HAL
open science

Modélisation plastique bi-linéaire de l'usure de matériaux abradables : application aux turbo-machines

Mathias Legrand, Christophe Pierre

▶ **To cite this version:**

Mathias Legrand, Christophe Pierre. Modélisation plastique bi-linéaire de l'usure de matériaux abradables : application aux turbo-machines. Mechanics & Industry, 2010, 11, pp.283-288. 10.1051/meca/2010030 . hal-00551922

HAL Id: hal-00551922

https://hal.science/hal-00551922

Submitted on 4 Jan 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation plastique bi-linéaire de l'usure de matériaux abradables : application aux turbo-machines

Mathias Legrand
Laboratoire de dynamique des structures et vibrations, Département de génie mécanique, Université McGill, 817 Sherbrooke Ouest, Montréal, Québec H3A 2K6, Canada

Christophe Pierre
Laboratoire de dynamique des structures et vibrations, Département de génie mécanique, Université McGill, 817 Sherbrooke Ouest, Montréal, Québec H3A 2K6, Canada

Résumé

Une prise en compte simplifiée et macroscopique de l'usure des matériaux abradables dans les moteurs d'avion est proposée. Ces revêtements sont positionnés sur les carters au niveau des sommets d'aubes. Plus spécifiquement, il s'agit d'inclure, au sein d'une procédure d'intégration en temps explicite dédiée à l'étude de l'interaction aube-carter par contact mécanique, la prise en compte de l'évolution du profil d'usure en temps réel. Ce profil est mis à jour grâce à une loi de comportement plastique de l'abradable. Afin de maintenir des temps de calcul adaptés à des analyses paramétriques, les équations du mouvement de l'aube étudiée sont projetées sur un espace réduit construit selon la procédure de synthèse modale de Craig-Bampton. Ce choix est motivé par la possibilité de traiter les contraintes de contact et les conditions d'usure directement dans l'espace réduit.

Il est montré que le comportement de ce matériau est à l'origine de zones d'interaction dangereuses vis-à-vis de la stabilité de l'aube. Sous certaines conditions, l'utilisation de revêtements abradables semble très défavorable.

Mots clés — matériaux abradables, moteur d'avion, dynamique explicite, plasticité bi-linéaire, contact mécanique

Abstract

A simplified macroscopic implementation of abradable material wear in aircraft engines is introduced. These coatings are located along the circumference of the surrounding casings facing the blade-tips. More specifically, it is intended to numerically embed the abradable profile changes within an explicit time-stepping technique dedicated to blade-to-casing interactions by means of unilateral contact. This profile is updated through the use of a plastic constitutive law for the evolution of the abradable material. In order to keep low computational efforts allowing for parameter studies, a reduced order model of the blade of interest is built by following the Craig-Bampton modal synthesis technique. This choice is motivated because it offers the possibility to treat the contact constraints and wear conditions directly in the reduced-order space.

It is shown that the mechanical behavior of the abradable material may initiate dangerous divergent motions of the blade. Under specific conditions, the use of abradable coatings should be avoided.

Keywords — Turbomachinery, Abradable coatings, Wear, Contact mechanics, Explicit time-stepping technique, Plastic constitutive law

1 Introduction

La nécessité constante de réduire les coûts d'achat et de fonctionnement des moteurs d'avion pousse les constructeurs à développer des stratégies innovantes comme, par exemple, l'intégration de matériaux composites légers capables de résister à des températures élevées ou la mise en œuvre de méthodes d'optimisation dédiées à une meilleure efficacité aérodynamique des aubages. Une composante plutôt nouvelle concerne la diminution des possibles pertes de charge aérodynamique par fermeture des jeux fonctionnels entre sommets d'aubes et carters. Inévitablement, les contacts structuraux entre les composants en rotation et leurs vis-à-vis statiques deviennent courants et sont aujourd'hui admis comme partie intégrante de la vie d'une turbo-machine [7].

C'est dans ce contexte que sont développés les matériaux abradables disposés en revêtement sur la circonférence du carter faisant face aux sommets d'aubes. En plus d'une réduction du jeu de fonctionnement nominal, ils s'ajustent automatiquement pour éviter les dommages structuraux lors de contacts directs et présentent les propriétés mécaniques contradictoires suivantes [9] :

– résistance aux températures élevées et aux flux de gaz haute pression transportant des particules circulant à des vitesses très importantes ;
– ductilité suffisante afin de ne pas endommager les aubes en cas de contact.

Malheureusement, il a été détecté expérimentalement que l'usure des revêtements abradables jouait un rôle clé dans l'apparition de comportements instables au niveau des pieds d'aubes. La modélisation de l'usure des matériaux abradables constitue une difficulté majeure du fait de l'ensemble des mécanismes de fissuration, rupture, plastification et décollement impliqués [8, 3]. L'identification expérimentale de ces matériaux est le sujet d'études [5] mais leur modélisation dans des configurations réalistes semble limitée.

Dans ce travail, l'usure est entrevue très simplement comme équivalente, de manière macroscopique, à de la plastification [6] uni-axiale, quasi-statique et en compression uniquement. Cette hypothèse permet un archivage en temps réel du profil d'usure, phénomène qui serait à l'origine de l'instabilité vibratoire de l'aube. La présente étude se limite à la configuration d'une aube, légèrement plus longue que ses voisines, qui vient en contact avec un carter structurellement insensible à l'interaction du fait de ses propriétés mécaniques. Afin d'obtenir des temps de calcul propices à des études paramétriques, la dynamique de l'aube est réduite par la méthode de Craig-Bampton. Parmi l'ensemble des méthodes de synthèse modale, elle seule offre, de manière robuste, l'accès à des déplacements physiques dans l'espace réduit. Par définition, ces déplacements physiques sont ceux des nœuds en sommet d'aube afin de pourvoir traiter directement les conditions de contact et d'usure. Une fois réduites, les équations du mouvement sont résolues par une approche temporelle explicite de type prédiction/correction. Après la vérification de la convergence en temps et en espace de l'outil numérique proposé, l'analyse porte sur les différents types de comportement vibratoire de l'aube en fonction des caractéristiques matériau de l'abradable.

2 Modèles et équations du mouvement

Il s'agit d'étudier la dynamique d'une aube en surlongueur [1] soumise à des contraintes de contact unilatéral avec usure du fait de la présence d'un carter sur lequel est disposé une revêtement abradable. La mise en contact réelle est complexe et est initiée ici simplement par une déformation statique à deux diamètres exercée sur le carter (figure 1(a)) du compresseur basse pression, structure insensible à l'interaction à cause de ses caractéristiques mécaniques [2] et dont la dynamique n'est pas prise en compte. L'abradable, quant à lui, est discrétisé en éléments barres travaillant en compression quasi-statique et comprenant une phase plastique afin de conserver un profil d'évolution et d'en comprendre le rôle dans la naissance d'un possible comportement divergent.

Afin de limiter les temps de calcul, la dynamique de l'aube est projetée sur une base réduite de Craig-Bampton [2] pour laquelle trois nœuds frontières, où seront traitées les conditions de contact, sont retenus comme illustré sur la figure 1(b). La base de réduction contient neuf modes statiques d'interface et un nombre flexible de modes propres à interface fixe, dans laquelle les équations du mouvement prennent la forme :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}+\mathbf{D}\dot{\mathbf{u}}+\mathbf{K}\mathbf{u}+\boldsymbol{\lambda}=\mathbf{0} \tag{1}$$

où $\mathbf{u}$ rassemble les participations temporelles des modes contraints et des modes composants de l'aube et $\mathbf{M}$, $\mathbf{D}$ et $\mathbf{K}$ représentent les matrices masse, amortissement et raideur, respectives. Il n'y a pas de chargement externe et l'excitation vibratoire de l'aube provient des seules conditions de contact. Dans la méthode de Craig-Bampton, les participations des modes contraints correspondent aux déplacements physiques des nœuds frontières sur lesquels il est alors possible d'imposer des conditions de contact unilatéral de type Signorini. Par conséquent, il faut choisir judicieusement ces nœuds frontières afin de capturer un ensemble pertinent de déformées physiques de l'aube (flexion, torsion...) tout en limitant la taille finale du modèle réduit.

1. En première estimation, la surlongueur de cette aube permet de négliger la dynamique et le couplage mécanique avec les autres aubes de la roue aubagée.
2. Dans le cadre de ce projet, les masse et raideur du carter et de l'aube sont telles que pendant une phase de contact, le carter ne se déforme pas. Ce constat numérique est confirmé par les résultats expérimentaux.

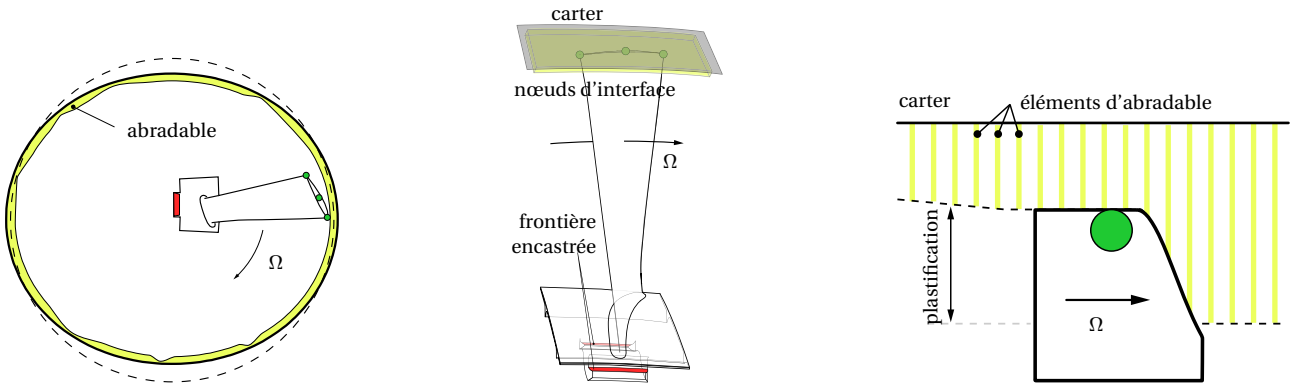
Les efforts de contact $\boldsymbol{\lambda}$ sont déterminés par les conditions de Signorini usuelles qui s'écrivent au niveau des trois nœuds frontières :

$$\boldsymbol{\lambda} \geqslant 0, \quad \mathbf{g} \geqslant 0, \quad \boldsymbol{\lambda}\mathbf{g} = 0 \tag{2}$$

pour lesquelles sont contenues dans $\mathbf{g}$, les fonctions distances entre les nœuds frontières et les éléments d'abradable respectifs comme indiqué sur la figure 1(c) : implicitement, il y a autant de rangées d'abradable que de nœuds frontières. Ces fonctions distances dépendent donc du champ de déplacement de l'aube et des déformations plastiques de l'abradable dont l'équilibre quasi-statique avec les forces de contact s'écrit :

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{F}_{\text{int}} \tag{3}$$

Dans l'équation (3), le terme $\mathbf{F}_{\text{int}}$ contient les forces intérieures des barres potentiellement en contact avec l'aube à l'instant t et est organisé, tout comme $\boldsymbol{\lambda}$, de manière cohérente avec le champ de déplacement de l'aube.



(a) configuration courante : déformée à deux diamètres du carter

(b) nœuds d'interface en contact avec l'abradable et conditions aux limites

(c) profil de l'aube au niveau d'un nœud frontière et discrétisation de l'abradable en éléments barres en phase d'usure

Figure 1 – Aube de compresseur en situation d'interaction

Dans la présente étude, les efforts tangentiels normalement présents lors des phases de contact ne sont pas pris en compte. Cependant, il semble important de mentionner certaines considérations relatives à ces derniers et qui seront abordées lors de travaux ultérieurs :

- il est possible d'ajouter, sans complication particulière, les efforts tangentiels issus de la loi de Coulomb en phase de glissement pur, du fait des vitesses relatives en jeu. Néanmoins, le couplage fort qui existe entre les efforts normaux et les efforts tangentiels rend la détection des éléments d'abradable impliqués dans une phase de contact plus difficile ;
- comme le suggère la figure 1(c), le frottement en tant que tel devient négligeable face aux composantes tangentielles des efforts subit en sommet d'aube : d'un point de vue réaliste, l'abradable en plus de s'user dans la direction radiale, freine la progression de l'aube dans la direction tangentielle. Il faut donc penser à une stratégie qui ne les néglige pas.

3 Rappels sur la plasticité

Du fait des hypothèses de travail concernant le matériau abradable, la plasticité est ici rappelée dans sa forme uni-axiale avec compression uniquement. Par convention, les contraintes et les déformations sont donc limitées au domaine $(\varepsilon, \sigma) \in (\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+)$. Soient une loi de plasticité avec écrouissage isotrope et $\mathbb{E}_\sigma$, l'ensemble des contraintes admissibles :

$$\mathbb{E}_\sigma = \{(\sigma, \alpha) \in (\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}) \backslash f(\sigma, \alpha) \leqslant 0\} \tag{4}$$

où $\alpha : [0, T] \to \mathbb{R}$ est la variable d'écrouissage interne et f, une fonction critère. Il est supposé (1) que la déformation totale est la somme de ses parties élastique ε^e et plastique ε^p, soit $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$ et (2) que la relation

entre les déformations élastiques et les contraintes est linéaire, soit $\sigma = E\varepsilon^e$. L'écrouissage est isotrope, donc le centre de $\mathbb{E}_\sigma$ reste à l'origine, et linéaire selon l'écoulement plastique $\dot{\varepsilon}^p$. Ceci mène à une fonction critère de la forme :

$$f(\sigma,\alpha) = \sigma - (\sigma_Y + K\alpha) \tag{5}$$

où $\sigma_Y > 0$ est la limite élastique et $K \geqslant 0$, le module plastique. La seconde hypothèse permet de considérer uniquement l'équation d'évolution $\dot{\alpha} = \dot{\varepsilon}^p$ et la condition sur l'écoulement est telle qu'il existe $\gamma \geqslant 0$, paramètre de consistance impliquant $\dot{\varepsilon}^p = \gamma \frac{\partial f}{\partial \sigma}$, ce qui entraîne $\dot{\varepsilon}^p = \gamma$ du fait de (5).

Les quantités duales γ et f obéissent aux conditions de Kuhn-Tucker, augmentées de la condition de consistance :

$$\gamma \geqslant 0\,; \qquad f(\sigma,\alpha) \leqslant 0\,; \qquad \gamma f(\sigma,\alpha) = 0\,; \qquad \gamma \dot{f}(\sigma,\alpha) = 0 \tag{6}$$

Pour une formulation quasi-statique en déformation, adaptée au cadre des éléments finis en déplacement, et pour une loi uni-axiale de type compression, la stratégie de résolution se simplifie grandement même si la nature non-linéaire de la loi de comportement ne peut se traduire que par des approches incrémentales. Soient un état admissible et un incrément de déformation imposé $\Delta\varepsilon$ tels que :

$$\sigma^{\text{pré}} = E\Delta\varepsilon + \sigma\,; \qquad \Delta\varepsilon^p = 0\,; \qquad \Delta\alpha = 0\,; \quad f^{\text{pré}} = \sigma^{\text{pré}} - (\sigma_Y + K\alpha) \tag{7}$$

Afin de s'assurer que l'incrément en déformation a engendré un état compatible vérifiant la condition (4), il est nécessaire de tester la valeur $f^{\text{pré}}$:

- si $f^{\text{pré}} \leqslant 0$, alors l'état supposé est l'état actuel puisqu'il est admissible ;
- si $f^{\text{pré}} > 0$, la condition est violée et l'état supposé doit être corrigé. Il s'agit de projeter l'état du système prédit sur la frontière de la fonction seuil $f = 0$ à déformation constante. Dans ce cadre, il est aisé de démontrer par variation de l'équation (5) que :

$$f = f^{\text{pré}} - \gamma(E + K) \tag{8}$$

Par conséquent $f = 0$ implique $\gamma = f^{\text{pré}}/(E+K)$ avec la mise à jour suivante :

$$\sigma = \sigma^{\text{pré}} - E\gamma\,; \qquad \Delta\varepsilon^p = \gamma\,; \qquad \Delta\alpha = \gamma \tag{9}$$

4 Intégration numérique et résolution

Le phénomène d'usure étudié a un caractère fortement transitoire. Une intégration numérique temporelle représente par conséquent un choix naturel pour résoudre les équations du mouvement. Dans ce travail, c'est la méthode des différences finies centrées qui est plébiscitée parce qu'elle permet une prise en compte simple des non-linéarités conditionnelles de type plasticité et contact.

Supposons un découpage uniforme d'un intervalle temporel $[0\,T]$ tel que $t_{n+1} = t_n + h$ où h représente le pas de temps du schéma. Accélération et vitesse s'écrivent alors :

$$\ddot{\mathbf{u}}_n = \frac{\mathbf{u}_{n+1} - 2\mathbf{u}_n + \mathbf{u}_{n-1}}{h^2} \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{u}}_n = \frac{\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_{n-1}}{2h} \tag{10}$$

où $\mathbf{u}_n$ est une quantité vectorielle approchée du déplacement $\mathbf{u}(t_n)$ recherché.

À l'image de ce qui est proposé dans [1], il s'agit d'adopter un schéma de prédiction/correction. En relisant les équations (1) et (3), les efforts de contact deviennent une variable intermédiaire qui n'est pas traitée ici. En termes simples, il faut, pour chaque pas de temps, tester si l'aube a pénétré l'abradable pendant la phase de prédiction et si tel est le cas, corriger son déplacement afin que sa dynamique soit en équilibre avec les forces intérieures de l'abradable, assujetties pour leur part à la procédure impliquant les équations (7) à (9). L'algorithme final est le suivant :

1. **Prédiction des déplacements** $\mathbf{u}_{n+1}$ du pas de temps courant n en ignorant les conditions de contact. Ces déplacements prédits $\mathbf{u}^{\text{pré}}_{n+1}$ s'écrivent :

$$\mathbf{u}^{\text{pré}}_{n+1} = \left[\frac{\mathbf{M}}{h^2} + \frac{\mathbf{D}}{2h}\right]^{-1} \left(\left(\frac{2\mathbf{M}}{h^2} - \mathbf{K}\right)\mathbf{u}_n + \left(\frac{\mathbf{D}}{2h} - \frac{\mathbf{M}}{h^2}\right)\mathbf{u}_{n-1}\right) \tag{11}$$

2. **Détermination des distances** entre le profil du sommet d'aube et l'abradable (voir Figure 1(c)), distances regroupées dans le vecteur $\mathbf{g}_{n+1}$. Une procédure de recherche identifie tous les éléments d'abradable, dont les indices i sont rassemblés dans l'ensemble I, contactés par les nœuds frontières de l'aube.
3. **Calcul des forces intérieures dans l'abradable** grâce à l'incrément de déformation $\Delta\varepsilon$ induit par les pénétrations. Les contraintes respectives $\sigma_{i\in\mathrm{I}}$, les variables d'écrouissage $\alpha_{i\in\mathrm{I}}$ et les déformations plastiques $\varepsilon^p_{i\in\mathrm{I}}$ sont mises à jour grâce aux équations (7) à (9). Le vecteur des forces intérieures s'obtient par intégration sur le domaine de chaque élément d'abradable impacté :

$$\mathbf{F}_{\mathrm{int}} = \sum_{i\in\mathrm{I}} \mathrm{S}_i \sigma_i \tag{12}$$

où S_i représente l'aire de la section du $i^{\,\mathrm{e}}$ élément barre et dépend de la densité numérique d'abradable.
4. **Correction des déplacements**

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}^{\mathrm{pré}}_{n+1} - \left[\frac{\mathbf{M}}{h^2} + \frac{\mathbf{D}}{2h}\right]^{-1} \mathbf{F}_{\mathrm{int}} \tag{13}$$

4.1 Résultats

Dans ce qui suit, à des fins de confidentialité, les déplacements, les niveaux d'usure, la vitesse de rotation ainsi que les fréquences propres sont normalisés.

Études de convergence

Les caractéristiques de convergence et de stabilité de l'outil numérique proposé dépendent, de manière couplée, de la dimension du modèle réduit de l'aube, du nombre d'éléments d'abradable retenus et du pas de temps. Afin de simplifier l'étude, la sensibilité des résultats au nombre de nœuds frontières est ignorée. Du fait des non-linéarités rencontrées, il est illusoire de penser calculer analytiquement la valeur optimale de ces trois paramètres. Une campagne de calculs empirique doit permettre de conclure.

Concernant l'abradable, il s'agit de trouver sa densité d_a minimale[3] conduisant à un profil d'usure invariant, c'est-à-dire convergé, lors du passage de l'aube. Pour sa part, le modèle réduit doit préserver la plus influente partie de la dynamique de l'aube impliquée dans l'interaction avec un nombre limité de degrés de liberté. Il suffit alors de tronquer la base de Craig-Bampton à un ordre fréquentiel suffisant. Quant au pas de temps, du fait du caractère conditionnellement stable de la discrétisation temporelle choisie, il est nécessaire de déterminer un pas de temps seuil au dessous duquel les résultats sont identiques.

Une simulation sur vingt tours est menée. À des fins de concision, la convergence de la synthèse modale n'est pas montrée : en plus des neuf modes statiques, cinquante modes composants suffisent pour assurer une bonne détection des résonances de l'aube en situation d'interaction. Le profil issu de l'interaction est quant à lui précisé sur la figure 2 pour laquelle la différence entre les courbes est très faible. Le niveau vibratoire du premier mode statique pour trois densités d'abradable est indiqué sur la figure 3 : la différence entre les courbes est également négligeable. Ces résultats confirment que la convergence en espace est atteinte pour une densité seuil d'abradable.

La participation du premier mode statique pour trois pas de temps différents est indiquée sur la figure 4 : les différences sont négligeables et le pas de temps maximal admissible est de l'ordre de $h = 5\cdot 10^{-7}$ s.

Par conséquent, il semble justifié de considérer que l'outil numérique proposé est maîtrisé et permet de mener à bien l'ensemble des simulations utiles à une meilleure compréhension du comportement de l'aube en situation d'interaction avec un revêtement abradable.

Situation d'interaction

Les niveaux d'usure sont pilotés par les paramètres de la loi de comportement plastique σ_{S}, K et E. Trois situations sont analysées à jeu fonctionnel initial égal : la première sans usure avec contact direct, la seconde avec une faible ductilité de l'abradable et la dernière avec une forte ductilité. Les niveaux vibratoires

3. La densité est ici définie comme ratio du nombre d'éléments d'abradable sur le périmètre du carter.

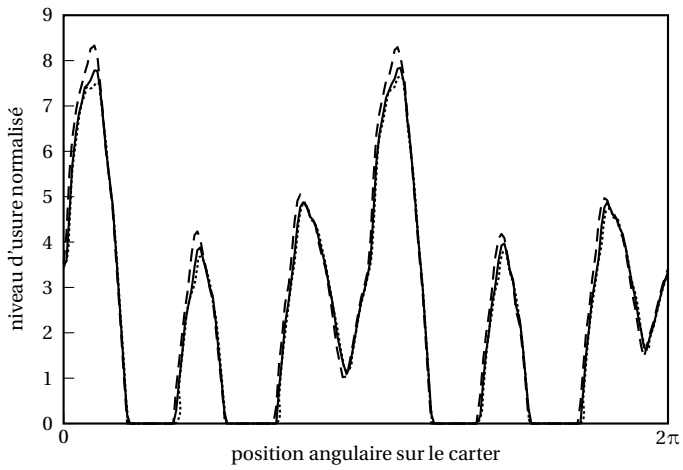


Figure 2 – Profils d'usure après vingt tours pour $h = 10^{-7}$ s, $\Omega = 0{,}2$ et trois densités d'abradable : $d_a = 0{,}2$ (– –), $d_a = 0{,}5$ (——) et $d_a = 1$ (·····)

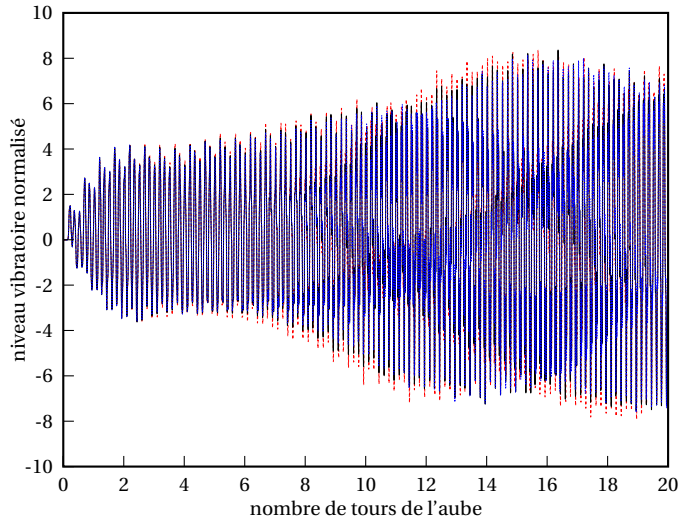


Figure 3 – Niveau vibratoire du premier nœud frontière de l'aube pendant vingt tours pour $h = 10^{-7}$ s, $\Omega = 0{,}2$ et trois densités d'abradable : $d_a = 0{,}2$ (·····), $d_a = 0{,}5$ (——) et $d_a = 1$ (·····)

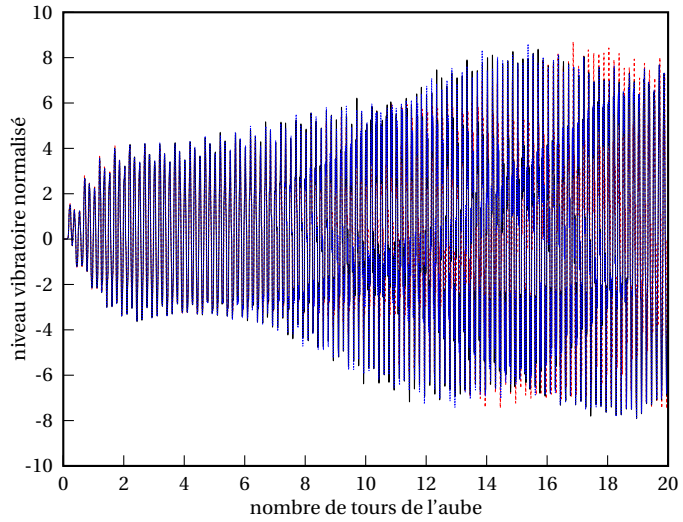
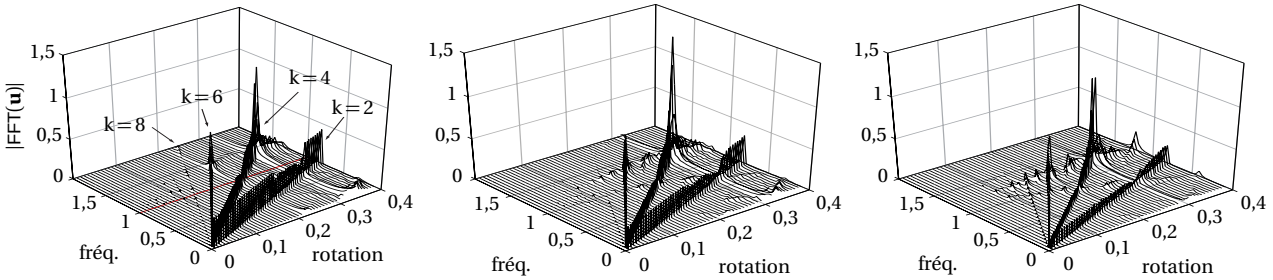


Figure 4 – Niveau vibratoire du premier nœud frontière de l'aube pour $\Omega = 0{,}2$, $d_a = 0{,}2$ et trois pas de temps : $h = 10^{-6}$ s (·····), $h = 10^{-7}$ s (——) et $h = 10^{-8}$ s (·····)

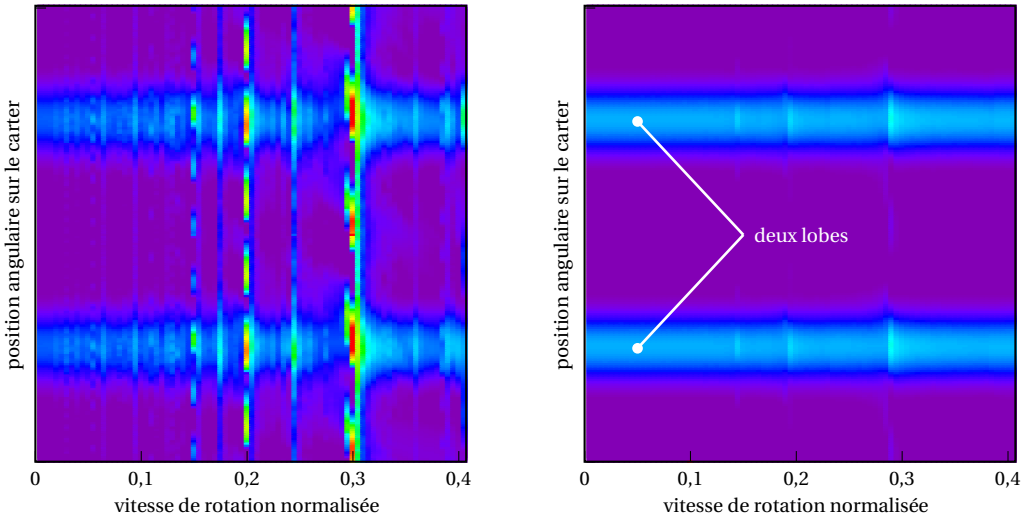
sont illustrés par des diagrammes donnant le contenu fréquentiel de la réponse de l'aube en fonction de sa vitesse de rotation sur la figure 5. Apparaît clairement la deuxième harmonique de la vitesse de rotation du



(a) usure nulle (b) ductilité et usure faibles (c) ductilité et usure importantes

Figure 5 – Contenu fréquentiel de la réponse de l'aube, normalisé par rapport à sa 1re fréquence propre f_1, en fonction du niveau d'usure de l'abradable

fait de la déformée imposée au carter. Il est intéressant de voir que lorsque l'excitation non linéaire de l'aube croise sa première fréquence propre f_1, les niveaux vibratoires augmentent mais dépendent aussi de la ductilité de l'abradable. Un contact direct limite les amplitudes de vibration, une faible ductilité autorise des amplitudes de vibration plus élevées alimentées par les efforts de contact non négligeables alors qu'une ductilité importante limite rapidement les efforts de contact et ainsi l'excitation de l'aube. Il y a donc un compromis à trouver entre ductilité et ouverture du jeu. Les profils d'usure respectifs sont indiqués sur les figures 6(a) et 6(b). L'existence de profils particuliers, par exemple à quatre, six voire huit diamètres, et par



(a) faible ductilité (b) forte ductilité

Figure 6 – Profils d'usure en fonction des caractéristiques du revêtement abradable et de la vitesse de rotation après vingt tours

conséquent de résonances vibratoires de l'aube, est évidente pour $\Omega = 0{,}2$ ou $\Omega = 0{,}3$ et une faible ductilité.

5 Conclusion

La modélisation de l'usure d'un revêtement abradable, matériau utilisé dans les moteurs d'avion, est proposée sous la forme très simple d'une loi de comportement plastique. Lors du passage d'une aube, l'abradable est écrasé, plastifie et conserve un profil d'usure en temps réel. Les simulations indiquent une convergence en espace et en temps.

Deux cas d'usure avec des caractéristiques matériau différentes illustrent la sensibilité de l'interaction aube-carter à l'abradable. Il s'avère que le revêtement, en s'usant, ouvre le jeu de fonctionnement et autorise des déplacements de l'aube de plus en plus importants. Ce comportement indésirable est cohérent avec des résultats expérimentaux déjà observés.

Il s'agira, par la suite, de généraliser les types de matériaux et d'intégrer ces modèles à des étages où le carter est flexible, ceci afin d'améliorer la compréhension des interactions modales déjà étudiées dans le cadre du contact unilatéral [4] et d'explorer de nouveaux scénarios d'interaction.

Remerciements

Les auteurs remercient la Société Snecma pour son soutien technique et financier. Ce travail s'inscrit dans le projet fédérateur MAIA de recherche et technologie en mécanique soutenu par le CNRS, l'Onera et le groupe SAFRAN.

Bibliographie

[1] N.J. Carpenter, R.L. Taylor et M.G. Katona. « Lagrange constraints for transient finite element surface contact ». Dans : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 32 (1991), pages 130–128.

[2] R.R. Craig et C.C. Bampton. « Coupling of substructures for dynamics analyses ». Dans : *AIAA Journal* 6.7 (1968), pages 1313–1319.

[3] M.S. Eltongy et M.A. Elbestawi. « Finite element modeling of erosive wear ». Dans : *Wear* 45.11 (2005), pages 1337–1346.

[4] M. Legrand, C. Pierre, P. Cartraud et J.-P. Lombard. « Two-dimensional modeling of an aircraft engine structural bladed disk-casing modal interaction ». Dans : *Journal of Sound and Vibration* 319 (2009), pages 366–391. oai:hal.archives-ouvertes.fr:hal-00328186.

[5] F. Peyraut, J.-L. Seichepine, C. Coddet et M. Hertter. « Finite element modeling of abradable materials - Identification of plastic parameters and issues on minimum hardness against coating's thickness ». Dans : *Internationl Journal for Simulation and Multidisciplinary Design and Optimization* 2 (2008), pages 209–215.

[6] J.C. Simo et T.J.R. Hughes. *Computational Inelasticity*. 1998. isbn : 0-387-97520-9.

[7] S.K. Sinha. « Non-linear dynamic response of a rotating radial Timoshenko beam with periodic pulse loading at the free-end ». Dans : *Internationl Journal of Non-Linear Mechanics* 40 (2005), pages 113–149.

[8] Y.-F. Wang et Z.-G. Yang. « Finite element model of erosive wear on ductile and brittle materials ». Dans : *Wear* 265.5-6 (2008), pages 871–878.

[9] M. Yi, J. He, B. Huang et H. Zhou. « Friction and wear behavior and abradability of abradable seal coating ». Dans : *Wear* 231 (1999), pages 47–53.