région centrale ; b) voisinage de la paroi.

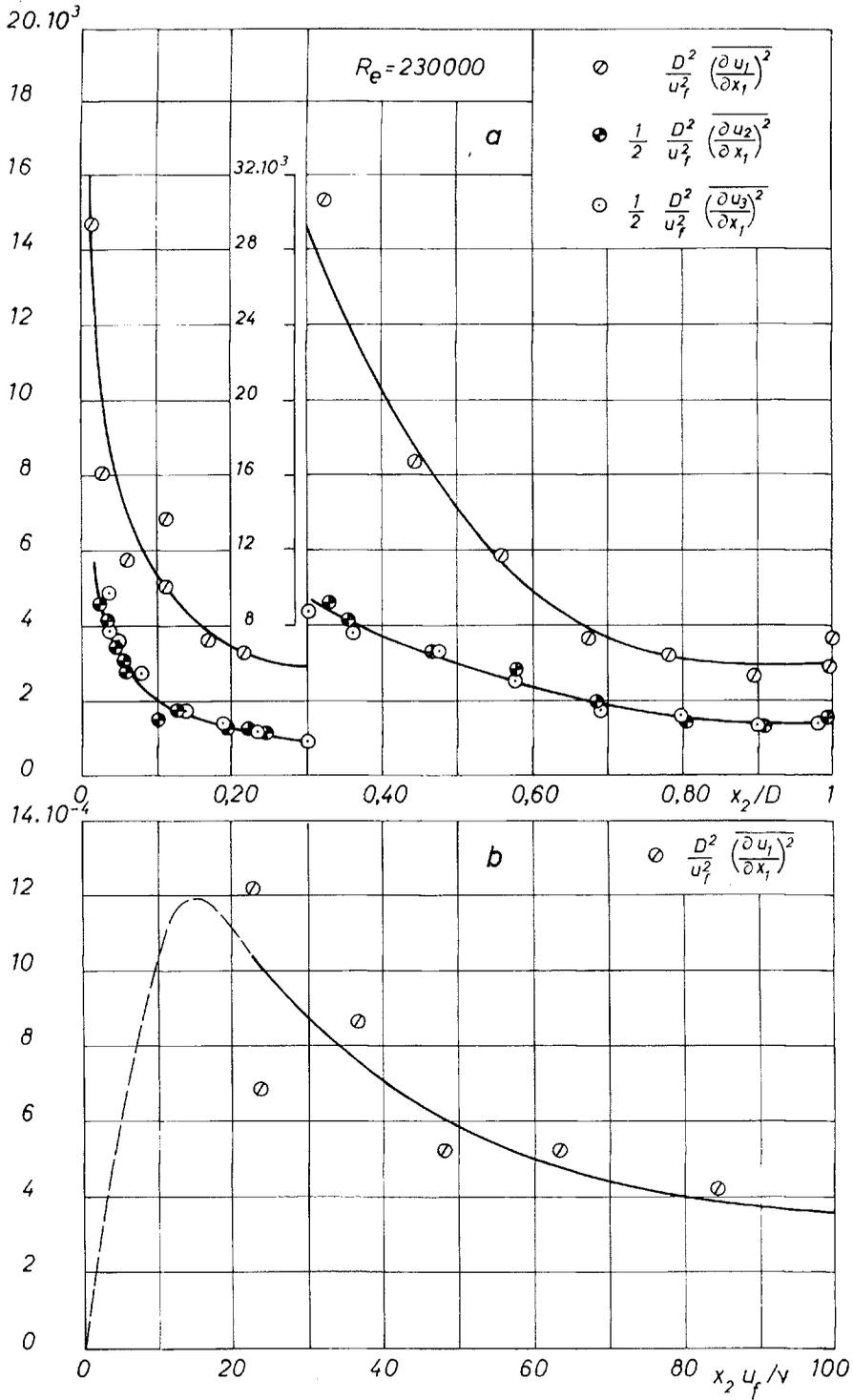


PLANCHE IV-58

Intensité des dérivées par rapport à  $x_1$  des fluctuations  $u_i$  ( $R_e = 230\ 000$ ;  $x_1/D = 118$ )  
 a) région centrale ; b) voisinage de la paroi.

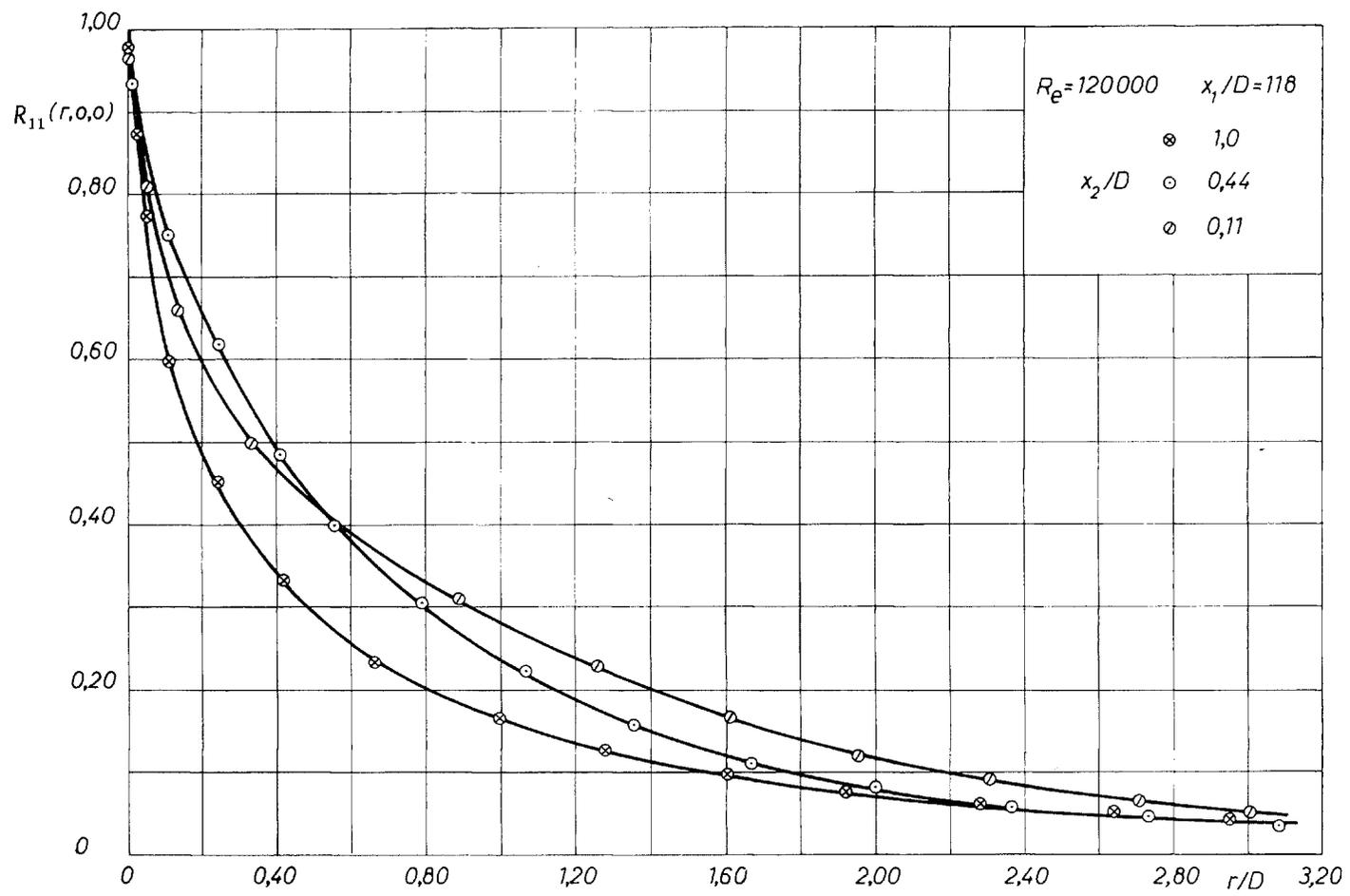


PLANCHE IV-59  
 Corrélation spatiale double  $R_{11}(r, 0, 0)$  à différentes distances de la paroi.

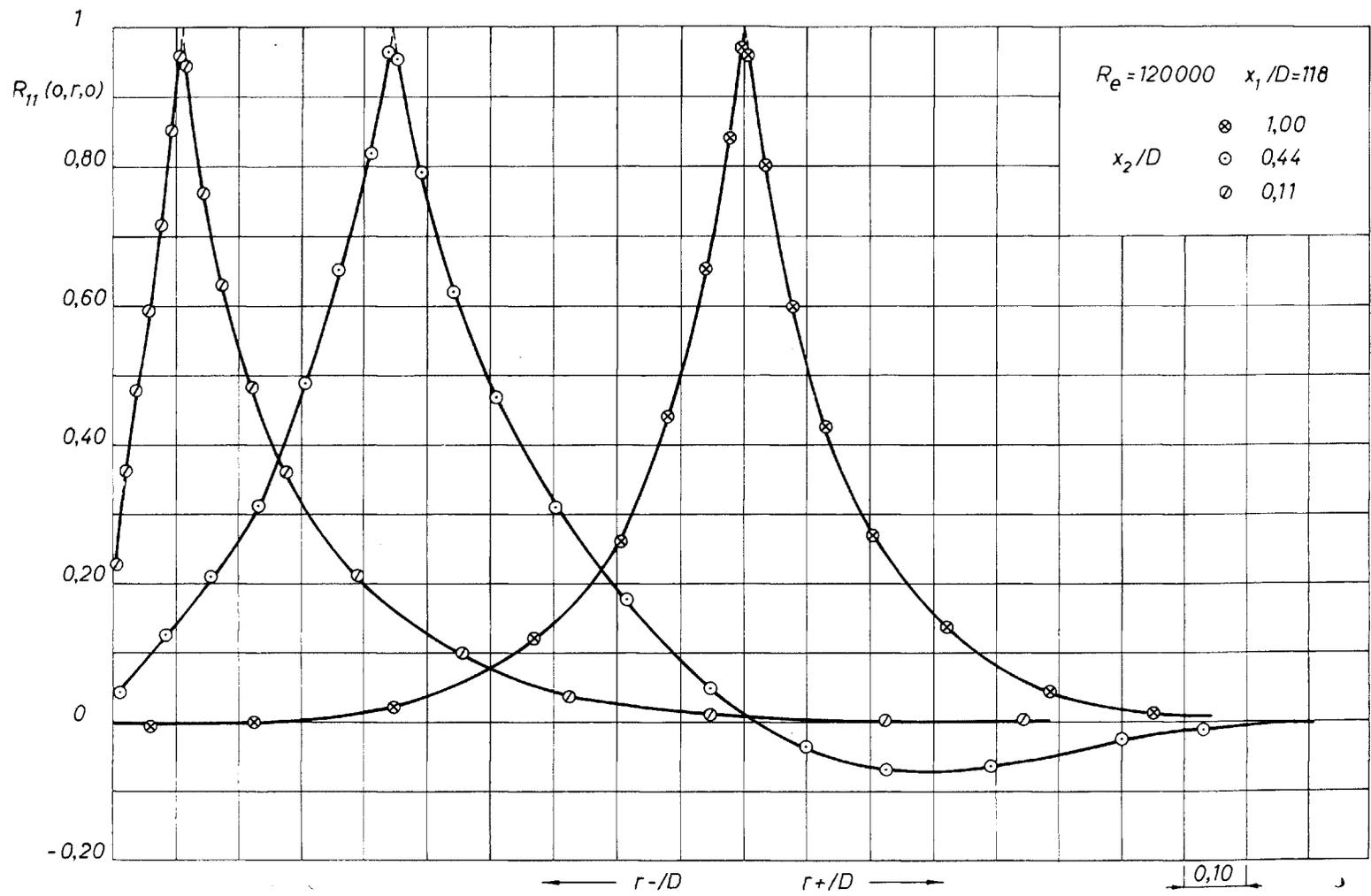


PLANCHE IV-60  
 Corrélation spatiale double  $R_{11}(0, r, 0)$  à différentes distances de la paroi ( $r_-$  : déplacement de la sonde ombile vers la paroi ;  $r_+$  : déplacement vers l'axe).

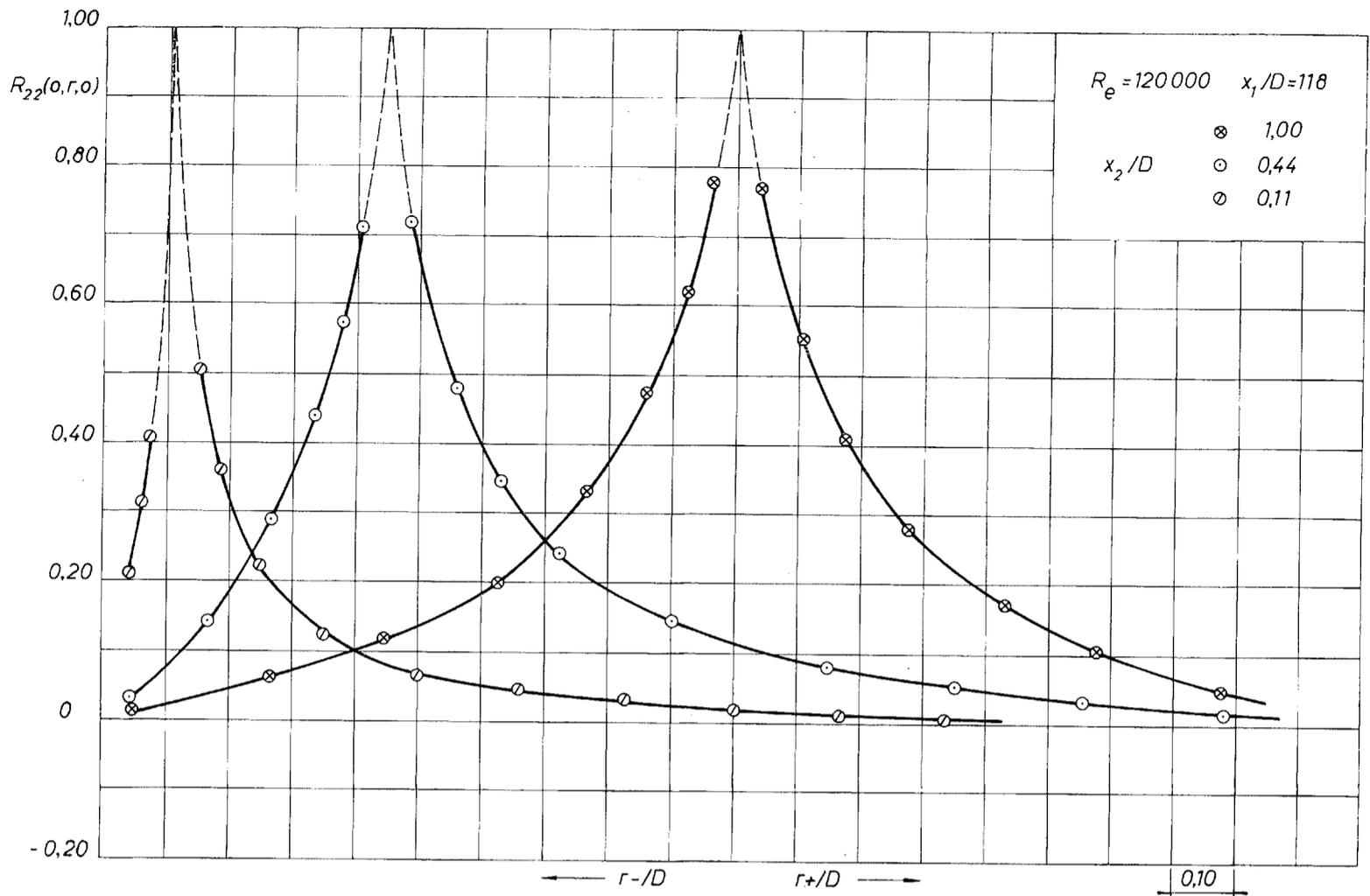


PLANCHE IV-61

Corrélation spatiale double  $R_{22}(0, r, 0)$  à différentes distances de la paroi. ( $r_-$  déplacement de la sonde mobile vers la paroi ;  $r_+$  déplacement vers l'axe).

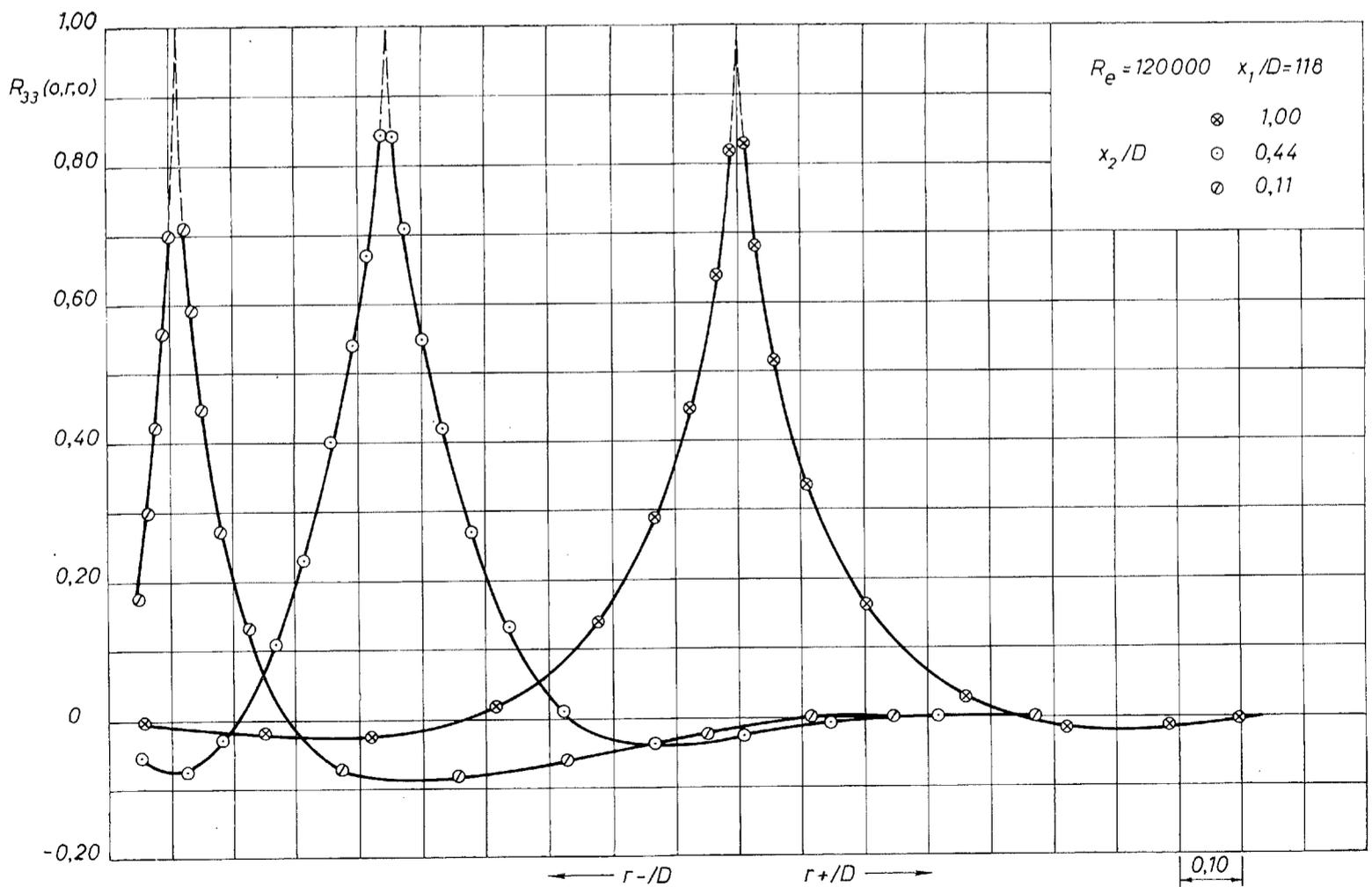


PLANCHE IV-62

Corrélation spatiale double  $R_{33}(0, r, 0)$  à différentes distances de la paroi. ( $r_-$  déplacement de la sonde mobile vers la paroi ;  $r_+$  déplacement vers l'axe).

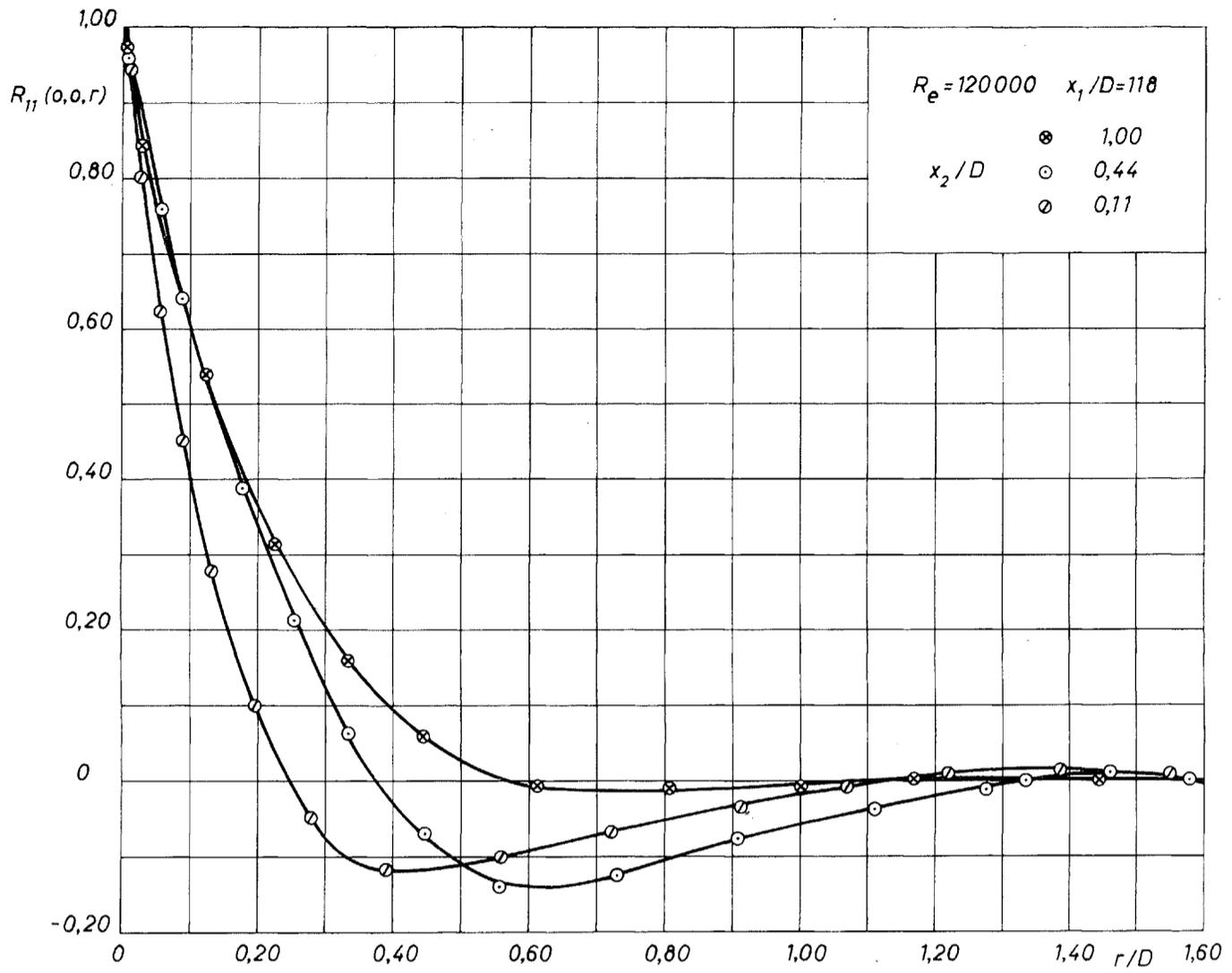


PLANCHE IV-63  
 Corrélation spatiale double  $R_{11}(0, 0, r)$  à différentes distances de la paroi.

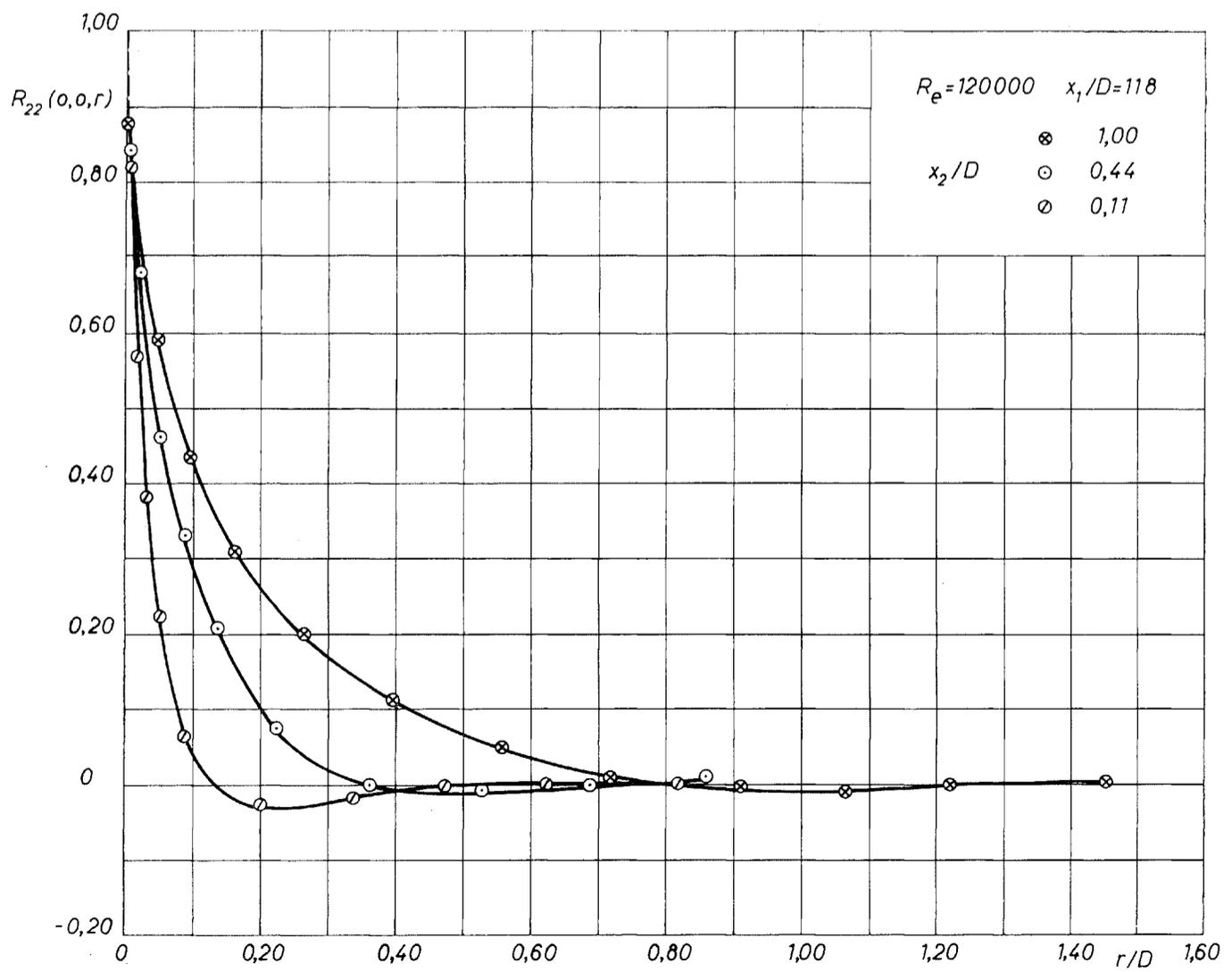


PLANCHE IV-64  
 Corrélation spatiale double  $R_{22}(0, 0, r)$  à différentes distances de la paroi.

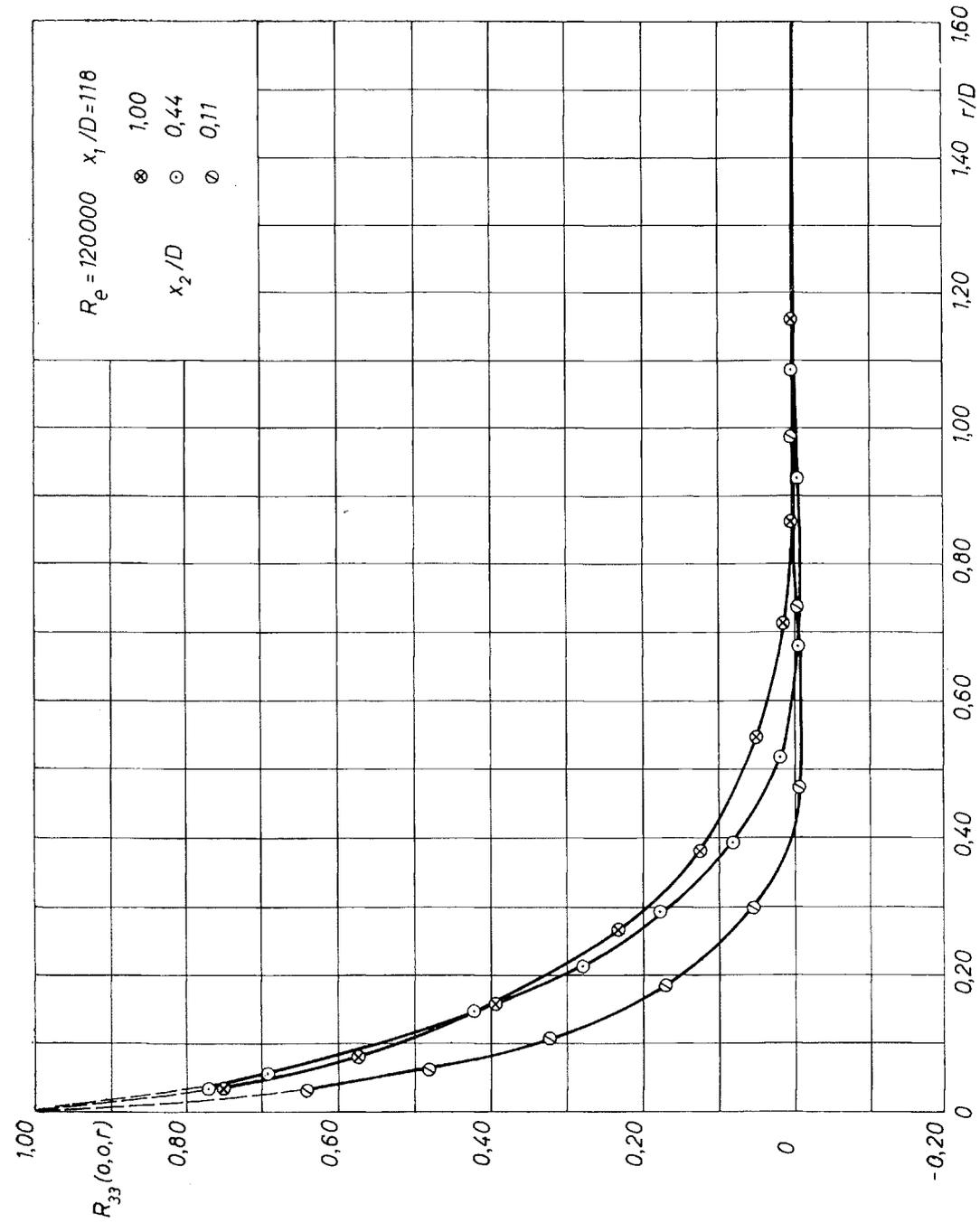


PLANCHE IV-65

Corrélation spatiale double  $R_{33}(0, 0, r)$  à différentes distances de la paroi.

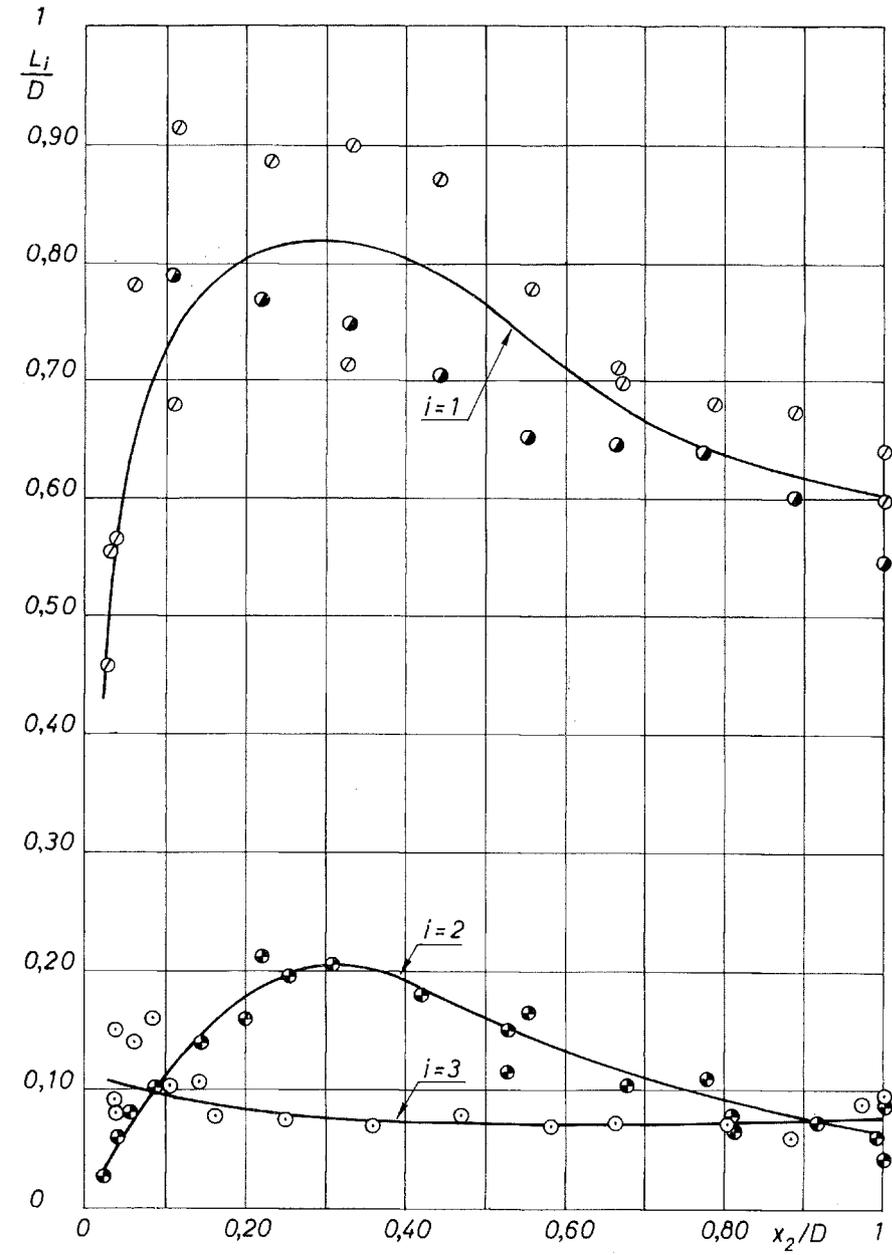
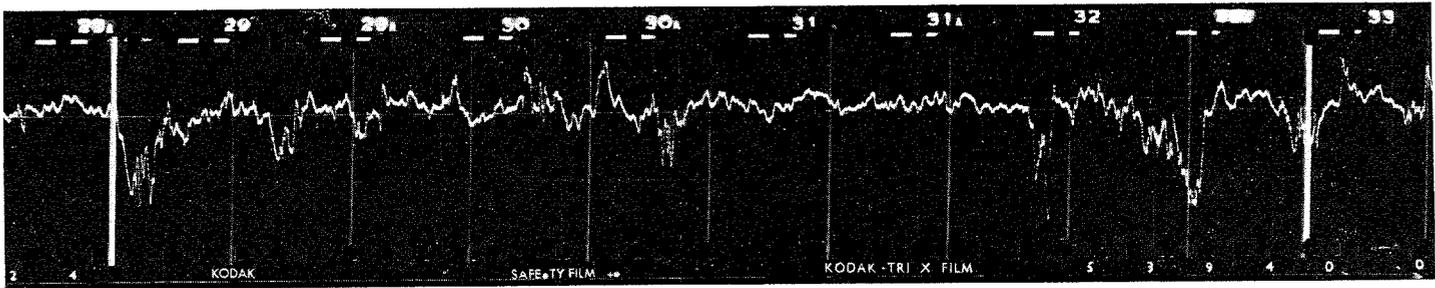


PLANCHE IV-66

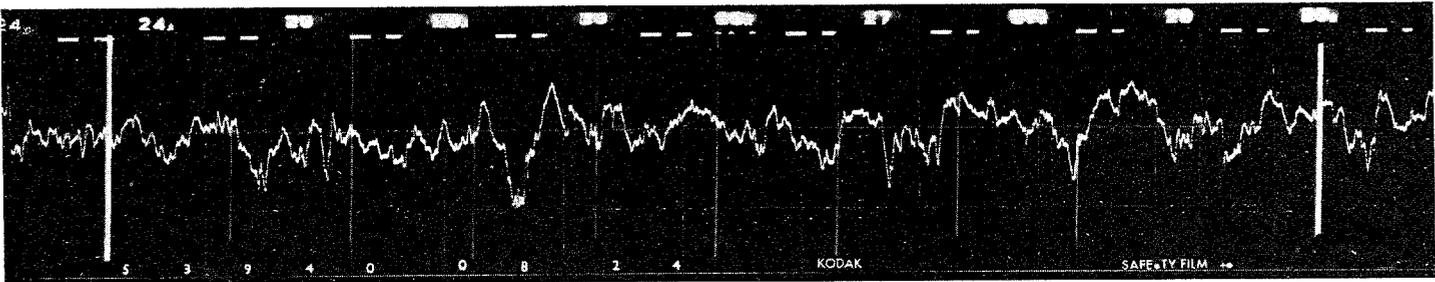
Longueur de corrélation relative à  $R_{ii}(r, 0, 0)$  —  
 (pour  $L_i$  les points  $\bullet$  correspondent aux valeurs déduites des courbes de corrélation).



$Re = 120\,000$

$x_1/D = 40$

$x_2/D = 0,61$



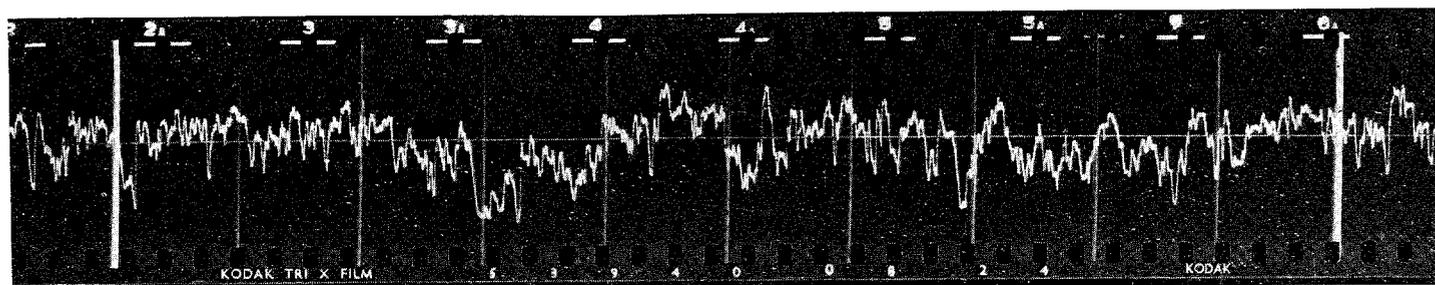
$Re = 120\,000$

$x_1/D = 118$

$x_2/D = 1$

PLANCHE IV-67

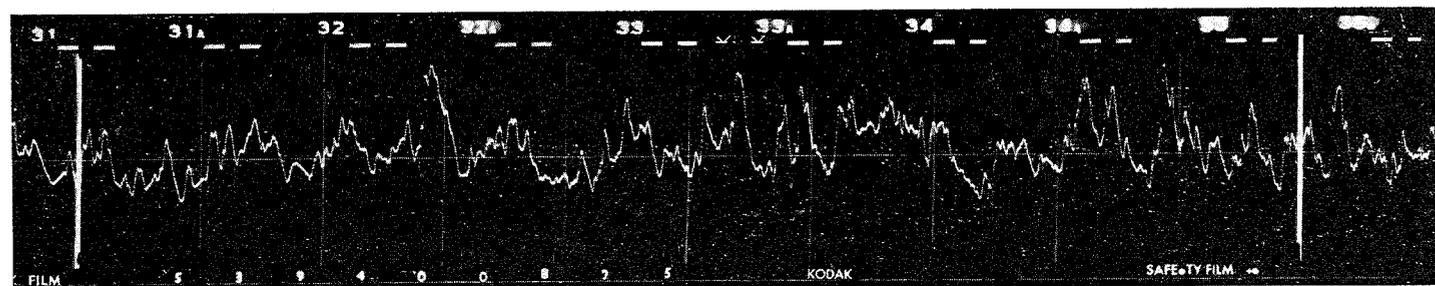
Oscillogrammes des fluctuations  $u_1(t)$  sur le bord de la couche limite et sur l'axe du tunnel en écoulement établi (entre deux traits fins : 1/100 s).



$Re = 120\,000$

$x_1/D = 118$

$x_2 u_f / \nu = 25$



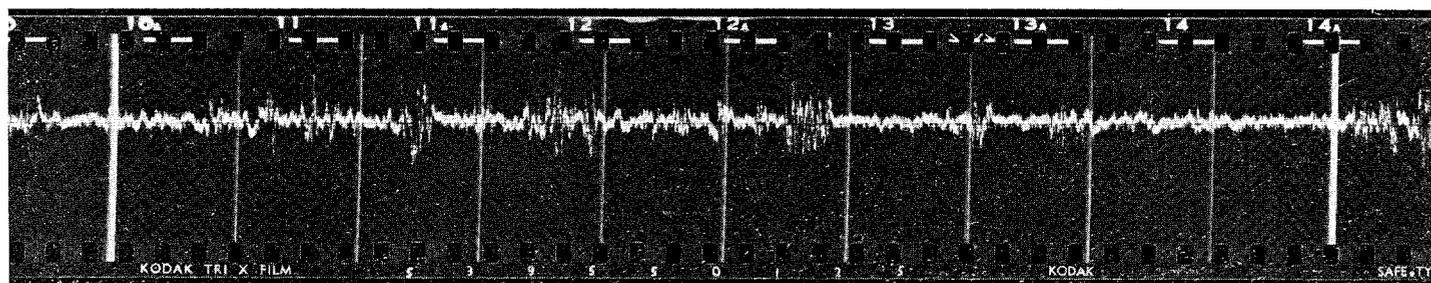
$Re = 120\,000$

$x_1/D = 118$

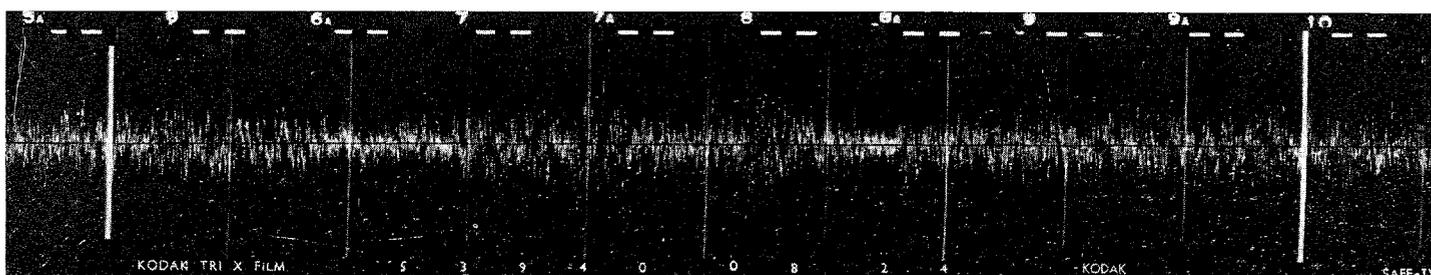
$x_2 u_f / \nu = 2,6$

PLANCHE IV-68

Oscillogrammes des fluctuations  $u_1(t)$  près de la paroi.



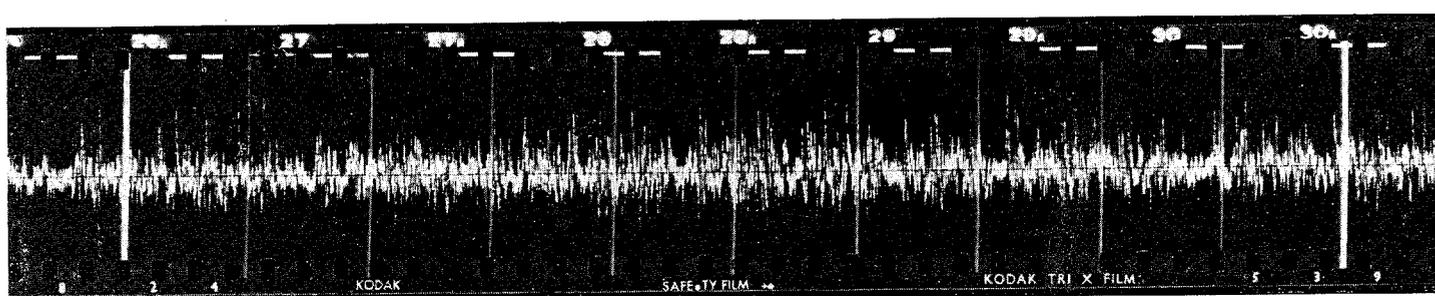
$R_e = 120\,000$                        $x_1/D = 40$                        $x_2/D = 0,61$   



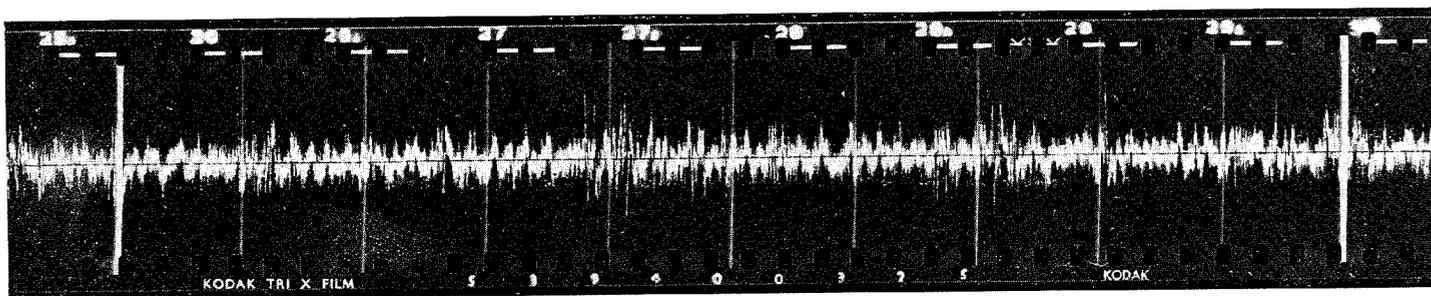
$R_e = 120\,000$                        $x_1/D = 118$                        $x_2/D = 1$

PLANCHE IV-69

Oscillogrammes des dérivées  $\partial u_1/\partial t$  sur le bord de la couche limite et sur l'axe du tunnel en écoulement établi.



$R_e = 120\,000$                        $x_1/D = 118$                        $x_2 t_f/\nu = 25$



$R_e = 120\,000$                        $x_1/D = 118$                        $x_2 t_f/\nu = 2,6$   

PLANCHE IV-70

Oscillogrammes des dérivées  $\partial u_1/\partial t$  près de la paroi.



## BIBLIOGRAPHIE

- H. ASHKENAS. — *Hot-wire measurements with X meters*. Graduate School of Aeronautical Engineering, Cornell University, Ithaca, New-York (1955).
- A.R. BARBIN et J.B. JONES. — *Turbulent flow in the inlet region of a smooth pipe*. American Society of Mechanical Engineers, Paper 62-Hydr-10 (1962).
- G.K. BATCHELOR et A.A. TOWNSEND. — *Decay of vorticity in isotropic turbulence* **190**, pp. 533-550 (1947).
- R. BETCHOV. — *Electronic instruments for squaring, cubing and multiplying*. University of Maryland T.N. B.N.-30 (1954).
- R. BETCHOV. — *An inequality concerning the production of vorticity in isotropic turbulence* J. of Fluid Mechanics **1**, pp. 497-504 (1956).
- R. BETCHOV. — *On the fine structure of turbulent flows*. J. of Fluid Mechanis **3**, pp. 205-216 (1957).
- W.D. CAMPBELL et J.C. SLATTERY, — *Flow in the entrance of a tube*. American Society of Mechanical Engineers Paper 62-Hydr-6 (1962).
- M. COANTIC. — *Contribution à l'étude théorique et expérimentale de l'écoulement turbulent dans un tube circulaire*, Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, Note Technique, n° 113 (1962).
- G. COMTE-BELLOT. — *Écoulement turbulent de l'air dans un tunnel bidimensionnel à parois parallèles*. C.R. de l'Académie des Sciences **248**, pp. 2710-2712 (1959).
- G. COMTE-BELLOT. — *Coefficients de dissymétrie des fluctuations longitudinales de vitesse dans un tunnel bidimensionnel à parois parallèles*. C.R. de l'Académie des Sciences, **248**, pp. 2850-2852 (1959 a).
- G. COMTE-BELLOT. — *Coefficients d'aplatissement des fluctuations longitudinales de vitesse dans un tunnel bidimensionnel à parois parallèles*. C.R. de l'Académie des Sciences, **249**, pp. 2270-2272 (1959 b).
- G. COMTE-BELLOT. — *Coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des dérivées par rapport au temps des fluctuations longitudinales de vitesse au voisinage d'une paroi*. C.R. de l'Académie des Sciences, **249**, pp. 2483-2485 (1959 c).
- G. COMTE-BELLOT. — *Valeurs efficaces, coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations transversales de vitesse dans un tunnel bidimensionnel à parois parallèles*. C.R. de l'Académie des Sciences, **251**, pp. 2656-2658 (1960).
- G. COMTE-BELLOT. — *Sur la représentation adimensionnelle des spectres des fluctuations de vitesse dans un tunnel bidimensionnel à parois parallèles*. C.R. de l'Académie des Sciences, **253**, pp. 2457-2459 (1961).
- G. COMTE-BELLOT. — *Corrélations spatiales doubles des fluctuations de vitesse dans un tunnel bidimensionnel à parois parallèles*. C.R. de l'Académie des Sciences, **253**, pp. 2846-2848 (1961).
- G. COMTE-BELLOT. — *Les anémomètres à fil chaud et la mesure des fluctuations de vitesse et de température*. Séminaire de Turbulence, Jablonna (Pologne), (2-12 oct. 1961).

- G. COMTE-BELLOT et J. MATHIEU. — *Soufflerie pour étude des anémomètres à fil chaud utilisés en turbulence*. C.R. de l'Académie des Sciences, **246**, pp. 2220-2221 (1958).
- G. COMTE-BELLOT et J. MATHIEU. — *Sur la détermination expérimentale des coefficients de sensibilité aux fluctuations de vitesse et de température des anémomètres à fil chaud*. C.R. de l'Académie des Sciences, **246**, pp. 3219-3222 (1958 a).
- S. CORRSIN. — *Hypothesis for skewness of the probability density of the lateral velocity fluctuations in a turbulent shear flow*. J. of the Aeronautical Sciences, **17**, pp. 396-398 (1950).
- S. CORRSIN. — *Some current problems in turbulent shear flows*. — *Naval Hydrodynamics*. Chap. XV, p. 373-407 (1957).
- S. CORRSIN. — *Local isotropy in turbulent shear flow*. N.A.C.A. R.M. 58 B 11 (1958).
- S. CORRSIN. — *Directional sensitivity for a finite hot-wire anemometer*. AFOSR.T.N. 60-171 (1960).
- S. CORRSIN et M.S. UBEROI. — *Spectra and diffusion in a round turbulent jet*. N.A.C.A. T.R. 1040 (1951).
- R.N. COX. — *Wall neighbourhood measurements in turbulent boundary layers using a hot-wire anemometer*. A.R.C. n° 19 101 (1957).
- A. GRAYA. — *Idées actuelles sur les mécanismes de la turbulence et des transferts thermique turbulents*. Houille Blanche, **12**, suppl. au n° 1, pp. 15-24 (1957).
- A. GRAYA. — *Contribution à l'analyse de la turbulence associée à des vitesses moyennes*. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 345 (1958).
- Z. CZAJKOWSKI. — *Electronic method of analogue multiplication (part I and II)*. Electronic Engineering **28**, pp. 283-287, et 352-355 (1956).
- DANCKWERTS. — *Significance of liquid film coefficients in gas absorption*. Industrial and Engineering Chemistry, **43**, 6, pp. 1460-1467 (1951).
- R.G. DEISSLER. — *Analytical and experimental investigation of adiabatic turbulent flow in smooth tubes*. N.A.C.A. T.N. 2138 (1950).
- R.G. DEISSLER. — *Analysis of turbulent heat transfer and flow in the entrance regions of smooth passages*. N.A.C.A. T.N. 3016 (1953).
- H.A. EINSTEIN et H. LI. — *The viscous sublayer along a smooth boundary*. Proceedings American Society of Civil Engineers. J. of the Engineering Mechanics Division, **82**, EM2, n° 945 (1956).
- T.H. ELLISON. — *The universal small-scale spectrum of turbulence at high Reynolds number*. Colloque sur la Mécanique de la turbulence. Marseille, 1961. Publ. C.N.R.S. n° 108 (1962).
- A. FAGE et H. C. TOWNEND. — *An examination of turbulent flow with an ultramicroscope*. Proceedings of the Royal Society, 135 A, pp. 656-677 (1932).
- J. GAVIGLIO. — *Sur quelques problèmes de mesures de turbulence effectuées à l'aide de l'anémomètre à fils chauds parcourus par un courant d'intensité constante*. Thèse Aix-Marseille 1958. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 385 (1962).
- M.M. GIBSON. — *Spectra of turbulence at high Reynolds numbers*. Nature **195**, pp. 1281-1283. (Voir aussi un rapport de The Johns Hopkins Univ. Mech. Depart) (1962).
- H.L. GRANT. — *The large eddies of turbulent motion*. J. of Fluid Mechanics, **4**, pp. 149-190 (1958).
- H.L. GRANT et A. MOILLIET. — *A spectrum of turbulence at very high Reynolds numbers*. Nature, **184**, pp. 808-810 (1959).
- H.L. GRANT et A. MOILLIET. — *The spectrum of a cross-stream component of turbulence in a tidal stream*. J. of Fluid Mechanics, **13**, pp. 237-240 (1962).
- H.L. GRANT et I.C.T. NISBET. — *The inhomogeneity of grid turbulence*. J. of Fluid Mechanics, **2**, p. 263 (1957).

- H.L. GRANT, R.W. STEWART et A. MOILLIET. — *Turbulence spectra from a tidal channel*. J. of Fluid Mechanics, **12**, pp. 241-268 (1962).
- A.S. GURVICH. — *Frequency spectra and functions of distribution of probabilities of vertical wind velocity components*. Izvestia Akademii Nauk SSSR Ser. geofiz. p. 1042-1055 (traduction anglaise, pp. 695-703) (1960).
- HANRATTY. — *Turbulent exchange of mass and momentum with a boundary*. American Institute of Chemical Engineers. Journal, **2**, n° 3, pp. 359-362 (1956).
- K. HASSELMANN. — *Zur Deutung der dreifachen Geschwindigkeitscorrelationen der isotropen Turbulenz*. Deutsche Hydrographische Zeitschrift, **11**, 5, pp. 207-217 (1958).
- S. HINCU. — *Determinarea lungimii de stabilizare a miscarii turbulente a fluidelor in canale largi si conducte circulare sub presiune*. Studii si cercetari de Mecanica Aplicata (Roumanie), **4**, pp. 973-982 (1958).
- J.O. HINZE. — *Turbulence*. McGraw Hill Company (1959).
- J.O. HINZE. — *Turbulent pipe-flow*. Colloque sur la Mécanique de la Turbulence, Marseille, 1961, Publ. C.N.R.S., n° 108 (1962).
- P.G. HUBBARD. — *Operating manual for the IIHR hot-wire and hot-film anemometer*. State Univ. of Iowa, n° 432 (1957).
- C. HUSSENOT et F. RICOU. — *Perfectionnements apportés à l'anémomètre à fil chaud à température constante par l'utilisation d'une chaîne de diodes comme circuit de linéarisation*. C.R. de l'Académie des Sciences, **253**, pp. 2629-2631 (1961).
- C. HUSSENOT et J. BAUDOIN. — *Linéarisation par chaînes de diodes dans un anémomètre à fil chaud à température constante*. C.R. de l'Académie des Sciences, **254**, pp. 2144-2146 (1962).
- KIRSTEN. — *Experimentelle Untersuchung der Entwicklung der Geschwindigkeitsverteilung beider turbulenten Rohrströmung*. Thèse, Leipzig (1927).
- A.L. KISTLER. — *The Structure of the laminar sublayer*. Colloque sur la Mécanique de la Turbulence, Marseille, 1961, Publ. C.N.R.S., n° 108 (1962).
- A.L. KISTLER et T. VREBALOVICH. — *Grid turbulence at high Reynolds numbers*. Bull. American Physical Society, **6**, p. 207 (1961).
- P.S. KLEBANOFF. — *Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient*. N.A.C.A. T.R. 1247 (1955).
- P.S. KLEBANOFF et Z.W. DIEHL. — *Some features of artificially thickened fully developed turbulent boundary layers with zero pressure gradient*. N.A.C.A. T.R. 1110 (1952).
- S.J. KLINE, P.W. RUNSTADLER. — *Some preliminary results of visual studies of the flow model of the wall layers of the turbulent boundary*. Transactions ASME, **81**, E, pp. 166-170 (1959).
- J.G. KNUDSEN, D.L. KATZ. — *Fluid dynamics and heat transfer*. McGraw Hill (1958).
- A.N. KOLMOGOROV. — *A refinement of previous hypothesis concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number*. J. of Fluid Mechanics, **13**, pp. 82-85 (1962).
- A.G. KOLESNIKOV. — *Vertical turbulent exchange in a stably stratified sea*. Izvestia Akademii Nauk. SSSR, Ser. Geofiz., pp. 1614-1623 (traduction anglaise, pp. 1079-1084) (1960).
- L.S.G. KOVASZNAVY. — *Calibration and measurement in turbulence research by the hot-wire method*. N.A.C.A. T.M. 1130 (1947).
- L.S.G. KOVASZNAVY. — *Development of turbulence-measuring equipment*. N.A.C.A. 1209 (1954).
- R.M. KRAICHNAN. — *The structure of isotropic turbulence at very high Reynolds numbers*. J. of Fluid Mechanics, **5**, 4, pp. 497-543 (1959).
- J. LAUFER. — *Investigation of turbulent flow in a two-dimensional channel*. N.A.C.A. TR. 1053 (1951).

- J. LAUFER. — *The structure of turbulence in fully developed pipe flow*. N.A.C.A. TR. 1174 (1954).
- H.W. LIEPMANN et M.S. ROBINSON. — *Counting methods and equipment for mean value measurements in turbulence research*. N.A.C.A. T.N. 3037 (1953).
- C.C. LIN. — *On Taylor's hypothesis and the acceleration terms in the Navier-Stokes equations*. Quarterly of Applied Mathematics, **10**, pp. 295-306 (1953).
- W.V. MALKUS. — *Outline of a theory of turbulence shear flow*. J. of Fluid Mechanics, **1**, pp. 521-539 (1956).
- E. MATTIOLI. — *Ricerche teoriche e sperimentali sulla turbolenza di parete*. Aerotecnica, **36**, fasc. 2 (1956).
- E. MATTIOLI. — *Una formula universale per lo spettro della turbolenza di parete*. Atti della Accademia delle Scienze di Torino, **90** (1956).
- B. MILLER. — *The laminar-film hypothesis*. Transactions ASME, **71**, pp. 357-367 (1949).
- J.P. MILLIAT. — *Étude expérimentale de l'écoulement turbulent dans un divergent bidimensionnel parcouru par de l'air*. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 335 (1957).
- MILLIKAN. — *A critical discussion of turbulent flows in channels and circular tubes*. Proc. 5th Internal Congress of Applied Mechanics, Cambridge, pp. 386-392 (1938).
- R.R. MILLS et S. CORRSIN. — *Effect of contraction on turbulence and temperature fluctuations generated by a warm grid*. N.A.S.A. Memo 5-5-59 W (1959).
- R.R. MILLS, A.L. KISTLER, V. O'BRIEN et S. CORRSIN. — *Turbulence and temperature fluctuations behind a heated grid*. N.A.C.A. T.N. 4288 (1958).
- B.G. NEWMANN et B.G. LEARY. — *The measurements of the Reynolds stresses in a circular pipe as means of testing a hot-wire anemometer*. Aeronautical Research Laboratories Sydney, Rep. A. 72 (1950).
- J. NIKURADSE. — *Gesetzmässigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Röhren*. V.D.I. Forschungsheft, n° 356 (1932).
- A.M. OBOUKHOV. — *Some specific features of atmospheric turbulence*. J. of Fluid Mechanics, **13**, pp. 77-81 (1962).
- N.A. PIERCY, E.G. RICHARDSON, H.F. WINNY. — *On the convection of heat from a wire moving through air close to a cooling surface*. Proceedings of the Physical Society, **69B**, pp. 731-742 (1956).
- E.G. RICHARDSON. — *The correction of hot-wire readings in a boundary layer for proximity to the solid boundary*. J. of the Aeronautical Sciences, **23**, pp. 970-971 (1956).
- E. RODET. — *Étude de l'écoulement d'un fluide dans un tunnel prismatique de section trapézoïdale*. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 369 (1960).
- J.C. ROTTA. — *Turbulent boundary layers in incompressible flow*. Progress in aeronautical sciences. (Editeurs A. Ferri, D. Küchemann et L.H.G. Sterne), **2**, pp. 1-221 (1962).
- J.R. RUETENIK. — *Investigation of equilibrium flow in a slightly divergent channel*. Institute for Cooperative Research, The Johns Hopkins Univ. (1954).
- V.A. SANDBORN. — *Experimental evaluation of momentum terms in turbulent pipe flow*. N.A.C.A. TN. 3266 (1955).
- V.A. SANDBORN. — *Measurements of intermittency of turbulent motion in a boundary layer*. J. of Fluid Mechanics, **6**, pp. 221-240 (1959).
- V.A. SANDBORN et W.H. BRAUN. — *Turbulent shear spectra and local isotropy in the low speed boundary layer*. N.A.C.A. TN. 3761 (1956).
- G.B. SCHUBAUER. — *Turbulent processes as observed in boundary layer and pipe*. J. of Applied Physics, **25**, pp. 188-196 (1954).
- J. STERNBERG. — *A theory for the viscous sublayer of a turbulent flow*. J. of Fluid Mechanics, **13**, pp. 241-271 (1962).

- R.W. STEWART. — *Triple velocity correlations in isotropic turbulence*. Proceedings Cambridge Philosophical Society, **47**, pp. 146-157 (1951).
- G.I. TAYLOR. — *Correlation measurements in a turbulent flow through a pipe*. Proc. Royal Society, **157**, pp. 537-546 (1936). (Scientific Papers, Cambridge, pp. 372-379, 1960).
- A.A. TOWNSEND. — *The measurement of double and triple correlations derivatives in isotropic turbulence*. Proceedings Cambridge Philosophical Society, **43**, pp. 560-570 (1947).
- A.A. TOWNSEND. — *Local isotropy in the turbulent wake of a cylinder*. Australian J. of Scientific Research, **1**, pp. 161-174 (1948).
- A.A. TOWNSEND. — *The fully developed turbulent wake of a circular cylinder*. Australian J. of Scientific Research, **2**, pp. 451-468 (1949).
- A.A. TOWNSEND. — *The structure of the turbulent boundary layer*. Proceedings Cambridge Philosophical Society, **47**, pp. 375-395 (1951).
- A.A. TOWNSEND. — *The uniform distortion of homogeneous turbulence*. Quarterly J. of Mechanics and Applied Mathematics, **7**, pp. 104-127 (1954).
- A.A. TOWNSEND. — *The structure of turbulent shear flow*. Cambridge University Press (1956).
- A.A. TOWNSEND. — *The turbulent boundary layer*. Symposium IUTAM on Boundary layer, Fribourg, p. 1-15 (1957).
- M.S. UBEROI. — *Equipartition of energy and local isotropy in turbulent flows*. J. of Applied Physics, **28**, pp. 1165-1170 (1957).
- M.S. UBEROI et L.S.G. KOVASZNY. — *Influence of resolving power on measurement of correlations and spectra of random fields*. Project Squid T.R. n° 30 — The Johns Hopkins University (Voir aussi : *On mapping and measurement of random field*. Quarterly of Applied Mathematics, **10**, 1953, pp. 375-393) (1953).
- J.A.B. WILLS. — *The correction of hot-wire readings for proximity to a solid boundary*. J. of Fluid Mechanics, **12**, pp. 388-396 (1962).
- L.A. WYATT. — *Energy and spectra in decaying homogeneous turbulence*. Ph. D. Thesis, Manchester (1955).
-