



HAL
open science

Réponse d une structure chargée aléatoirement d inclusions résonantes : application aux effets de type métamatériaux

Jérôme Dubois, Christophe Aristégui, Olivier Poncelet

► **To cite this version:**

Jérôme Dubois, Christophe Aristégui, Olivier Poncelet. Réponse d une structure chargée aléatoirement d inclusions résonantes : application aux effets de type métamatériaux. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00554445

HAL Id: hal-00554445

<https://hal.science/hal-00554445v1>

Submitted on 10 Jan 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Réponse d'une structure chargée aléatoirement d'inclusions résonantes : application aux effets de type métamatériau

Jérôme Dubois, Christophe Aristégui, Olivier Poncelet

Université de Bordeaux, CNRS, UMR 5469, Laboratoire de Mécanique Physique, 351, Cours de la Libération, Talence, F-33405, France

j.dubois@lmp.u-bordeaux1.fr

La conception de métamatériaux acoustiques est actuellement sujette à de nombreux travaux. Outre les cristaux phononiques, les milieux aléatoires constituent une voie de développement possible. Ces milieux sont vus par les ondes cohérentes, comme des milieux homogènes équivalents, aux propriétés effectives appropriées. Dans le cadre de l'homogénéisation dynamique, les régimes de fonctionnement de type métamatériaux sont gouvernés par les résonances basse-fréquences des inclusions, se comportant dès lors comme des micro-résonateurs.

L'objectif de ce travail est d'étudier la validité des théories d'homogénéisation en présence des résonances de micro-résonateurs. Nous nous intéressons ainsi aux coefficients de réflexion et de transmission d'un écran d'inclusions cylindriques aléatoirement réparties dans une matrice fluide. Ces réponses cohérentes sont calculées à partir du nombre d'onde effectif et de l'impédance effective de l'écran, établis dans le contexte des travaux de Foldy, Waterman et Truell, Linton et Martin. Les prédictions obtenues sont finalement confrontées à des résultats issus d'un code de différences finies, pour des régimes harmoniques proches des fréquences de résonance et pour des concentrations d'inclusions relativement élevées.

1 Introduction

Les applications potentielles que pourraient avoir des matériaux électromagnétiques ayant une constante diélectrique ϵ et une perméabilité magnétique μ négatives ont été imaginés par Veselago[1]. De tels matériaux ont alors un indice de réfraction négatif, ce qui entraîne que la célérité de phase et la célérité de l'énergie d'une onde se propageant au sein de ce matériau sont de sens opposés. Il parle alors de matériaux « main gauche », car le trièdre formé par les vecteurs de champ électrique, de champ magnétique et d'onde devient indirect. Ces matériaux appelés métamatériaux et conçus par exemple à partir de matériaux hétérogènes microstructurés produisent des effets que l'on ne peut pas retrouver avec des matériaux classiques. À l'échelle de la longueur d'onde, des effets non conventionnels tels que la réfraction négative et le « cloaking » ont été mis en évidence. Les applications potentielles concernent la conception de lentilles planes ou de superlentilles[2] susceptibles d'améliorer la qualité des systèmes de mesure. C'est pourquoi l'étude et la conception de métamatériaux suscitent actuellement de nombreuses recherches aussi bien en électromagnétisme qu'en acoustique.

Les matériaux envisagés sont des structures hétérogènes composées d'une matrice contenant des diffuseurs arrangés soit périodiquement, on parlera de cristaux phononiques (CP) pour l'acoustique, soit de manière aléatoire. Ce type de métamatériaux a déjà été réalisé en électromagnétisme, où l'indice de réfraction négatif a été vérifié expérimentalement[3] sur une structure périodique à deux dimensions. En acoustique, Su-

khovich *et al.*[4] ont réalisé des essais sur un cristal phononique possédant un indice de réfraction négatif. Ils ont également montré à l'aide d'un code de différences finies dans le domaine temporel (FDTD) que la dispersion de la position des diffuseurs dégrade la qualité des lentilles acoustiques planes conçues par CP, pouvant même aller jusqu'à éliminer la propriété de focalisation. Une autre voie pour la conception de métamatériaux est l'utilisation de milieux aléatoires qui par définition ne sont pas soumis à ce problème. Les effets de réfraction négative dans ces milieux ne sont pas dus à des effets de réseau comme pour les CP, mais a priori aux propriétés de diffusion des inclusions, notamment leur faculté à résonner à basses fréquences[5]

L'étude des milieux aléatoires passe par l'étude de l'onde cohérente, qui est l'onde qui résiste au désordre ou onde « moyenne ». Pour l'obtenir, il faut moyenner le champ à l'intérieur du milieu aléatoire sur toutes les configurations possibles de position des diffuseurs. Si un milieu aléatoire est insoné par une onde plane, alors l'onde cohérente sera plane également. Du point de vue de l'onde cohérente, un milieu aléatoire est alors décrit comme un milieu homogène équivalent à l'aide de théories d'homogénéisation. Dans ce contexte, Aristégui et Angel[6] ont déterminé les paramètres mécaniques du milieu effectif dans le cadre des travaux de Waterman et Truell[7] en déterminant les ondes cohérentes réfléchie et transmise en présence d'un écran de diffuseurs immergés dans une matrice fluide non visqueuse infinie. Plus récemment, Luppé et Conoir[8] ont quant à eux déterminé ces mêmes paramètres mécaniques dans le cadre des travaux de Linton et Martin[9]. La connais-

sance de ces propriétés effectives permettra alors de mettre en évidence les propriétés de métamatériaux de milieux aléatoires.

Dans ce travail, nous allons confronter les techniques d'homogénéisation et les théories de diffusion multiple desquelles elles découlent, à des simulations faites à l'aide d'un code FDTD d'un système bidimensionnel. Pour ce faire, nous allons comparer les modules des coefficients de réflexion et de transmission d'un écran de diffuseurs cylindriques fluides immergés dans une matrice fluide, puis les célérités et les atténuations effectives de l'onde cohérente siégeant à l'intérieur de l'écran. Dans une première partie, nous présenterons les formulations théoriques desdits coefficients, obtenus dans le cadre des hypothèses de trois théories classiques de diffusion multiple : Foldy[10], Waterman et Truell, Linton et Martin. Puis dans une seconde partie, nous analyserons les résultats obtenus pour un système composé de fluides réalistes qui présente des résonances de diffuseurs relativement basses fréquences pour différentes concentrations.

2 Les théories d'homogénéisation

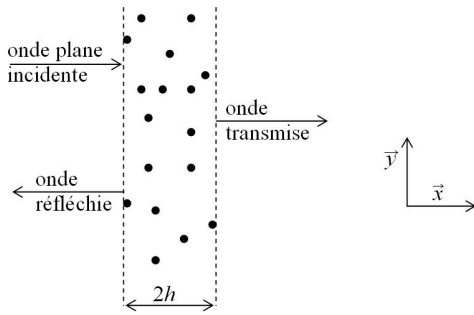


FIGURE 1 – Écran de diffuseurs cylindriques insoné par une onde plane harmonique.

Soit un écran infini de diffuseurs cylindriques fluides, dont les caractéristiques mécaniques et géométriques sont identiques, répartis aléatoirement dans une matrice fluide non visqueuse infinie (figure 1). L'écran, d'épaisseur $2h$, est excité par une onde incidente plane normale à ses surfaces. Les théories d'homogénéisation permettent de décrire cet écran comme un milieu homogène équivalent. Nous allons donc exprimer les coefficients de réflexion et de transmission par les formules classiques obtenues pour une plaque homogène :

$$R = -\frac{Q e^{-2i k_0 h}}{1 - Q^2 e^{4i k_{\text{eff}} h}} (1 - e^{4i k_{\text{eff}} h}), \quad (1)$$

$$T = \frac{1 - Q^2}{1 - Q^2 e^{4i k_{\text{eff}} h}} e^{2i(k_{\text{eff}} - k_0)h}, \quad (2)$$

avec :

$$Q = \frac{Z_0 - Z_{\text{eff}}}{Z_0 + Z_{\text{eff}}},$$

où $Z_i = \rho_i \frac{\omega}{k_i}$ est l'impédance acoustique du milieu i , ρ la masse volumique et k le nombre d'onde des ondes longitudinales. L'indice 0 représente la matrice, et l'indice eff représente le milieu effectif.

Waterman et Truell[7] ont étudié un milieu aléatoire en considérant des diffuseurs linéiques anisotropes répartis de façon uniforme dans une matrice fluide. Ils ont pu déterminer une approximation du nombre d'onde de l'onde cohérente à basses fréquences pour un nombre n_0 de diffuseurs par unité de surface petit :

$$\frac{k_{\text{eff}}^2}{k_0^2} = 1 + \frac{4\pi n_0}{k_0^2} f(0) + \frac{4\pi^2 n_0^2}{k_0^4} [f^2(0) - f^2(\pi)], \quad (3)$$

$f(\theta)$ étant la fonction de forme angulaire définie par :

$$f(\theta) = \frac{1}{i\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n C_n \cos(n\theta). \quad (4)$$

C_n désigne le facteur d'amplitude de diffusion du mode n d'un cylindre insoné par une onde plane, avec $\epsilon_0 = 1$ et $\epsilon_n = 2$ pour $n > 0$.

En suivant un raisonnement similaire, et en étudiant les ondes cohérentes réfléchie et transmise d'un écran (figure 1), Aristégui et Angel[6] ont pu accéder à l'impédance effective et par suite aux caractéristiques mécaniques effectives du milieu homogène équivalent :

$$\frac{\rho_{\text{eff}}}{\rho_0} = 1 + \frac{2\pi n_0}{k_0^2} [f(0) - f(\pi)], \quad (5)$$

$$\frac{\kappa_0}{\kappa_{\text{eff}}} = 1 + \frac{2\pi n_0}{k_0^2} [f(0) + f(\pi)], \quad (6)$$

où $\kappa = \lambda$ est le module de compressibilité, λ est le premier coefficient de Lamé du fluide.

Dans le cas de diffuseurs isotropes ($f(0) = f(\pi)$, approche de Foldy), les équations (3), (5) et (6) deviennent respectivement :

$$\frac{k_{\text{eff}}^2}{k_0^2} = 1 + \frac{4\pi n_0}{k_0^2} f(0), \quad (7)$$

$$\frac{\rho_{\text{eff}}}{\rho_0} = 1, \quad (8)$$

$$\frac{\kappa_0}{\kappa_{\text{eff}}} = 1 + \frac{4\pi n_0}{k_0^2} f(0). \quad (9)$$

En considérant des diffuseurs anisotropes de taille réelle grâce à une fonction de corrélation de paire interdisant le recouvrement entre diffuseurs, Linton et Martin[9] ont déterminé l'expression analytique basses fréquences suivante :

$$\frac{k_{\text{eff}}^2}{k_0^2} = 1 + \frac{4\pi n_0}{k_0^2} f(0) - \frac{8m_0^2}{k_0^4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |m - n| C_n C_m. \quad (10)$$

Observons que les équations (3), (7) et (10) sont identiques au premier ordre en n_0 .

Luppé et Conoir[8] ont déterminé quant à eux, les caractéristiques mécaniques du milieu effectif dans le cadre des travaux de Linton et Martin, à partir du coefficient de réflexion d'un demi-espace. Ils ont obtenu :

$$\frac{\rho_{\text{eff}}}{\rho_0} = 1 + \frac{2\pi n_0}{k_0^2} [f(0) - f(\pi)] - C \frac{4\pi^2 n_0^2}{k_0^4}, \quad (11)$$

$$\frac{\kappa_0}{\kappa_{\text{eff}}} = 1 + \frac{2\pi n_0}{k_0^2} [f(0) + f(\pi)] +$$

$$\left(\left[C - \frac{2J(0)}{\pi^2} + f^2(\pi) - f^2(0) \right] \left(\frac{2\pi n_0}{k_0^2} \right)^2 \right. \quad (12)$$

$$\left. + [f(0) - f(\pi)] C \left(\frac{2\pi n_0}{k_0^2} \right)^3 \right) \frac{\rho_0}{\rho_{\text{eff}}},$$

avec :

$$C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (f(0)^2 - f(\pi)^2) + \frac{f(\pi) - C_0 - f(0)}{f(0)} J_{(0)} \\ + \frac{C_0}{f(0)} J_{(\pi)} + C_0 \frac{f(0) - C_0}{f(0)} I_{(\pi)} \\ - C_0 \frac{2f(\pi) - f(0) - C_0}{f(0)} I_{(0)} \end{bmatrix},$$

$$J_{(\alpha)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |m - n| C_n C_m e^{i n \alpha},$$

$$I_{(\alpha)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |n| C_n e^{i n \alpha}.$$

Ces formules sont identiques, au premier ordre en n_0 , aux équations (5) et (6).

3 Comparaison des modèles théoriques avec les simulations numériques

3.1 Étude des coefficients de réflexion et de transmission

Dans cette partie nous comparerons les prédictions théoriques des coefficients de réflexion et de transmission avec les résultats obtenus par des simulations numériques effectuées avec un code FDTD. Les ondes réfléchi et transmises sont déterminées numériquement à l'aide d'une ligne réceptrice de chaque côté du milieu aléatoire. Pour une configuration de position des diffuseurs, ces ondes sont composées d'une partie cohérente et d'une partie aléatoire. Afin d'éliminer la partie aléatoire, une moyenne sur un nombre suffisant de configurations (entre 150 et 300) est réalisée. Nous avons remarqué que le calcul du champ moyen transmis converge rapidement (une trentaine de simulations suffises), alors qu'une valeur stable du champ moyen réfléchi est atteinte pour un nombre élevé de simulations (probablement à cause de son amplitude faible).

| | | |
|------|---------------------------------|-------------------------------|
| eau | $\rho = 1 \text{ g.cm}^{-3}$ | $c = 1,5 \text{ m.ms}^{-1}$ |
| FC72 | $\rho = 1,68 \text{ g.cm}^{-3}$ | $c = 0,512 \text{ m.ms}^{-1}$ |

TABLE 1 – Caractéristiques des fluides utilisés dans les simulations.

Le système étudié est un écran de 9 diffuseurs d'épaisseur pour une largeur de 100 diffuseurs, constitué d'une matrice d'eau et de diffuseurs d'huile FC72 dans laquelle la célérité des ondes longitudinales est relativement faible (trois fois inférieure à celle de l'eau), tableau 1. Notre étude a été réalisée pour des valeurs de la fréquence réduite ($k_0 a$) variant de 0 à 1,5. Sur cette plage de fréquences, on retrouve deux fréquences de résonance des diffuseurs $k_0 a = 0,903$ et $1,33$ correspondant respectivement aux résonances des modes dipolaire (C_1) et quadripolaire (C_2). Ces résonances, n'étant pas aussi marquées que celles du système étudié par Li et Chan[5], ne permettent pas d'obtenir des effets de

métamatériaux, mais entraînent néanmoins des variations rapides des caractéristiques mécaniques du milieu effectif. Nous allons étudier dans une première approche l'impact de ces résonances sur les réponses d'un milieu aléatoire. Les essais ont été réalisés pour trois concentrations ϕ différentes : 4,4%, 13,2% et 31,4%. Les effets de définition des interfaces entre milieux homogène et hétérogène ont été discutés dans [11].

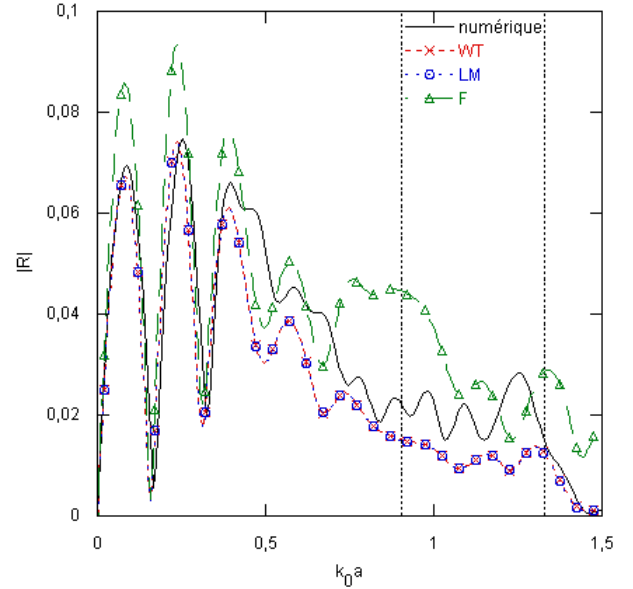


FIGURE 2 – Module du coefficient de réflexion pour une concentration de 4,4%.

Les modules des coefficients de réflexion et de transmission sont représentés respectivement sur les figures 2 et 3 pour une concentration de 4,4%. Les fréquences de résonance sont repérées par des lignes pointillées verticales. Il apparaît sur ces figures que pour de faibles concentrations, il n'y a pas de différences significatives entre les modélisations développées dans le cadre des travaux de Waterman et Truell (**WT**) et de Linton et Martin (**LM**). La figure 2 montre que ces deux théories d'homogénéisation prédisent un coefficient de réflexion proche de celui obtenu par FDTD. Celle développée dans le cadre des travaux de Foldy (**F**) est plus éloignée comme l'avions déjà observé pour des systèmes non résonants[11]. De plus, elle prédit une augmentation erronée du module du coefficient de réflexion pour des fréquences proches des résonances de diffuseurs.

La figure 3 montre que les trois modélisations donnent des valeurs du module du coefficient de transmission proches les unes des autres et sont en bon accord avec les résultats numériques. Aux voisinages des fréquences de résonance des diffuseurs, le coefficient de transmission diminue. On remarque que le minimum local autour de ces fréquences apparaît pour des fréquences moins élevées sur les simulations numériques que sur les prédictions théoriques.

Des résultats similaires à ceux présentés sur les figures 2 et 3 ont été observés pour une concentration $\phi = 13,2\%$. Par contre, pour une très forte concentration ($\phi = 31,4\%$), les résultats numériques et théoriques sont en accord seulement à basses fréquences ($k_0 a < 0,25$). Il apparaît par ailleurs que les théories de WT et de

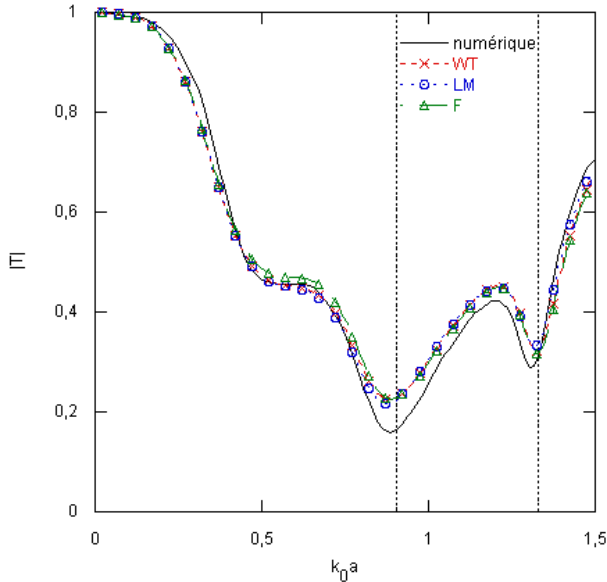


FIGURE 3 – Module du coefficient de transmission pour une concentration de 4,4%.

LM prédisent des résultats similaires sur tout le domaine d'étude, excepté aux voisinages des fréquences de résonance. Ceci est d'autant plus dommageable pour la conception de métamatériaux à structure aléatoire que les effets de métamatériaux apparaissent dans ces domaines fréquentiels.

3.2 Étude du nombre d'onde effectif

Les propriétés de l'onde cohérente longitudinale ont été mesurées à partir d'une ligne de récepteurs appartenant à l'écran, orientée parallèlement à la direction de propagation de l'onde incidente. Pour cela, la pression $p(x)$ de l'onde cohérente le long de sa direction de propagation est supposée s'écrire :

$$p(x) = A e^{i\left(\frac{\omega}{c_{\text{eff}}} + i\alpha_{\text{eff}}\right)x}, \quad (13)$$

où A est l'amplitude complexe de la pression, ω la pulsation, c_{eff} et α_{eff} la célérité et l'atténuation effective. L'équation (13) contient quatre inconnues à déterminer.

Afin d'obtenir les valeurs de c_{eff} et α_{eff} , nous proposons quatre méthodes d'identification différentes. Pour chacune des deux méthodes mises en œuvre pour calculer la célérité effective, nous recherchons les inconnues soit sur le signal total comprenant les ondes cohérentes progressive et rétrograde, soit en ne considérant que l'onde cohérente progressive :

- méthode 1 : après avoir déterminé la moyenne des inconnues sur les premiers points du signal, nous avons affiné le résultat en minimisant l'erreur quadratique entre l'équation (13) et le signal total numérique ;
- méthode 2 : nous avons procédé de la même manière que précédemment, mais avant de minimiser l'erreur quadratique nous avons éliminé l'onde cohérente rétrograde dans l'écran en annulant les composantes négatives du spectre (spatial) du signal numérique ;
- méthode 3 : après avoir déterminé la célérité effective comme étant la composante principale

du spectre du signal numérique (maximum du spectre), nous avons utilisé la même démarche que dans la méthode 1 pour déterminer les trois autres inconnues ;

- méthode 4 : nous avons procédé de la manière que la méthode 3, mais avant de minimiser l'erreur quadratique nous avons éliminé l'onde cohérente rétrograde dans l'écran en annulant les composantes négatives du spectre (spatial) du signal numérique.

Les méthodes 3 et 4 conduisant aux mêmes valeurs de célérité effective, nous ne présenterons que les résultats d'une de ces deux méthodes, figures 4 et 5. L'ensemble des simulations a montré que les méthodes 1 et 2 n'ont de différences significatives sur la détermination de la célérité effective qu'à basses fréquences. En effet, à basses fréquences, le spectre spatial empiète sur les nombres d'ondes négatifs, composantes que l'on élimine lorsque l'on ne considère que l'onde progressive. Nous perdons alors une partie de l'information liée à l'onde cohérente progressive et introduisons un biais dans la mesure de la célérité effective. Il semble donc que le rôle de l'onde cohérente rétrograde dans la détermination de la célérité effective soit mineur.

Du point de vue de l'atténuation effective, les différences sont très faibles entre les méthodes 1 et 3 et entre les méthodes 2 et 4. Nous ne montrerons donc que les résultats de deux de ces quatre méthodes, figures 6 et 7. Observons que la valeur de l'atténuation effective diminue lorsque l'onde cohérente rétrograde n'est pas prise en compte.

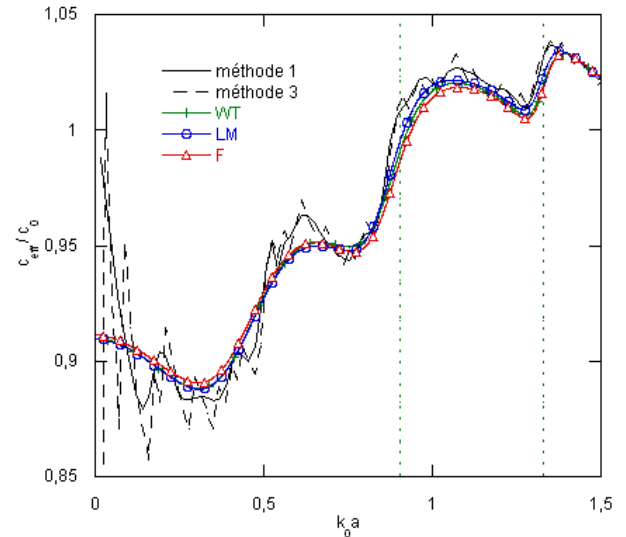


FIGURE 4 – Rapport de la célérité effective sur la célérité dans la matrice pour une concentration de 4,4%.

Nous présentons le rapport entre la célérité effective et la célérité dans la matrice sur les figures 4 et 5 pour une concentration respective de diffuseurs de 4,4% et 13,2%. À basses fréquences, les données numériques ne correspondent pas aux prédictions théoriques. En effet, à ces fréquences, les longueurs d'onde étant très grandes comparées à l'épaisseur de l'écran, il est difficile de quantifier le nombre d'onde de l'onde cohérente.

Outre ce problème, les théories de diffusion mul-

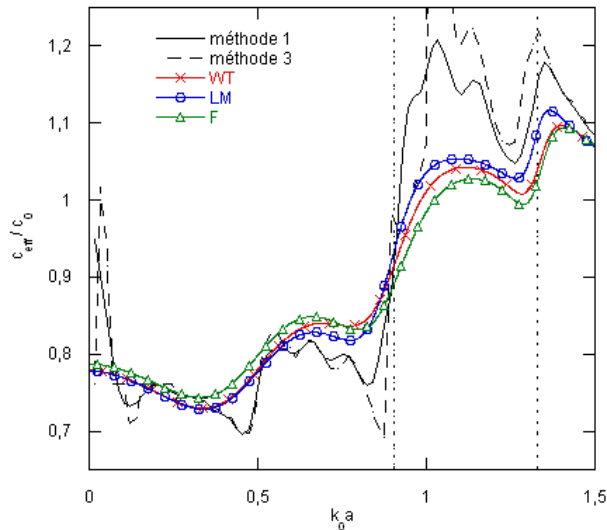


FIGURE 5 – Rapport de la célérité effective sur la célérité dans la matrice pour une concentration de 13,2%.

tipale et les résultats numériques sont en très bon accord sur toute notre plage d'étude pour une concentration de 4,4%. Néanmoins, la figure 5 montre que pour une concentration de 13,2% les écarts entre les prédictions théoriques et les résultats numériques, et entre les deux méthodes de détermination numérique, sont importants au voisinage de la première fréquence de résonance. La figure 7 souligne que l'atténuation effective est élevée, ceci pouvant entraîner une détermination erronée de la célérité effective.

Les figures 6 et 7 représentent l'atténuation effective adimensionnée $\alpha_{\text{eff}} a$ en fonction de la fréquence réduite. De même que pour la célérité effective, les résultats théoriques et numériques sont très proches pour une concentration de 4,4%, excepté le premier pic numérique qui est absent des prédictions théoriques. L'atténuation effective adimensionnée maximale obtenue à l'aide des méthodes 1 et 4 vaut pour ce système respectivement $\alpha_{\text{eff}} a = 0,10$ et $0,095$. Les libres parcours moyens élastiques, qui représentent la distance moyenne entre deux processus de diffusion ($l_e = \frac{1}{2\alpha}$) sont respectivement inférieurs à 59% et 65% de l'épaisseur de l'écran. Dans un milieu aléatoire l'onde perdant sa cohérence après deux libres parcours moyens élastiques[12], les simulations réalisées l'ont été dans un régime propagatif.

Pour la concentration $\phi = 13,2\%$, l'atténuation effective est qualitativement bien décrite, mis à part au voisinage de la première résonance de diffuseurs, où l'atténuation effective numérique est beaucoup plus importante que les prédictions théoriques. Notons que l'atténuation effective adimensionnée maximale de ce système vaut $\alpha_{\text{eff}} a = 0,44$ et $0,38$ respectivement pour les méthodes 1 et 4, ceci correspond à des libres parcours moyens élastiques d'environ 14% et 16% (20% pour les prédictions) de l'épaisseur de l'écran. Les essais réalisés l'ont donc été dans un régime diffusif.

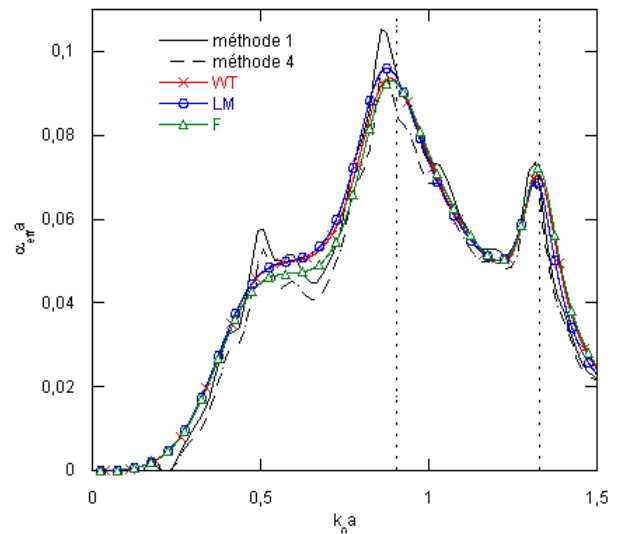


FIGURE 6 – Atténuation effective adimensionnée pour une concentration de 4,4%.

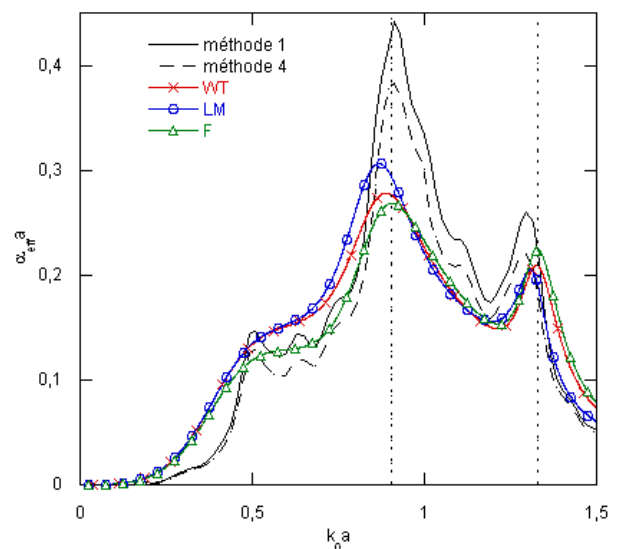


FIGURE 7 – Atténuation effective adimensionnée pour une concentration de 13,2%.

4 Conclusion

Les résultats présentés montrent que pour une concentration de diffuseurs $\phi = 4,4\%$, l'accord entre les simulations numériques et les prédictions issues de modèles de diffusion multiple est excellent, en particulier au voisinage de la première résonance de diffuseurs, lorsque l'épaisseur de l'écran est inférieure à deux fois le libre parcours moyen élastique.

Pour une concentration plus élevée (13,2%), les théories d'homogénéisation donnent une bonne description des modules de réflexion et de transmission d'un écran de diffuseurs, mais l'écart entre les célérités effectives déterminées numériquement et prédites théoriquement est important au voisinage de la première fréquence de résonance. Ceci pourrait s'expliquer par la forte atténuation ou encore par l'apparition d'un régime diffusif.

Nous n'avons pas pu déterminer si cela provenait de la forte atténuation ou alors du régime diffusif. En effet, des études expérimentales ont montré que l'on peut retrouver des traces de l'onde cohérente après qu'elle ait parcouru 15 fois le libre parcours moyen élastique dans un matériau aléatoire[12]. La question de l'utilisation d'un modèle prédictif de diffusion multiple en présence de fortes résonances, comme outils d'aide à la conception de métamatériaux à structure aléatoire reste posée.

Références

- [1] Veselago V.G., "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ", *Sov. Phys. Usp.* 10, 4, 509-514 (1968)
- [2] Pendry J.B., "Negative refraction makes a perfect lens", *Phys. Rev. Lett.* 85, 18 (2000)
- [3] Shelby R.A., Smith D.R., Shultz S., "Experimental verification of a negative index of refraction", *Science* 292, 77 (2001)
- [4] Sukhovich A., Merheb B., Muralidharan K., Vasseur J.O., Pennec Y., Deymier P.A., Page J.H., "Experimental and theoretical evidence for subwavelength imaging in phononic crystals", *Phys. Rev. Lett.* 102, 154301 (2009)
- [5] Li J., Chan C.T., "Double-negative acoustic metamaterial", *Phys. Rev. E*, 70 (2004)
- [6] Aristégui C., Angel Y.C., "Effective mass density and stiffness derived from P-wave multiple scattering", *Wave Motion* 44, 153-164 (2007)
- [7] Waterman P.C., Truell R., "Multiple scattering of waves", *J. Math. Phys.* 2, 4 (1961)
- [8] Luppé F., Conoir J.-M., "Multiple scattering by cylinders randomly located in a fluid : effective properties", *6^e journées du GDR CNRS 2501 « ultrasons »*, Lake District, Angleterre, 18-22 Janvier 2010, sous presse
- [9] Linton C.M., Martin P.A., "Multiple scattering by random configurations of circular cylinders : second-order corrections for the effective wavenumber", *J. Acoust. Soc. Am.* 117, 6 (2005)

- [10] Foldy L.L. "The multiple scattering of waves. I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers", *Phys. Rev.*, 67, 107-119 (1945)
- [11] Dubois J., Aristégui C., Poncelet O., Shuvalov A.L., "Coherent acoustic response of a screen containing random distribution of scatterers : comparison between different approaches", *6^e journées du GDR CNRS 2501 « ultrasons »*, Lake District, Angleterre, 18-22 Janvier 2010, sous presse
- [12] Tourin A. "Diffusion multiple et renversement du temps des ondes ultrasonores", *thèse de doctorat*, Université Paris VII, (1999), n° d'ordre 99 PA07 7238